

레이 추적 기법을 이용한 연결된 평판 구조물의 고주파수 진동해석

채기상*, 이정권*, 전제진**

*한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터

**국방과학연구소

High Frequency Vibration Analysis of Arrayed Panel Structures by Using the Ray Tracing Method

Ki-Sang Chae*, Jeong-Guon Ih*, and Jae-Jin Jeon**

*NoViC, Department of Mechanical Engineering, KAIST (e-mail: ihih@sorak.kaist.ac.kr)

**ADD

요약문

본 논문에서는 고주파수 대역의 파동 전달 현상을 묘사할 수 있는 원형파를 기본 개념으로 한 레이 추적 기법(RTM)을 개발하였다. 2차원 원형파를 묘사할 수 있는 레이튜브 개념을 제안하고, 진동 연성경계에서의 입사파, 전달파, 그리고 반사파가 경계조건을 만족하도록 관계식을 유도하였다. 이를 평판 연속 구조물의 고주파수 진동 전달 해석에 적용하여 보았으며, 유사 해석 기법인 SEA 및 파동 인텐시티 해석법(WIA)과의 비교를 수행하여 보았다. 그 결과, SEA에 비하여 이론해와 더 잘 맞는 예측 결과를 관찰할 수 있었으며 WIA와 유사한 결과를 보임을 확인할 수 있었다. 본 논문에서 제안된 RTM은 진동전도해석(VCA)과 같이 지역적 정보를 알 수 있는 장점도 가지고 있으며, 2차원 진동구조물의 고주파수 진동 전달 해석시 기존의 SEA 및 WIA를 대체할 수 있는 기법으로 판단된다.

1. 서론

유한요소해석법 또는 경계요소해석법 등은 관련된 자유도의 수에 따라 적용 가능 주파수 대역이 한정되게 된다. 이러한 모드 중첩 해석을 이용할 경우, 중주파수에서 부터 고주파수로 갈수록 그 계산 효율이 급격히 떨어지고, 정확도 역시 보장받기 어렵다. 통계적에너지해석법(SEA)은 통계적인 모델을 적용하여 고주파수 대역의 소음 진동 대역 해석에 이용되고 있으며, 현재로서는 가장 보편적인 고주파수 대역 해석 기법이다. 그러나, SEA의 관심 변수 및 결과는 시간 및 공간 평균된 진동에너지로서, 상세한 정보를 알 수 없는 단점이 있으며, 통계적 단순화를 위한 제한 조건들이 많으며, 이들이 만족되지 않는 상황에서는 해석 결과를 신뢰할 수 없게 된다.

평판과 같은 2차원 진동 구조물에 대한 SEA를 적용하는 경우에는 확산장의 가정 아래 하부계간의

파워 흐름을 대표하는 연성손실계수(Coupling Loss Factor: CLF)를 산정하게 된다. 확산장 가정은 평판 내부에 존재하는 다수의, 서로 다른 방향으로 진행하는 평면파의 진동에너지가 같음을 가정하는 것이다. 그러나, 실제로 이와 같은 확산장 가정은 정확하지 않을 수 있으며, 따라서 각 하부계간의 전달 파워 수식도 오차를 지니게 된다[2].

이러한 점에 착안하여 2차원 진동 구조물에 대하여 제안된 것이 WIA로, 2차원 진동 구조물에 존재하는 다수의 평면파들을 독립적이지 않고 균일하지 않다고 가정하여 새로운 파워 평형 방정식을 유도하였다[2]. 이것은 평면파의 진동에너지간의 파워 평형 방정식으로 SEA의 확산장 가정을 완화한 것이다. WIA는 하부계간의 파워 전달 경계인 연성 경계에서 입사파의 입사각에 따른 전달 파워의 변화를 고려할 수 있으므로, 구조적 여파(structural filtering) 효과를 모델링 할 수 있어, 보다 개선된 해석 결과를 기대할 수 있다.

