

## ATM 성능분석을 위한 대기행렬 모델링

정 석윤, 허 선, 이 훈규  
한양대학교 산업공학과

### A Queueing Modeling for ATM Performance Analysis

Seok Yun Jeong, Sun Hur, Hun Gyu Lee

Department of industrial Engineering

Hanyang University

#### 요 약

ATM 망을 효율적으로 구축하고 여러 가지 형태의 제어를 통하여 망 자원을 안정적으로 관리하기 위해서는 망의 성능에 대한 다양한 관점에서의 분석이 필수적이며, 그 기본이 되는 것이 ATM 다중화기에 대한 성능 분석이다.

ATM 다중화기에 입력되는 트래픽을 분석하는데 있어서 MRP(Markov Renewal Processes) 또는 SMP(Semi-Markov Processes)는 자동 상관계수를 계산하기가 비교적 용이해서 높은 양의 상관관계를 가지는 버스티한 트래픽을 표현하기에 적절한 구조를 가지고 있으며, 입력 트래픽의 머무는 시간이 어떠한 분포이든 표현 가능한 장점이 있다.

본 연구에서는 ATM 트래픽을 분석하는데 있어서 입력되는 on/off 소스를 MRP로 모형화하고, 이를 도착과정으로 하는 이산시간 MR/D/1/B 대기시스템으로 구성하여 ATM 다중화기의 셀 손실확률 등의 성능분석을 제시한다. 또한 본 연구에서 제시한 방법에 대한 타당성 검증을 위하여 시뮬레이션과 비교 검토한다.

#### 1. 서 론

ATM 트래픽을 분석하는데 있어서 입력되는 트래픽들을 얼마나 적절하게 표현할 수 있는지가 중요하다. MRP(Markov Renewal Process)는 자동상관계수를 계산하기가 비교적 용이해서 높은 양의 상관관계를 가지는 버스티한 트래픽을 표현하기에 적절한 구조를 가지고 있다. 또한, 입력 트래픽이 어떠한 분포를 따르든지 표현 가능하다는 장점이 있다. MRP로 도착 과정을 모델링하는 경우 중첩되는 소스의 수에 따라 상태의 수가 급격히 증가하여 계산에 어려움이 따른다는 단점이 있으나, 상태의 수를 줄이는 방법에 대하여 다양한 연구가 병행되고 있다. Herrmann[5]은 이산시간 SMP/D/1/s 시스템에 대하여 가상대기시간(virtual waiting time)에 의해 손실확률을 구하는 방법을 연구하였고 또한 도착과정이 포함하고 있는 상관관계(correlation)가 이에 미치는 영향도 제시하였다. 그러나 이 연구를 ATM망에 적용시

키기 위해서는 실제로 여러 소스가 중첩되어 오는 ATM으로의 도착과정을 어떤 방법으로 SMP로 표현할 것인가가 필요한데 이에 대한 내용은 제시되지 않았다. Hasslinger[4]는 동질의 on-off 소스가 중첩된 트래픽을 SMP로 표현하였다. 그리고 Grassman and Jain[3]의 GI/G/1 알고리즘을 확장하여 SMP/G/1/∞에 적용하였다. 여기서는 도착 트래픽의 자동상관관계를 유지하면서, 상태에 머무는 시간의 평균을 오름차순으로 정렬했을 때 인접한 상태끼리 합쳐나가는 상태축소방법을 제시하였다. 상태수를 줄임에 따라 도착 트래픽의 자동상관관계가 영향을 받으므로 내재 마코프체인의 전이확률들을 수정하게 된다. 이 논문은 버퍼의 크기를 ∞로 두었기 때문에 셀 손실확률을 구하지 않고 셀 지연시간을 계산하고 있다. Elsayed[2]의 MR/D/1/B 모형은 이질의 on-off 중첩 트래픽을 비교적 간단히 모형화하고 있다. 그러나, 이 모형에서는 각 class간에 셀 발생률의 차이가 없이 매 slot당 발생시키는 셀은 한 개씩

으로 일정하게 보고 각 소스의 on→off 전이율 또는 off→on 전이율에만 차이를 두고 전개하고 있다. 따라서 이질 소스들의 중첩 트래픽이라 하더라도 어느 순간 on 상태의 소스의 개수가  $k$ 개이면 이 때의 셀 도착률은  $k$ 로 나타내는 것이다.

