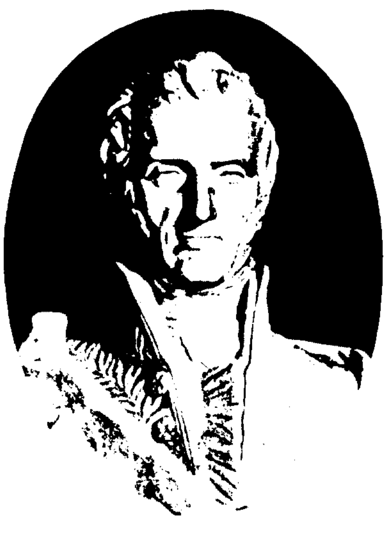
제 12 장
19세기의 고전 및 응용동수역학

고찰하는 관점이 아무리 다르다 할지라도 실험수리학과 이론동수역학은 19세기를 통털어 충분히 비교될 만한 진전을 이루었다. 현장에서의 연구는 공동연구의 공통된 목적이나 기초가 없는 듯하여 후자와는 구별된다. 그럼에도 불구하고 모든 유용한 기법과 결과를 찾는데 최선을 다하는 다른 관점에 가치를 부여하는 몇몇의 연구자가 있었다. 혹자는 배경으로서 다른이는 성과물로서 제시하였고, 이들을 하나의 범주로 할당하기는 어렵다. 예로 Reech와 Bresse는 비록 훈련된 공학자이고 실험수리학자로 전 장에서 분류되었지만 분석적 방법들로 주로 공헌하였다. 그리고 이 장에서 논의될 이들 중 하나는 그의 실험들에서 상당한 호평을 얻었다. 물론 수리학에서 가장 위대한 발전은 논리적으로 타당한 논거와 실제에 대한 예리한 인식의 조화로부터 기대되는 것임에 틀림없다. 그러나 만일 진보에 영문을 알 수 없는 경험적 공식이 종종 유효하다는 것을 안다면, 그당시 실제로 사용되지 않은 듯한 수학적 분석으로부터 그 진보가 유래한다는 것을 또한 깨닫게 될 것이다. 이제 후자의 관점에 초점을 맞출 것이다.


Louis Marie Henri Navier

당연히 논의 될 첫번째 인물은 교육, 직업 모든 면으로보아 공학자인 Louis Marie Henri Navier(1785-1836)이며 그의 이름은 순수하게 수학적 분석을 통하여 얻은 식때문에 오늘날 가장 빈번히 접하게 된다. Dijon출신의 Navier는 보통의 학문적 수련 후 Ponts et Chaussées에 들어갔다. 그리고 Ecole Polytechnique과 Ecole des Ponts et Chaussées에서 역학을 가르치고, 특히 교량건설분야에서 군과 실질적인 활동을 계속했으며, 다양하게 연관된 분야들에 대하여 집필한 세 부분으로 구분되는 활동을 하며 여생을 보냈다. 가장 유명한 그의 업적은 교량에 관한 두권의 보고서이다. 그리고 그는 파리의 세느강을 가로지르는 현수교의 설계로 상당한 주목을 받기도 했는데 그 교량은 세워진 후 한 교각의 침하로 인해 곧 무너졌다. 최근에 관심을 끄는 논문이 1822년에 Académie des Sciences에 “Mémoire sur les lois du mouvement des fluides.”란 제목으로 발표되었다.

Navier는 거기서 Euler가 했던 같은 방식으로 유체의 움직임을 분석하였다: 그러나 그는 Euler가 다룬 힘들에 인근 입자간의 가상의 인력 혹은 반발력을 더 고려하였다[1].