또한, 결과의 개선이라는 측면에서, 하부계내의 진동에너지 분포를 알 수 없는 SEA의 단점을 개선하고자 진동에너지 확산에 개념을 둔 진동 전도 해석(vibrational conduction analysis: VCA)이 제안되어 보, 평판 등의 진동구조물에 대한 진동전도방정식이 유도되고 이를 통해 근사적 진동에너지 분포를 예측할 수 있다[3]. 그러나, VCA는 진동감쇠가 큰 경우에는 효과적이거나, 진동감쇠가 작은 경우에는 SEA에 비하여 큰 개선이 없는 것으로 보고되고 있으며, 특히 2차원 진동구조물에서 대해서는 VCA의 가정이 잘 맞지않아, 개선된 VCA가 제안되고 있다.

레이 추적 기법(ray tracing method: RTM)은 건축음향 분야에서 제안되어 많이 적용되어 온 기법으로 음향 충격 응답 및 음장 분포 해석에 쓰이고 있다. 구조음향 분야에서도 이 개념을 적용한 선례들이 있었다. Cremer 등[4]은 보의 해석에 적용한 바 있으며, 평판의 해석에도 레이의 개념을 이용한 바 있다. Gunda et al.[5] 등은 RTM의 방법 중 하나인 영상음원법(image source method)을 적용하여 단일 사각 평판을 해석하였으며 Parot과 Thirard[6]은 트러스 구조물과

요약문

본 논문에서는 고주파수 대역의 파동 전달 현상을 묘사할 수 있는 원형파를 기본 개념으로 한 레이 추적 기법(RTM)을 개발하였다. 2차원 원형파를 묘사할 수 있는 레이튜브 개념을 제안하고, 진동 연성정계에서의 입사파, 전달파, 그리고 반사파가 정계조건을 만족하도록 관계식을 유도하였다. 이를 평판 연속 구조물의 고주파수 진동 전달 해석에 적용하여 보았으며, 유사 해석 기법인 SEA 및 파동 인텐시티 해석법(WIA)과의 비교를 수행하여 보았다. 그 결과, SEA에 비하여 이론해와 더 잘 맞는 예측 결과를 관찰할 수 있었으며 WIA와 유사한 결과를 보임을 확인할 수 있었다. 본 논문에서 제안된 RTM은 진동전도해석(VCA)과 같이 지역적 정보를 알 수 있는 장점도 가지고 있으며, 2차원 진동구조물의 고주파수 진동 전달 해석시 기존의 SEA 및 WIA를 대체할 수 있는 기법으로 판단된다.

1. 서론

유한요소해석법 또는 경계요소해석법 등은 관련된 자유도의 수에 따라 적용 가능 주파수 대역이 한정되게 된다. 이러한 모드 중첩 해석을 이용할 경우, 중주파수에서부터 고주파수로 갈수록 그 계산 효율이 급격히 떨어지고, 정확도 역시 보장받기 어렵다. 통계적에너지해석법(SEA)은 통계적인 모델을 적용하여 고주파수 대역의 소음 진동 대역 해석에 이용되고 있으며, 현재로서는 가장 보편적인 고주파수 대역 해석 기법이다. 그러나, SEA의 관심 변수 및 결과는 시간 및 공간 평균된 진동에너지로서, 상세한 정보를 알 수 없는 단점이 있으며, 통계적 단순화를 위한 제한 조건들이 많으며, 이들이 만족되지 않는 상황에서는 해석 결과를 신뢰할 수 없게 된다.

평판과 같은 2차원 진동 구조물에 대한 SEA를 적용하는 경우에는 확산장의 가정 아래 하부계간의 파워 흐름을 대표하는 연성손실계수(Coupling Loss Factor: CLF)를 산정하게 된다. 확산장 가정은 평판 내부에 존재하는 다수의, 서로 다른 방향으로 진행되는 평면파의 진동에너지가 같음을 가정하는 것이다. 그러나, 실제로 이와 같은 확산장 가정은 정확하지 않을 수 있으며, 따라서 각 하부계간의 전달 파워 수식도 오차를 지니게 된다[2].

이러한 점에 착안하여 2차원 진동 구조물에 대하여 제안된 것이 WIA로, 2차원 진동 구조물에 존재하는 다수의 평면파들을 독립적이지 않고 균일하지 않다고 가정하여 새로운 파워 평형 방정식을 유도하였다[2]. 이것은 평면파의 진동에너지간의 파워 평형 방정식으로 SEA의 확산장 가정을 완화한 것이다. WIA는 하부계간의 파워 전달 경계인 연성 정계에서 입사파의 입사각에 따른 전달

파위의 변화를 고려할 수 있으므로, 구조적 여과(structural filtering) 효과를 모델링 할 수 있어, 보다 개선된 해석 결과를 기대할 수 있다.