본 연구에서는 Elsayed[2]의 연구결과를 바탕으로 각 class별로 on 기간에서의 셀 발생률도 차이가 있는 것으로 확장하였으며, 이로써 만약 셀 발생률이  $A$ 인 어떤 소스가 on상태인 경우 이 소스는 매 slot당  $A$ 개의 셀을 batch로 발생시킨다고 보았다. 따라서 이를 MRP로 표현할 때에는 on상태의 소스가 몇 개인지 뿐만 아니라 이들 on 소스의 class 역시 상태로 가지고 있어야 하고 이는 필연적으로 상태의 수를 늘어나게 하여 분석을 어렵게 한다. 이에 대해 Elsayed[2]에서 제시하고 있는 상태 결합 방법을 적용하도록 한다. 또한 일반적으로 on/off 소스의 모델링에서는 on기간, off기간의 길이가 지수분포를 따른다고 가정하지만 본 연구와 같이 입력 트래픽을 MRP로 모델링할 경우에는 on, off 기간의 길이가 일반분포인 경우에 적용 가능하다. 2장에서는 MRP란 무엇인지를 알아보고, 3장에서 ATM 트래픽 모델링에 관한 알고리즘을 소개하고, 4장에서는 성능분석을 위해 이산시간 MR/D/1/B 대기 모형을 구축하고, 셀 손실확률을 계산한다. 5장에서는 본 연구에서 제시한 방법에 대하여 시뮬레이션과 비교 검토하며, 6장에서 결론 내리도록 한다.

## 2. MRP(Markov Renewal Process) 개요

MRP(Markov renewal process)란 확률과정(stochastic process) 중에서 어떤 상태에 머무는 시간의 분포가 현재 머물고 있는 상태와 다음에 전이해 갈 상태 모두에 의해 결정되며, 상태간 전이가 마코프 성질을 가지는 확률과정을 말한다. 이를 수식으로 정의하면 다음과 같다.

확률과정  $(X, T) = \{(X_n, T_n) : n = 0, 1, 2, \dots\}$ 이 모든  $n$ 과  $t, j$ 에 대해서 다음의 성질을 만족하면 이를 MRP라고 한다.

$$\begin{aligned} \Pr(X_{n+1} = j, T_{n+1} - T_n \leq t | X_0, \dots, X_n; T_0, \dots, T_n) \\ = \Pr(X_{n+1} = j, T_{n+1} - T_n \leq t | X_n) \end{aligned}$$

MRP는 다음의 확률값에 의해 특징지어진다.

$$\Pr(X_{n+1} = j, T_{n+1} - T_n \leq t | X_n = i) = Q(i, j, t).$$

인  $Q(t) = \{Q(i, j, t) : i, j \in E, t \geq 0\}$ 을 semi-Markov

kernel이라고 한다.

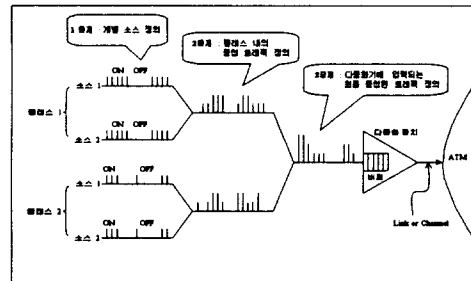
MRP는 재생과정과 연속시간 마코프과정을 보다 일반화시킨 것으로서 다양한 형태의 트래픽을 모형화하는 데에 적용될 수 있다. 특히 on-off 소스와 같이 양의 상관관계를 가지는 트래픽들의 상관관계를 잘 표현할 수 있다. 위에서 정의한 MRP는 연속시간의 경우를 가정한 것으로, 이산시간 MRP와 이의 semi-Markov kernel은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pr(X_{n+1} = y, T_{n+1} - T_n = k\tau | X_n = x) \\ = G(x, y, k), \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

여기서  $\tau$ 는 한 셀의 길이를 나타내는 시간단위로, 본 연구에서는 편의상  $\tau = 1$ 로 두기로 한다.