> 만약 유체가 움직이고 있다면, 일반적으로 주변의 분자들이 서로 접근하거나 멀어진다고 추정된다. 이들 주변환경에 의해 반발력들이 달라진다고 인정하는 것은 자연스럽다. 정지상태의 유체에서 주변 분자들은 반발력과 압축력의 상쇄상태에 의해 결정되는 각각의 거리에 위치하며, 이것이 물체가 차지하는 면적을 결정하며 온도와 외부에서 작용하는 압력 등에 따른다. 그리고 앞으로 연구들에서 유체의 운동효과에 의해, 즉 분자들이 접근하거나 멀어지는 속도의 일정 비율에 의해 분자의 반발작용은 증가하거나 감소한다는 것이 원칙으로 받아들여진다.

인접한 분자들의 상대적 속도의 작용으로 가정된 비율을 제외하면 Navier는 분자간격의 미지함수의 항으로 그 크기를 표현하였다. 그리고 몇몇 작용력과 그로인한 유체가속의 좀 더 복잡한 분석에 의하여 그는 각각 three Eulerian equation이라는 다음과 같은 전형적인 수정을 하였다.

$$P-\frac{dp}{dx}=\rho\left(\frac{du}{dt}+u\frac{du}{dx}+v\frac{du}{dy}+w\frac{du}{dz}\right)-\varepsilon\left(\frac{d^2u}{dx^2}+\frac{d^2u}{dy^2}+\frac{d^2u}{dz^2}\right)$$

여기서 ε은 단순히 분자간격의 함수를 표현하며 Navier는 여기에 특별한 물리적 중요성을 부여하지 않았다.

이론에 대하여 미리 고려한 바 없는 Clemens Herschel의 계측원칙에 따른 실질적 발견과 완전히 반대로, 해석적 기법으로서 그 힘의 평가가 없는 이론적인 발견을 한 예이다. Navier가 이것을 관을 흐르는 등류의 해석에 적용하려한 것은 사실이다. 그러나 그의 믿음에도 불구하고 오히려 그 결과는 맞지 않았는데, 그 원인의 일부는 이미 받아들였던 실험상의 적용 때문이고 일부는 유체저항의 내부구조 같은 이론적 추론능력이 부족했던 탓이다.

> 원형관에 대한 이 표현과 구형에 대한 그 이전의 발견을 비교해보면, 구형 혹은 원형관의 평균유속을 같은 값으로 하는 것을 알 수 있는데 이때 그 크기는 같고 매우 작다. 더우기 이 결과는 유속의 값이 보통 유체의 응집력 혹은 점성이라 불리는 유체입자들간의 상호작용에 무관하다는 것을 보여준다. 그 값은 거의 유체와 경계면사이에 존재하는 점착성에 의존하게 되는데 유속이 클수록 점착성은 작아진다. 관이 매우 작고 직경에 비례하여 다른 것은 동일하며 평균유속이 증가할때 유속은 직경이 증가하는 것보다 훨씬 빠르게 증가하는 경향이 있다. 그리고 유체점성의 영향이 점점 더 커지고 결국 직경이 매우 커졌을때 유체의 평균유속을 지배하게 된다.

분자의 인력과 반발력에 대한 Navier의 개념은 Baron Augustin Louis de Cauchy(1789-1857)의 효과를 따랐다. 그도 역시 Ponts et Chaussées의 공학자였으나 건강

을 잃고 Lagrange와 Laplace의 충고를 받아들여 수학에 완전히 몰두하게 되었다. 그리고 매우 효과적이었기 때문에 수학자가 될 수 있었고 수학자로서 상당한 명성을 얻었다. 예를 들면 그는 파동의 해석에 큰 공헌을 하였다(오늘날 Mach수는 한때 그의 명성으로 Cauchy수로 불리웠다). 그러나 1816년의 그의 수상작 "Mémoire sur la théorie des ondes"는 오직 다른 동수역학자에게 이해되었다. 그가 확장한 Navier 방정식은 1828년 그의 논문 "Exercies de mathématiques"에 실려 있다