또한, 결과의 개선이라는 측면에서, 하부계내의 진동에너지 분포를 알 수 없는 SEA의 단점을 개선하고자 진동에너지 확산에 개념을 둔 진동 전도 해석(vibrational conduction analysis: VCA)이 제안되어 보, 평판 등의 진동구조물에 대한 진동전도방정식이 유도되고 이를 통해 근사적 진동에너지 분포를 예측할 수 있다[3]. 그러나, VCA는 진동감쇠가 큰 경우에는 효과적이거나, 진동감쇠가 작은 경우에는 SEA에 비하여 큰 개선이 없는 것으로 보고되고 있으며, 특히 2차원 진동구조물에서 대해서는 VCA의 가정이 잘 맞지 않아, 개선된 VCA가 제안되고 있다.

레이 추적 기법(ray tracing method: RTM)은 건축음향 분야에서 제안되어 많이 적용되어 온 기법으로 음향 충격 응답 및 음장 분포 해석에 쓰이고 있다. 구조음향 분야에서도 이 개념을 적용한 선례들이 있었다. Cremer 등[4]은 보의 해석에 적용한 바 있으며, 평판의 해석에도 레이의 개념을 이용한 바 있다. Gunda *et al.*[5] 등은 RTM의 방법 중 하나인 영상음원법(image source method)을 적용하여 단일 사각 평판을 해석하였으며 Parot과 Thirard[6]은 트러스 구조물과 연성 평판 진동해석에 RTM을 적용한 바 있다. 저자들은 2차원 진동장의 고주파수진동해석을 수행하기에 적합한 원형파동에 개념을 둔 RTM을 제안하여 단일 평판 및 연성된 두 개의 평판 해석에 적용한 바 있다[7].

본 논문에서는 2차원 평판 구조물의 연성 구조물에 적용하기 위하여, 연성 정계에서의 진동전달현상을 적절하게 묘사한 관계식을 이용한 원형파동에 개념을 둔 RTM을 제안한다. 제안된 RTM을 WIA의 제안자인 Langley가 계산했던 평판 연속 구조물의 진동해석에 적용, SEA 및 WIA 해석 결과와 비교한다. 여기서, 각 평판의 총 진동 에너지를 계산하는 시간을 단축하기 위한 방법도 적용하여 본다.

2. 본론

2.1. 원형파 기반 2차원 RTM

Skudrzyk[8]은 평판의 횡파에 대한 연구를 수행하여, 원형평판, 무한평판, 사각평판 등의 거동을 비교 검토하여, 고주파수 또는 고감쇠의 경우에는 평판의 거동은 정계의 형태에 영향받지 않는다는 발표를 한 바 있다. 이는 정계에서 반사되는 에너지가 가진원으로 부터 발산되는 에너지에 비하여 무시할 수 있는 정도이며, 평판내부에 가진원으로 부터의 직접파인 원형파가 잔향장인 평면파 보다 우세함을 의미한다. 이와 같은 이유때문에 평면파를 가정한 VCA의 지배방정식인 에너지 전도방정식은 감쇠가 클 경우 그 해가 실제 결과와 차이를 가지게 된다.

Kim et al.[8]은 이와 같은 점을 착안하여 원형파에 적합한 에너지 전도방정식을 제안하였으며 Bouthier과 Bernhard[10]와 Le Bot et al.[11]등도 같은 방정식을 제안하였다. 다음은 원형파에 대한 에너지 전도방정식이다:

$$d^2(rE)/dr^2 - \alpha^2(rE) = 0 \quad (1)$$

여기서, E 는 운동에너지와 위치에너지의 총합인 진동에너지밀도, r 은 가진원으로 부터의 거리, α 는 거리감쇠계수로 주파수 ω , 구조감쇠계수 η , 파동의 집단속도인 C_g 의 함수로서 $\alpha = \omega\eta/C_g$ 의 관계를 가진다. Kim et al.은 이 진동 전도방정식의 해를 유한한 원형평판에 적용하였으며, 고주파수의 경우에는 무한평판에 대한 해를 사각평판에도 적용가능함을 보였다. 이때의 해는 다음과 같다:

$$E = (F_0^2/2Z_\infty) [Exp[-\alpha r]/2\pi C_g] \quad (2)$$

여기서, F_0 는 입력력, Z_∞ 는 무한평판 평파의 입력 임피던스이다.