## 3. ATM 트래픽 모델

본 연구에서는 이해를 돕고자 class를 두 개로 하고, 각 class에 동질의 on-off 소스 두 개가 있는 것으로 모형을 설명한다. [그림 1]은 트래픽 모델링 순서를 간략히 표현하고 있다.



[그림 1] ATM에서 입력 트래픽 모형화 순서

### 3.1 개별 트래픽 모형

이 절에서는 [그림 1]의 1단계로 개별 on-off 소스를 MRP로 표현한다. on-off 소스에 대하여 상태와 semi-Markov kernel을 정의함으로써 MRP로 표현 가능하다. on-off 소스에서 상태는 on(=1)과 off(=0)로 정의할 수 있으며, semi-Markov kernel은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_i(k) = \begin{bmatrix} 0 & f_i^{off}(k) \\ f_i^{on}(k) & 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2$$

여기서  $i$ 는 소스 수를 나타내며,  $f_i^{off}$ 와  $f_i^{on}$ 은 각각 off상태와 on상태에 머무는 시간의 분포를 나타낸다. 그리고, 각 상태에 머무는 시간은 일반

분포를 따른다.

다음은 class의 트래픽 중첩과정을 살펴보기에 앞서 중첩과정에 사용되어야 할 식으로써 재생이론으로부터 얻어지는 식을 살펴보도록 한다.

$f(k)$ ,  $0 \leq k \leq 1$ ,  $k \geq 0$ 은 확률밀도함수이고,  $\bar{M} = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot f(k)$ 이라 하자.  $F(k) = \sum_{l=0}^k f(l)$ 는  $k$ 까지의 분포함수이며, 이 때 잔여 수명 시간의 함수는 다음과 같다[1].

$$\hat{f}(k) = \frac{1 - F(k-1)}{\bar{M}}, \quad k = 1, 2, \dots$$

그리고,  $\hat{F}(k) = \sum_{l=0}^k \hat{f}(l)$ 는  $k$ 까지 잔여 수명 시간 함수의 분포함수이다.

### 3.2 class 중첩과정

이 절에서는 [그림 1]의 2단계로써 동질 트래픽으로 이루어진 한 class에서 중첩된 트래픽의 형태를 살펴본다. 먼저 중첩된 트래픽의 상태는 전이가 발생한 시점, 즉 두 소스 중 하나의 상태가 변화(on → off 또는 off → on)한 시점에서 다음과 같이 정의할 수 있다.

$E = \{(x_1, t_1), (x_2, t_2)\} : x_1, x_2 = 0, 1 \quad t_1, t_2 = 0, 1 \quad t_1 + t_2 \neq 0$   
 여기서  $i$ 는 소스의 수를 나타내며,  $x_i$ 는 전이가 발생한 직후 소스  $i$ 의 상태(on이면 1 또는 off이면 0)이고,  $t_i$ 는 그 때 소스  $i$ 의 상태가 바뀌었으면 1, 바뀌지 않았으면 0의 값을 갖는다. 관측시점은 전이가 발생한 직후이므로  $t_1 + t_2 \neq 0$ 이다.