이러한 식들은 Simeon Denis Poisson(1781-1840)에 의해 다른 근거로 다시 유도되었다. 그도 역시 Lagrlange와 Laplace의 친구로, 의학으로부터 수학분야로 들어왔다. 그의 주요한 관심사는 역학, 탄성, 열 그리고 음향이었다. 그러나 그 시대의 다른 수학자들처럼 그도 역시 일반적인 파동에 관하여 기술하였다. 그는 1829년의 "Mémoire sur les équations générals de l'équlilibre et du mouvement des corps solides élastiques et des fluides"에서 압축성 유체의 흐름에 관하여 탄성체의 평형식을 적용하였다. 여기서는 저항현상같은 불완전 개념의 정립에 매우 흥미로운 점이 있다. 이를 Poisson은 다음과 같이 설명하였다. 정적 평형상태에서 압력은 모든 방향에서 같은 반면에, 움직이는 동안에 입자가 지체되는 경향은 방향성을 갖는 압력의 변화때문이다. 그는 더우기 다음과 같이 기술하였다 [2].

> ...관찰하는데 있어 단지 불완전유체의 점성으로 암시되는 효과에 대하여 당황할 필요가 없다. 문제에 있어 그 효과는 충분한 점성이 없는 액체에서 발생할 수 있다. 그리고 심지어 기체 형태인 유체에서도 나타나는데 이때 무엇보다도 그들의 진동이 극단적으로 빠를 때 고려된다. 점성이 있을때는 액체의 활동을 방해하며 길던 짧던 간에 시간이 흐른후 모든 방향의 압력이 같아 지는데 이는 분자들의 상호작용 탓이다. 그리고 점성액체는 고체들과 완전유체 사이의 좁은 간격으로 간주하며 단지 우리가 고려해야 할 것은 이 Mémoire의 나머지 이다.

Saint-Venant 또한 그가 저술한 많은 것들중에 그 문제를 취급하였다. 그러나 그는 실제로 생기는 내부응력을 대신 고려하여 분자특성이 불명확한 양태를 피하였다. 그의 해석은 1843년의 발췌문"Note á joindre au mémoire sur dynamique des fluides"에 실렸고, 거기서 다음과 같은 것이 인용되었다 [3] :

> 움직이는 유체에서 미끄러짐이 없는 방향의 압력의 접선성분은 없다. 마찰력이 영인 방향은 각 면에서 미끄러짐도 영이다. 혹은 주된 접선성분은 주된 미끄러짐과 같은 방향을 갖는다. 마찰력이 그에 의존하는 미끄러짐에 의해 생성된다면 미끄러짐이 일어나는 바로 그 방향에서 미끄러짐활동에 저항하게 된다 · · · 이것은 단지 내가 만든 가설이다.

Saint-Venant는 Navier식을 더욱 합리적인 근거로 유도했을뿐 아니라 그렇게 함으로서 세 법선과 접선응력을 속도경사와 계수 ε의 특별한 형태로 구했다.

$$p_{xx}=p+2\varepsilon\frac{du}{dx} \qquad p_{xy}=\varepsilon\left(\frac{du}{dy}+\frac{dv}{dx}\right)$$

계수 그 자체에 대하여 그는 다음과 같이 말했다.

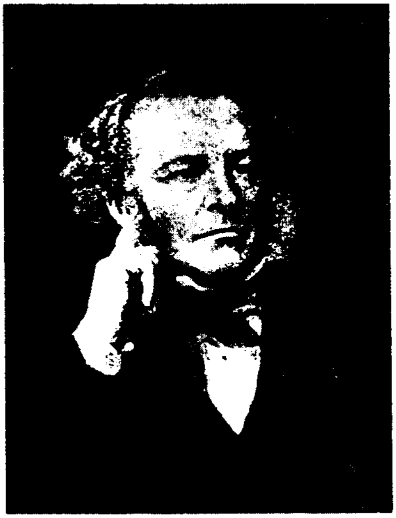
> ε이 모든 점에서 같다는 선행조건을 요구하지 않기 때문에 아직은 해가 완벽하게 의문점이 없지는 않다. 그러나 그 식을 포함하는 것과 그리고 이들 공식들에 필요한 가정과 합당한 부분으로 어떤 해석을 증명하는 것은 유용하다.