위의 무한평판의 해를 유한평판에 적용할 경우 상당히 감쇠가 크거나 고주파수이어야 하는 단점이 있으며 사각평판 등 임의의 평판에 적용하는 데 문제가 있다. Smith[12]는 감쇠의 크기에 상관없이 적용하기 위하여 진동장을 직접장인 원형파와 간접장인 평면파의 합으로 고려, 가진원으로부터의 원형파 및 이로인해 경계에서 발생된 평면파의 관계를 고려하여, 보다 나은 결과를 낼 수 있는 수정된 VCA를 제시한 바 있다.

수정된 VCA는 SEA보다는 개선된 결과를 예측할 수 있으나, WIA와 같이 진행방향 진동에너지의 독립성을 줄 수 없기 때문에 평판 연속 구조물과 같은 경우에 오차의 개선을 기대할 수는 없다. 식 (2)의 해와 같이 가진원에서 발생한 원형파가 경계에서 전달되고 다시 진행하는 것을 보사해준다면 원형파의 특성을 만족하면서 진행 방향 진동에너지의 독립성을 구현할 수 있을 것이다.

위와 같은 목적아래 원형파에 기반한 RTM을 고려하여 보면 그림 1과 같이 가진원으로부터 일정한 미세각 $\Delta\theta$ 를 가지고 출발하는 다수의 레이티브를 가정할 수 있다.

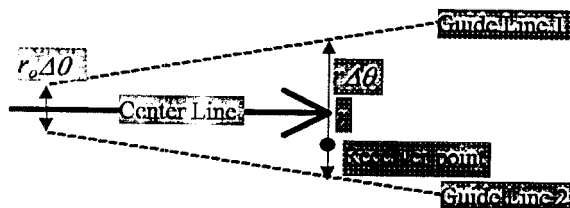


그림 1. 미세각 $\Delta\theta$ 를 가지고 출발하는 레이티브 모델.

각 레이가 진행하면서 접수점(receiver point)이 레이의 유효 너비 안에 존재할 때 접수점의

진동에너지밀도 및 진동인텐시티는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\Delta E(x, y) \approx E_0 \frac{r_0}{r} e^{-\alpha(r-r_0)} \quad (3.a)$$

$$\Delta I(x, y) \approx c_g E_0 \frac{r_0}{r} e^{-\alpha(r-r_0)} (\cos\theta \vec{i} + \sin\theta \vec{j}) \quad (3.b)$$

여기서, r_0 는 초기 출발 반경으로서 $r_0^{-1} = \pi^2/\lambda + \alpha$ 에서 계산될 수 있으며, E_0 는 r_0 에서의 진동 에너지 밀도로 식 (2)에서 계산할 수 있다. λ 는 진동장의 파장이다.

2.2. 연성 경계에서의 관계식

레이가 경계에 입사할 경우 그 너비가 λ 에 비하여 충분히 작을 경우 평면파의 입사와 같이 거동한다고 생각할 수 있다. 평면파가 경계에 입사할 경우, 입사각 θ_1 은 전달각 θ_2 와 Snell의 법칙에 의하여 $\sin(\theta_1)/c_1 = \sin(\theta_2)/c_2$ 의 관계를 가진다. 여기서, c_1 과 c_2 는 각 평판 진동장의 위상속도이다. 따라서, 레이의 폭을 대표하는 $\Delta\theta_2$ 도 변화하여야 하며 윤곽선(guide line) 1과 2의 변화된 각도차에 의하여 계산할 수 있다. 즉, 윤곽선 1에서의 전달각 $\theta_{2,h}$ 는 $\sin(\theta_1 + \Delta\theta_1/2)/c_1 = \sin(\theta_{2,h}/2)/c_2$ 의 수식으로 계산하고 윤곽선 1에서의 전달각 $\theta_{2,l}$ 은 $\sin(\theta_1 - \Delta\theta_1/2)/c_1 = \sin(\theta_{2,l}/2)/c_2$ 로부터 계산하여, $\Delta\theta_2 = \theta_{2,h} - \theta_{2,l}$ 으로 변화된다. 이때 원형파의 전달 관계는 다음 그림과 같이 도식화하여 표현할 수 있다.