일반적으로 class 내의 소스 수가  $N$ 개라면, 중첩된 과정의 상태 정의는 다음과 같고, 상태의 수는  $2^N(2^N - 1)$ 이 된다.

$$E = \left\{ \{(x_1, t_1), (x_2, t_2), \dots, (x_N, t_N)\} : x_i \in \{0, 1\}, t_i \in \{0, 1\}, \sum_{i=1}^N t_i \neq 0 \right\}$$

다음은 중첩된 트래픽의 semi-Markov kernel  $G(k) = [g(u, v, k)]$ ,  $u, v \in E$ ,  $k = 1, 2, \dots$ 를 개별 semi-Markov kernel  $F_i(k)$ 를 가지고, 다음과 같은 방법에 의해 구해본다. 여기서,  $u, v$ 는 전이가 일어난 시점, 즉 소스 가운데 하나가 상태변화를 일으켰을 때 각 소스의 상태를 나타낸다. 소스  $i$ 에 대하여  $t_i(u)$ ,  $t_i(v)$ 에 근거하여 다음 네 가지의 경우가 있을 수 있다.

- ①  $t_i(u) = t_i(v) = 0$ . 이 경우는  $x_i(u) = x_i(v)$ , 즉 소스  $i$ 에서 on의 갯수변화가  $u, v$ 에서 모두 없었음을 나타낸다. 이는 상태  $x_i(u)$ 에 머문 시간, 즉 잔여수명시간이  $k$ 보다 커야함을 의미한다.  $\varphi_i(u, v, k) = 1 - \hat{F}(x_i(u), k)$
- ②  $t_i(u) = 0, t_i(v) = 1$ . 이 경우는 상태  $x_i(u)$ 에서 잔여 수명시간이  $k$ 임을 나타내고 있다.  $\varphi_i(u, v, k) = \hat{f}(x_i(u), x_i(v), k)$
- ③  $t_i(u) = 1, t_i(v) = 0$ . 이 경우는 상태  $x_i(u)$ 에서 머무는 시간이  $k$ 보다 커야 함을 나타내고 있다.  $\varphi_i(u, v, k) = 1 - \hat{F}(x_i(u), k)$
- ④  $t_i(u) = 1, t_i(v) = 1$ . 이 경우는 상태  $x_i(u)$ 에서  $x_i(v)$ 까지의 sojourn time이  $k$ 임을 나타내고 있다.  $\varphi_i(u, v, k) = \hat{f}(x_i(u), x_i(v), k)$

소스 1과 소스 2는 서로 독립이므로 다음과 같이  $g(u, v, k)$ 를 구할 수 있다.

$$g(u, v, k) = \prod_{i=1}^2 \varphi_i(u, v, k) \quad (3.1)$$

일반적으로 소스의 수가  $N$ 개라면,  $N$ 개의 곱으로 표현할 수 있다.

semi-Markov kernel  $G(k) = [g(u, v, k)]$ 의 상태는 벡터로 이루어진 것인데, 상태의 수가 많아지므로 상태결합방법으로 새로운 상태로 정의해야 한다. 결합 방법은 class 내의 소스는 동질 트래픽으로 같은 셀 발생률을 가지고 있기 때문에, on 상태의 수가 같은 상태끼리 결합한다.

결합된 상태들에 의해서 축소된 semi-Markov kernel  $\bar{G}(k) = [\bar{g}(i, j, k)]$ 은 원래 semi-Markov kernel  $G(k) = [g(u, v, k)]$ 과 내재 마코프 체인의 안정상태 확률벡터  $\{\pi_u, u \in E\}$ 를 가지고 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{g}(i, j, k) = \frac{\sum_{u=2}^N \sum_{v=2}^N \pi_u g(u, v, k)}{\sum_{u=2}^N \pi_u}, \quad i, j = 0, 1, 2 \quad (3.2)$$

이로써 한 class 내에서 중첩과정 상태는  $\{0, 1, 2\}$  (on 소스의 개수)로 정의되며, 새로운 semi-Markov kernel은  $\bar{G}(k) = [\bar{g}(i, j, k)]$ 이다.