사실상 Saint-Venant의 유도는 층류 흐름에 제한을 받는 것이 아니라 난류로 가정한 형태의 응력을 포함하는 운동의 어떠한 상태에 적용된다. 더우기 그는 다른 저술에서 응력은 국부적 와 형성의 강도에 비례한다고 암시하였다. 부당하게도 그의 식이 매우 일반적임에도 불구하고 그의 이름은 오늘날 사용된 어떤 몇몇 형태와 결부되지 않았다.

점성유체의 움직임에 관한 식의 고안에 Navier의 이름과 최종적으로 자신의 이름을 연결시킨 사람이 영국의 수학자인 Sir George Gabriel Stokes(1819-1903)이다. 그는 Ireland의 Skreen 태생으로 Cambridge에서 교육받았고 그의 여생은 영국에 남아서 이론적 물리학에 대한 영국의 명성에 큰 공헌을 하였다. 사실 그는 Newton이래 최초로 Cambridge에서 Lucasian 교수직과 영국 학술원의 서기관직을 역임했고 결국 서기장을 역임했다. 영국학술원이전에 그가 발표한 수백편의 논문은 특히 동수역학을 포함한 많은 영역에 걸쳐있다. 그의 1845년의 논문"On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of thd Equilibrium and Motion of Elastic Solids"는 오늘날에도 이용하고 있는 방법으로 유도한 Navier-Stokes식을 포함하고 있고, 더욱 일반적인 계수ε을 동점성계수 μ로 대신했다. 그러나 Stokes도 역시 기존의 실험적 자료에 의해 오류를 범하였다. 다음의 기술을 따르면 [4]

> 고려해야 할 다음 경우는 고체와 접촉하는 유체의 경우이다. 이 경우에 대하여 내가 가정해야 할 첫 번째 문제는 고체와 접촉하는 유체의 막이 고체의 표면에 대하여 상대적으로 움직이지 않는다는 것이다. 다음 고려로부터 이 상황을 유도하려 노력했다. 가설의 적용에 따르면, 만약 유체를 나누는 가상적인 면에 관하여 유체 입자의 움직임이 상대적으로 매우 크다면, 움직임을 일으키는 접선방향의 힘은 매우 클 것이며 결국 상대적으로 힘의 양은 매우 빠르게 소멸할 것이다. 한계를 지나 어떤 초기점의 속도가 어떤 가상적인 면을 가로지르며 불연속하게 바뀌었다면 움직임을 연속적으로 하기 위하여 접선방향의 힘은 서로 무한히 가까운 입자들의 유한한 상대적 움직임을 즉각 없애는 작용을 유발할 것이라고 추정할 수 있다. 그리고 유사하게 유체와 고체의 접촉면에 대해서도 같은 사실을 추정할 수 있다. 언급했던 상태에 따라 긴 직선의 원형관과 구형 수로들의 유량을 계산하고 그 결과적인 공식들과 Bossut와 Dubuat의 실험과 전혀 일치하지 않는다는 것을 알았다 · · · 사실상 그것은 접선방향의 힘은 속도가 매우 작지 않을 때는 거의 속도의 제곱으로 변한다는 것이 실험에서 나타난

다 · · ·



George Gabriel Stokes

Stokes가 이론과 실험의 일치점을 찾을 수 있는 방법은 경계와 닿은 물은 속도가 영이 될 가질 필요는 없다는 것을 인정하는 것이다:

나는 유속이 매우 작지 않을 때는 관의 안쪽에 물의 미끄러지는 운동을 유발하는 접선방향의 속도의 거의 제곱으로 변한다고 말했다. 이 사실은 자연스러운 설명으로 받아들여진다. 물의 흐름이 장애물을 지나갈 때 그것은 유속에 거의 제곱으로 변하는 저항을 유발한다. 지금 비록 관의 안쪽면이 잘 닦여 있다 할지라도 작은 요철이 존재하여 흐름에 대한 많은 방해물을 생각할 수 있다. 각각의 작은 요철은 거의 유속의 제곱으로 변하는 저항을 발생할 것이다. 그 결과 관의 표면에 대한 접선방향의 움직임도 거의 유속의 제곱으로 변할 것이다. 그리고 유체에 대한 관의 같은 방향 또는 반대 방향에서의 반응도 똑같은 사실임에 틀림없다. 이러한 이유로 해서 접선방향의 힘은 관과 가까운 유체와 결합되어 적어도 유속이 충분히 적을 때 유지된다.