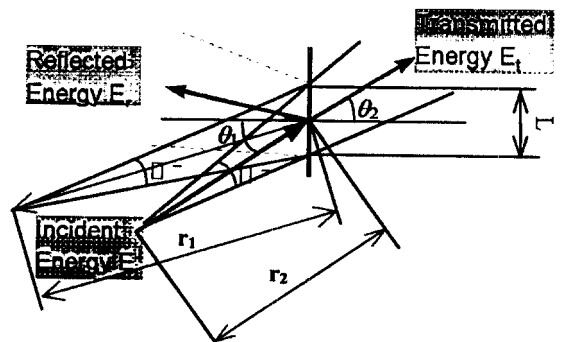


그림 2. 연성경계에서의 원형파 입사레이와 전달레이.

여기서, 전달파의 진행거리 r_2 는 입사파의 진행거리 r_1 과 기하학적 조건에 의하여 $r_1 \Delta\theta_1 \cos\theta_2 = r_2 \Delta\theta_2 \cos\theta_1$ 의 관계를 가진다. 따라서, 연성경계에서의 파워전달계수 τ_{12} 를 도입하면 $E_t = \tau_{12}(\theta)(c_{g1}/c_{g2})(\cos\theta_1/\cos\theta_2)E_i$ 가 됨을 알 수 있다.

2.3. 평판의 총 진동에너지 계산

하나의 레이가 출발하여 경계에 도달하는 동안 i 번째 평판의 전체 진동에너지 $\langle E \rangle_i$ 에 미치는 영향은 다음 그림을 통해 고찰해 볼 수 있다.

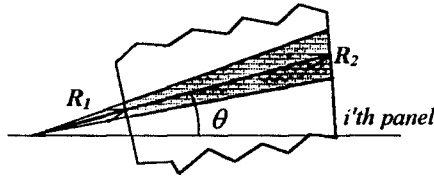


그림 3. 한 경계에서 출발, 다른 경계에 도달한 레이.

이 레이의 평판 총진동에너지 $\langle E \rangle_i$ 에 대한 영향은

$$\Delta \langle E \rangle_i \approx \int_{R_1}^{R_2} E(r) \Delta \theta r dr = E_{R1} R_1 \Delta \theta \left[1 - \text{Exp} \left[-\alpha (R_2 - R_1) \right] \right] / \alpha$$

로 유도할 수 있다. 또한, θ 방향 평면파 진동에너지 $\langle E(\theta) \rangle_i$ 에 대한 영향은 $\theta_0 - \Delta\theta/2 < \theta < \theta_0 + \Delta\theta/2$ 에 대하여 $\Delta \langle E(\theta) \rangle_i \approx \langle E(\theta) \rangle_i / \Delta\theta$ 로 계산이 가능하다.

3. 평판 연속 구조물(Arrayed Panels)의 해석

본 논문에서는 Lagley가 **WIA**를 적용했던 그림 4의 평판연속구조물을 고려하고자 한다[2]. 2개 연속 평판의 경우는 1번과 2번만이 연결되어 있는 경우이며, 3개 연속 평판은 1,2,3이 연속되는 경우, 4개 연속 평판은 1,2,3,4가 연속 연결되어 있는 경우이다. 양단 경계는 고정단이며 연성경계는 단순지지이다.