### 3.3 통합된 트래픽 모형

이 절에서는 [그림 1]의 3단계로 통합된 트래픽은 두 개의 class에서 중첩된 과정을 다시 중첩하는 과정이 된다. 식(3.2)에서 정의한 각 class별 semi-Markov kernel을  $G_j(k) = [g_j(y, s, k)]$ ,  $j=1, 2$  이라 하자. 먼저 중첩과정의 상태를 정의하면 다음과 같다.

$E = \{(y_1, t_1), (y_2, t_2) : y_j \in \{0, 1, 2\}, t_j \in \{0, 1\}, t_1 + t_2 \neq 0\}$   
 여기서  $j$ 는 class의 수를 나타내며,  $y_j$ 는 전이가 발생한 직후 class  $j$ 의 상태(on소스 개수)이고,  $t_j$ 는 그 때 class  $j$ 의 상태가 바뀌었으면 1, 바뀌지 않았으면 0의 값을 갖는다. 관측시점은 전이가 발생한 직후이므로  $t_1 + t_2 \neq 0$ 이다.

일반적으로, 클래스 수가  $M$ 개이고, 클래스 내의 소스의 수가  $N$ 개라면, 중첩 과정의 상태 정의는 다음과 같고, 상태의 수는  $(N+1)^M (2^M - 1)$ 이 된다.

$$E = \{(y_1, t_1), (y_2, t_2), \dots, (y_M, t_M) : y_j \in \{0, 1, \dots, N_j\}, t_j \in \{0, 1\}, \sum_{j=1}^M t_j \neq 0\}$$

다음 최종 중첩과정은 3.2절에서 제시한 방법과 동일하게 식(3.1)에 의해서 semi-Markov kernel  $G_j(k) = [g_j(y, s, k)]$ ,  $j=1, 2$ 을 구할 수 있다. 그러나, 최종 중첩과정에서도 상태의 수가 너무 크기 때문에 분석상의 어려움이 있다. 식(3.2)의 상태결합방법으로 새로운 semi-Markov kernel을 정의하는데, class 내의 동질 트래픽 중첩과정과는 달리, class간에는 셀 발생률이 동일한 것끼리 결합하는 것이 타당하다. 다음은 식(3.2)와 같이 새롭게 정의된 다중화기에 입력되는 통합된 트래픽의 semi-Markov kernel  $\bar{Q}(k) = [\bar{q}(l, m, k)]$ 이다.

$$\bar{q}(l, m, k) = \frac{\sum_{w=Z_1} \sum_{z=Z_2} \pi_w g(w, z, k)}{\sum_{w=Z_1} \pi_w}$$

4. 이산시간 MR/D/1/B 대기모형

최종 통합 트래픽이 유한 버퍼  $B$ 를 가지는 ATM 다중화 장치로 입력되는 경우를 살펴보고자 한다. 다중화 장치의 처리 용량을  $c \geq 1$  라 두고 처리되고 있는 셀들을 포함하여 어떤 한 순간 다중화 장치에 존재하는 총 셀 수의 최대치는  $B \geq c$  이고, 따라서 실제 순 버퍼의 크기는  $B - c$  이다. 여기서 다중화 장치의 대기 공간 내에  $n$ 개의 셀이 존재할 안정상태 확률  $\pi_n$ ,  $0 \leq n \leq B - c$ 을 구한다.  $\pi_n$ 으로부터 셀손실확률(Cell Loss Probability)

을 구할 수 있다.

본 시스템에서 한 slot내에서 일어나는 상황은 Hunt[6]의 early arrival timing 모델로 가정한다.