주어진 주변 환경하에서 비록 긴 직선 관로 또는 수로를 통한 유체의 유량은 유체와 고체의 접촉면을 만족하는 조건들을 알아야 계산될 수 있다지만, 그것은 해를 얻는 좋은 접근 방법일 것이다.

Stokes가 취한 방법은 벽에서 미지의 미끄러짐을 가정하였다. 그 저항은 그것의 함수로 가정할 수 있고 벽속도에 상응하는 요즘 친숙한 포물선형 속도 함수를 주장하였다. 그는 벽의 상태는 저항의 내부적 구조에 효과적으로 영향을 미치지 못한다고 가정했다. 따라서 그의 결과는 오직 미끄러짐이 없는 상태에 대하여만 정확해진다. 그러나 그의 1851년 논문"On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums"에서 경계면과 유체간의 상대적 운동의 가능성을 더 이상 밝히지 못했다 [5] :

이제, 고체와 바로 접해있는 유체가 유한한 속도로 빠르게 흐를 수 있다면 유체 자체에 미치는 움직임으로 볼 때 유체보다 고체가 유체에 미치는 움직임으로 볼때 더욱 더 매끄럽다. 그러므로 유체의 경계면에서 만족되는 조건을 따라 접촉되는 고체입자와 유체입자의 속도, 크기, 방향은 모두 같을 것이다.

계속되는 해석과정에서 그는 2차원 유동에 대한 Lagrangian 유함수를 구의 흔들림을 포함하는 축대칭의 점성부정류로 확장시켰다. 최근의 관심은 그가 그와같은 운동에 대한 한계로서 침강속도에 대한 표현을 얻었다는 사실이다.

$$v=\frac{2g}{9\mu}\left(\frac{\rho_s}{\rho}-1\right)r^2$$

이는 오늘날 Stokes의 법칙으로 알려져 있다.

Stokes 역시 파동을 다룬 동수역학자들의 관습을 따랐다. 그의 1847년 논문"On the Theory of Oscillatory Waves"에서 비회전류 상태의 심해파에 대한 Gerstner의 해석에 대한 검토 뿐 아니라 약간 다른 밀도의 유체 사이의 접촉면에서의 파에 대한 연구를 포함하여 속도 포텐셜의 힘을 보였다. 그러나 이 기간에 파에 대한 가장 강열한 취급은 Stokes의 동포인 Sir George Biddle Airy(1801-1892)에 의한 것이다. Airy역시 짧은 기간동안 Cambridge에서 수학의 Lucasian 교수직을 역임했다. 그는 Cambridge 천문대의 책임자가 되었고 결국 Greenwich의 천문대장이 되었다. 그의 관심사는 천문학 뿐만아니라 수학적 물리학의 모든 면과 관련된 것이었다. 예로서 그는 지구의 평균 밀도와 광산의 수직갱에서 진자실험으로 높이에 따른 g의 변화를 결정하였고, 지구의 조수에 대한 해와 달의 효과를 자세하게 연구하였다. 후자의 연구에서 일반적인 파동의 상세한 연구의 필요성을 증명하였고 1845년 Encyclopaedia Metropolitana의 "Tides and Waves"부분에서 이를 수행하였다. 여기서 그는 Newton, Bernoulli, Laplace, Lagrange, Cauchy의 이론적 연구와 Weber형제와 Russell의 실험적인 연구들을 세밀히 검토하였을 뿐아니라, 변하는 경계조건하에서 작은 진폭의 천해 및 심해파의 구조에 대한 방대한 기초들을 동수역학적으로 공식화 하였다. 그의 해석의 확장이 거의 전형적이지만 수리학에서 파장 λ와 수심 y의 효과 사이에 기초적인 관계는 Airy의 덕이다.