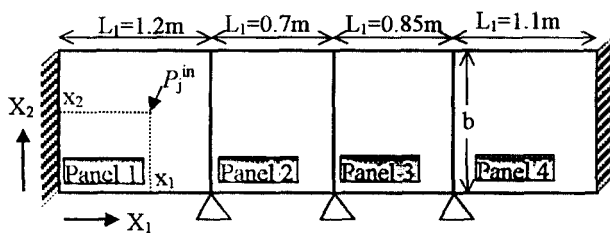


그림 4. 4개 연속 평판

여기서, 영률 $E = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, 밀도 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, 포와송비 $\mu = 0.3$, 너비 $b = 1 \text{ m}$ 이며, 손실계수 $\eta = 0.01$ 이다. 각 평판의 두께 t 는 판의 순서대로 각각 4 mm, 3 mm, 4 mm, 3 mm이다. 이론해석을 위해서는 다수지점의 가진이 필요하며, 가진점 (x_1, x_2) 는 제1번 판에 있는 여덟개의 지점을 선택하였다.

그림 5는 2개 연속 평판의 해석결과로 이론해와 비교하여 볼때 **RTM**결과가 **SEA**결과보다는 개선되었으나 **WIA**결과가 약간 더 정확함을 알 수

있다. 그림 6은 3개 연속 평판의 결과이며, 그림 7은 4개 연속 평판에 대한 결과이다. 이론치에 대한 **SEA**, **WIA**, **RTM**의 근접성은 각 평판마다 다름을 관찰할 수 있으나 제안된 **RTM**의 적용가능성을 확인할 수 있다.

4. 결론

SEA와 **WIA**는 잔향장인 구조물에 적용가능한 해석기법이며, **RTM**은 잔향장과 직접장 모두를 표현할 수 있다. **RTM**을 연속 평판의 진동 전달 해석에 적용하여 본 결과 **SEA**보다는 개선된 결과를 볼 수 있었으나 **WIA**와는 거의 비슷한 정도의 결과를 얻을 수 있었다. **WIA**가 진동에너지 분포를 알 수 없는 반면, **RTM**을 적용하면 진동에너지 및 진동인텐시티의 대략적 분포를 알 수 있어 기존의 해석법에 비하여 여러가지 장점을 가지며 대체 해석기법으로 적용될 수 있으리라 판단된다. 추후, 해석결과와 차이의 발생원인에 대한 해석에 대한 연구가 필요하다.

참고 문헌

- [1] R. H. Lyon, *Statistical Energy Analysis*, MIT Press, 1975.
- [2] R. S. Langley, "A Wave Intensity Technique for the Analysis of High Frequency Vibrations," *J. Sound Vib.*, **159**, 483-502, 1992.
- [3] D. J. Nefske and S. H. Sung, "Power Flow Finite Element Analysis of Dynamic Systems: Basic Theory and Application to Beams," *J. Vib., Acoust., Stress, and Rel. in Design*, **111**, 94-100, 1989.
- [4] L. Cremer, M. Heckl and E.E. Ungar, *Structure-Borne Sound*, Springer-Verlag, 1988.
- [5] R. Gunda, S. M. Vijayakar and R. Singh, "Method of Images for the Harmonic Response of Beams and Rectangular Plates," *J. Sound Vib.*, **185**, 791-808, 1995.
- [6] J-M Parot, Ch Thirard, "Ray Techniques for Modelling Vibratory Fields," *Euro-noise '95*, v.2, 453-456, 1995.
- [7] 채기상, 이정권, 전재진, "레이 추적 기법을 이용한 보와 평판의 고주파수 진동 해석," '97 한국음향학회 하계학술대회, 647-650, 1997, 부산.
- [8] E. Skudrzyk, "The Mean-Value Method of Predicting the Dynamic Response of Complex Vibrations," *J. Acoust. Soc. Am.*, **67**, 1105-1135, 1980.
- [9] H. S. Kim, H. J. Kang, and J. S. Kim, "A Vibrational Analysis at High Frequencies by the Power Flow Method," *J. Sound Vib.*, **174**, 493-504, 1994.
- [10] O. M. Bouthier and R. J. Bernhard, "Simple Models of the Energetics of Transversely Vibrating Plates," *J. Sound Vib.*, **182**, 149-164, 1995.
- [11] A. Le Bot, "Geometric Diffusion of Vibrational Energy and Comparison with the Vibrational Conductivity

Approach," *J. Sound Vib.*, **212**, 637-647, 1998.

[12] M. J. Smith, "A Hybrid Energy Method for Predicting High Frequency Vibrational Response of Point-Loaded Plates" *J. Sound Vib.*, **202**, 375-394, 1997.