- ① 상태 변화가 slot 초기 부분에서 일어남.
- ② 셀의 도착 발생
- ③ 대기 중인 셀의 처리
- ④ 처리된 셀이 이탈

다중화 장치, 즉 대기 시스템의 상태는 입력되는 프로세스의 현재 상태를 나타내는  $h \in E$  와 매 slot 초기에 버퍼 내에 있는 셀의 개수  $0 \leq n \leq B - c$  로 구성되는  $(n, h)$ 로 나타낸다. 그런데 입력 프로세스가 마코비안 성질을 가지지 못하기 때문에 매 slot마다의  $(n, h)$ 는 마코프 체인을 형성하지 못한다. 그렇지만 입력 프로세스의 상태가 변화하는 직후 시점에 국한해서 시스템의 상태를 보면 이는 마코프 체인을 형성한다. 그래서 내재점을  $h$ 가 변화하는 시점으로 잡는 내재 마코프 체인의 전이 확률들을 구하고 이를 토대로 시스템 상태  $(n, h)$ 의 안정상태 확률  $\hat{\pi}(n, h)$ 를 구하게 된다. 이는 다시 임의 시점 확률  $\pi(n, h)$ 로 수정된다.

$(n, h)$ 의  $p((n, h)(n', h'))$ 를 구하는 과정을 살펴 보도록 한다. 입력 프로세스의 상태가  $h$ 로 전이하기 직전 다중화기 내에 셀의 개수가  $n_0$ 개 이었는데,  $k$  slot만에  $h'$ 상태로 전이하였다고 하자. 그러면  $r$  slot 후의 버퍼 내 셀 수 변화는 다음과 같이

$$n_r = \max(0, \min(n_{r-1} + a(h), B) - c), \quad r = 1, 2, \dots, k \tag{4.1}$$

에 의해 축차적으로 얻을 수 있다. 이를 가지고 전이 확률을 구하는 기본식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p((n_0, h)(n', h')) = \sum_{k \text{ such that } n_k = n'} \bar{q}(h, h', k)$$

이렇게 구성된 전이확률행렬  $\mathbf{P} = [p((n, h)(n', h'))]$ 로부터  $\hat{\pi} = \hat{\pi} \mathbf{P}$  과  $\sum \hat{\pi}_i = 1$ 를 통해 안정상태 확률 벡터  $\hat{\pi}$ 를 구할 수 있다. 여기서 행렬  $\mathbf{P}$ 는 전이가 이루어진 직후 시점들을 내재점으로 하는 마코프체인의 전이확률행렬이므로  $\hat{\pi}$ 역시 전이직후 시점에서의 안정상태확률벡터이다. 임의시점에서 안정상태확률벡터  $\pi$ 는 다음과 같은 사실에 기인하여 구한다.

전이가 일어난 직후의 상태가  $(n_0, h)$ 이고 전이가  $k$  slot 지나서 발생한다고 하면 그 사이의 상태들은 확률 1로써  $(n, h)$ ,  $r=1,2,\dots,k-1$  이 될 것이다.  $n_r$ 은 식(4.1)에 의해서 얻어지는 값이다.

일반적으로 어떤 주어진 상태  $(n, h)$ 는  $(n_0, h)$  상태에서 0 slot 후에(이 경우는  $n=n_0$ ),  $(n_1, h)$  상태에서 1 slot 후에,  $(n_2, h)$  상태에서 2 slot 후에,  $(n_r, h)$  상태에서  $r$  slot 후에 얻어지는 상태이므로, 임의시점에서  $(n, h)$  일 안정상태 확률벡터는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\pi(n, h) = \sum_{\text{all } h} (\hat{\pi}(n_0, h) \cdot \bar{q}(h, h', 1) + \hat{\pi}(n_1, h) \cdot \bar{q}(h, h', 2) + \dots + \hat{\pi}(n_r, h) \cdot \bar{q}(h, h', r+1) + \dots) \quad (4.2)$$

#### 4.2 셀손실확률 계산

식(4.2)에서 구한 임의시점 확률벡터  $\pi$ 로 시스템 내 평균 셀 수 또는 셀 손실률과 같은 각종 성능 척도들을 구할 수 있다. 특히 셀 손실확률  $P_{loss}$ 는 평균 셀 손실률을 평균 도착률로 나누어서 구하게 되는데 식은 다음과 같다.