$$c=\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\tanh\frac{2\pi y}{\lambda}}$$

그리하여 그는 Russell의 "great primary wave of translation"은 위대하지도 기초적이지도 않으며 단순히 접근시에 제한된 것이며 그의 실험에서 결코 실제로 받아들일 수 없다고 결론내리게 되었다. 사실 비록 유한진폭 장파의 단순화한 처리지만, Airy는 전파속도의 깊이에 따른 변화는 일반적으로 시간에 따라 연속적으로 변하는 수면형상에 기인한다는 것을 였다. 그리고 그는 이 원인인 수면형상의 변화에 대한 Russell의 관찰에 공헌하였다.

Stokes가 동수역학의 더욱 관습적인 국면에 공헌한 반면, 두명의 독일 물리학자는 2차원의 비회전류에 대한 연구에 등각변환(Lagrange가 탄생시키고 Cauchy가 크게 개선했으며


Hermann Ludwig Ferdinand
von Helmholtz

Riemann, Christoffel, Schwartz의 손에 의해 발전하였음)이라는 강력한 수학적 기법을 적용하기 시작했다. 한사람은 Potsdam태생으로 Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz(1821-1894)인데, 그는 처음에 Königsberg, Bonn, Heidelberg에서 생리학을 가르쳤고, Berlin에서 물리학을 가르쳤으며 거기서 Charlottenburg Physico-technical Institute를 관리했다. 다른 한 사람은 Gustav Robert Kirchhoff(1824-1887)로 Königsberg에서 태어나 Breslau, Heidelberg, Berlin에서 차례로 물리학 교수로서 일했다. 둘 다 파동과 점성흐름의 문제를 포함한 이론적, 실험물리학의 많은 면에 공헌하였다. Helmholtz는 사실 1873년 Berlin 과학원에 유체운동의 차원해석방정식을 제출하였는데 여기에 이미 우리가 오늘날 알고 있는 모형-원형 상사율에 대한 Froude, Reynolds, Mach범주가 포함되어 있다.

Helmholtz에게 가장 관심이 있던 동수역학 주제는 와운동의 해석이었다. 그러나 Berliner Monatsberichte에 1868년에 실린 그의 논문 "Ueber discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen"에서 처음으로 그는 파보다 다른 밀도를 가진 유체들의 자유수면에 관한 연구에 촛점을 맞추었다. 그는 접촉면의 파들에 대한 안정계수를 설정하였다. 그리고 계속 자유유선에 관한 논문들을 발표하였고 오늘날까지 계속되게한 2차원의 Broda outlet을 통한 흐름에 대해 그는 등각해석을 하였다.


Gustav Robert Kirchhoff

1845년 이전에 이미 흐름상태에 관한 연구에서 유원(source)과 흡입(sink)의 고안을 이용한 Kirchhoff는 Helmholtz의 해석을 평면 경계의 길쭉한 구멍을 통한 흐름과 잠겨있는 평판주위의 분리를 갖는 경계면 흐름에 관하여 확장시켰다. 1869년의 Crelle's Journal에 실린 Kirchhoff의 논문"Zur Theorie freier Flüssigkeitsstrahlen"에는 분사수면형상의 식과 제한 수축계수 $\pi/(\pi+2)=0.611$, 그리고 평판에 대한 항력계수 0.88이 포함되어 있다. 수축계수는 길쭉한 구멍(원형 오리피스), 수문, 칼날위어 등에 대하여 이론적인 한계를 가지고 있다. 항력계수는 밀도의 불연속이 없는 운동의 실제상태와 가정조건 사이의 불일치 때문에 상당

한 오차가 있다. 그러나 Kirchhoff의 방법은 평판과 다른 물체 아래의 공동에 대한 연구의 시점을 제공한다. 자유수면에서 생기는 공동현상의 역할은 Helmholtz의 1868년 논문에서 처음으로 논의되었다는 것을 주목해야 한다.