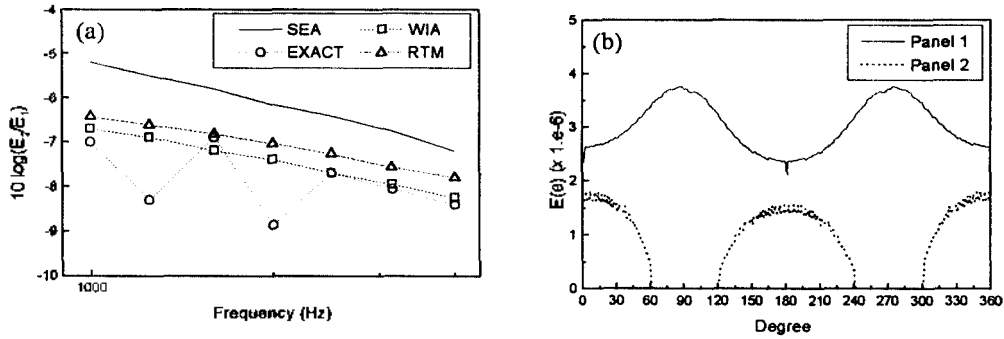


그림 5. 평판 1 이 가진을 받는 경우의 두개 연속 평판의 진동 전달 해석 결과, (a) $\langle E \rangle_2 / \langle E \rangle_1$, (b) $\langle E(\theta) \rangle$ (1000 Hz band).

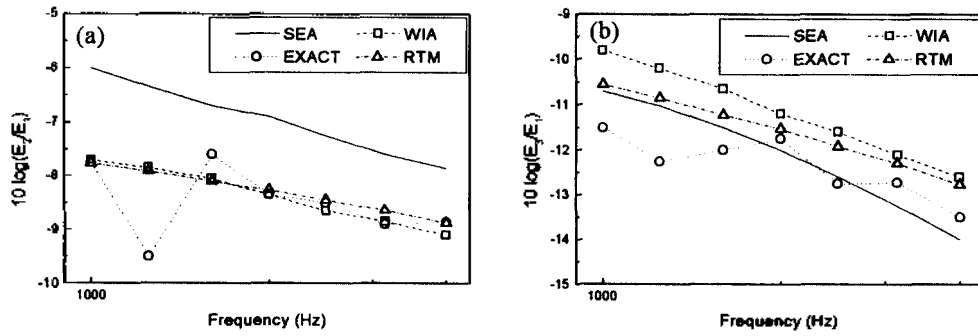


그림 6. 평판 1 이 가진을 받는 경우의 세개 연속 평판의 진동 전달 해석 결과, (a) $\langle E \rangle_2 / \langle E \rangle_1$, (b) $\langle E \rangle_3 / \langle E \rangle_1$.

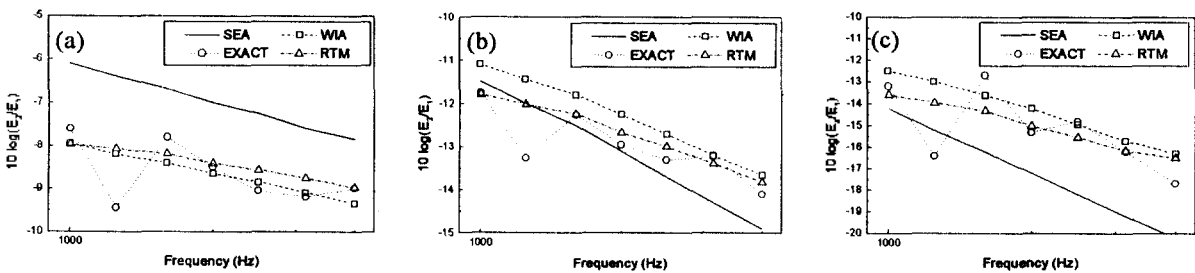


그림 7. 평판 1 이 가진을 받는 경우의 네개 연속 평판의 진동 전달 해석 결과, (a) $\langle E \rangle_2 / \langle E \rangle_1$, (b) $\langle E \rangle_3 / \langle E \rangle_1$, (c) $\langle E \rangle_4 / \langle E \rangle_1$.