$$P_{loss} = \frac{\sum_n \sum_h \max(n + a(h) - B, 0) \cdot \pi(n, h)}{\sum_n \sum_h a(h) \pi(n, h)}$$

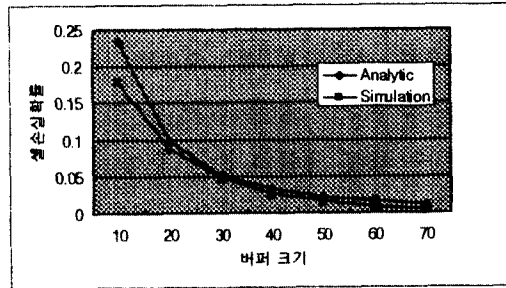
#### 5. 실험결과

본 연구에서 제시한 방법에 대한 타당성 검토 및 어떠한 특성을 갖는 트래픽에 적용할 수 있는지를 알아보기 위해 다음과 같은 조건하에 시뮬레이션과 비교 검토하였다.

클래스 수는 2개, 각 클래스 내에 있는 트래픽 수는 2개, 셀 발생률은 클래스 1은 2, 클래스 2는 1로 두고, 개별 트래픽에 있어서 on-off기간은 기하분포로 가정하였다. 그리고, 처리용량  $c=1$ 로 두었다.

on-off 기간에 차이를 두고 버퍼 크기 변화에 따라 본 연구에서 제시한 방법과 시뮬레이션과의 차이점을 살펴보는 것으로써, [그림 2]는 on기간과 off기간의 차이가 1:8로 on 기간에 비해 off 기간이 상당히 긴 경우이며, 거의 비슷한 결과가 나오는 것을 볼 수 있었다. 버퍼의 크기가 작은 경우 다소 차이가 나는 것을 볼 수 있는데, 이는 상

태결합방법에 따른 데이터 손실에 의한 오차라고 볼 수 있다.



[그림 2] on기간 : off기간 = 1 : 8 인 경우

#### 6. 결론

본 연구에서는 ATM으로 입력되는 이질 트래픽들을 MRP로 표현하여 다중화기의 성능분석을 위해 셀 손실확률 계산식을 설명하였고, 본 연구에서 제시한 방법에 대한 타당성 검증을 위해 시뮬레이션과 비교 검토하였다. [그림 2]와 같이 간헐적인 트래픽의 경우에 있어서는 본 연구에서 제시한 방법이 잘 맞는 것을 알 수 있다. 하지만, 좀 더 많은 실험을 통하여 비교 검토할 필요가 있으며, 분석에 있어서 입력 소스의 수가 많으면 많을 수록 상태의 수가 많아지므로 계산상의 문제가 문제점으로 남아 있다.

#### 참고문헌

- [1] 이호우, 대기행렬이론, 도서출판 기술, 1998.
- [2] Elsayed, K.M., "Performance analysis of statistical multiplexing and call admission control in high-speed networks", Ph.D. dissertation, North Carolina State Univ., 1995.
- [3] Grassmann, W.K. and Jain, J.L., "Numerical solutions of the waiting time distribution & idle time distribution of the arithmetic GI/G/1queue", *Oper.Res.*37, pp141-150. 1989.
- [4] Hasslinger, G., "Semi-Markovian modelling and performance analysis of variable rate traffic in ATM networks", *Telecommunication Systems*, vol. 7, pp.281-298. 1997.
- [5] Herrmann, C., "Analysis of the discrete-time SMP/D/1/s finite buffer queue with applications in ATM", *IEEE INFOCOM*, San Fransosco, pp160-167. 1993.
- [6] Hunt, J. *Mathematical Techniques of Applied Probability. Vol.2: Discrete Time Models: Techniques and Applications*, Ch.9, Academic Press, 1983.