Darcy와 Bazin이 그랬던 것처럼 수리학의 발전에 중요한 인물이 Josepin Boussinesq(1842-1929)이다. 왜 동수역학의 장에서 그가 논의되는가? 그의 시대에 동수역학자는 물론 그가 결과를 얻는 방법은 수학을 사용하였고 기본적으로 그의 결과들의 실질성에 관심을 가졌기 때문에 그를 수리학자로 생각했다. 그러나 그는 손 보다는 지적으로 일했고, 운동의 기본적인 방정식으로부터 엄밀하게 진행했고 그의 기여는 완전히 해석적이였으며 그는 유용한 실험결과들과 조심스럽게 연결시켰다.

Hérault의 Saint-André의 농가에서 태어난 Boussinesq는 lyceé에서 가르치는 동안 Montpellier에서 고등교육을 마쳤다. 많은 중등학교에서 명목상 가르치는 동안 앞날에 대한 생각없는 시간의 연속이었으나 실제로 해석적인 연구에 몰두했다. 그는 빛과 열에 대한 두 가지 논문의 의견차이를 제출하고 1867년에 Paris의 Faculté des Sciences에서 박사학위를 받았다. 흥미나 능력부족이든 시간부족이든 간에 선생으로서의 평범성 때문에, Saint-Venant가 그에게 Lille에서의 교수직을 얻어줄 수 있었던 1873년 까지 그의 생계에 계속 영향을 미쳤다. 그러나 그는 정열적으로, 효과적으로, 그리고 탄력적으로 토질역학, 열역학, 동수역학의 계속적인 집필을 하였고, 결국 Saint-Venant가 죽은 후 Académie des Sciences에 선출되었다. 그가 Sorbonne의 교수로 임명된 것은 1885년이었고, 거기서 1896년까지 일했다. 널리 알려진 이야기를 따르면 그는 은퇴하기까지 마지막 40년동안 철저히 규칙적인 생활을 하였다. 매일 세시에 도서관의 같은 자리에 가서 문을 닫는 시간까지 남아있었다. 그의 관심은 결국 철학과 형이상학까지 확장되었다. 결정론과 자유의 조화를 추구하였고 Descartes처럼 인생자체에 수학적 질서를 가져왔다. 그는 과학이 복잡해지는 것을 특히 싫어했는데 이는 자신이 갖고 있는 단순의 원칙에 어긋나기 때문이었다.

Joseph Boussinesq

Boussinesq의 오십 혹은 그보다 더 많은 출판물중에 700페이지의 "Essai sur la théorie des eaux courantes"를 1872년에 Académie des Sciences에 제출하였는데 이는 수리학 강의록의 명작으로 남아있다. 여기 포함된 근본적인 기여의 대부분은 그가 이전에 이미 출간한 것이다. 그러나 여기에 관과 개수로 흐름을 같은 양만큼 취급하였고 이해의 집대성을 이루었다. 그는 책의 첫장에 다음과 같은 기술로 시작했다 [6] :

유체는 매우 좁은 관을 흐르느나 혹은 개수로나 관의 상당한 부분이 빈 채로 흐르느냐의 두가지 다른 방법으로 움직인다. 처음 경우는 그들의 흐름이 매우 연속적이고, 다시 말해 속도가 한 점으로부터 인근의 다른 점까지 각 순간에서 점진적으로 변하고, 이들 운동을 표현한 Navier에 의해 주어진 잘 알려진 공식이 모든 가정을 요구하며 젖은 경계면에서 속도가 영이라고 가정하면 이들을 지배한다.그러나 이런 규칙적인 움직임으로 부터 발달하는 마찰계수는 극히 작고 만일 그런 상태가 관이나 개수로에서 존재한다면, 가는 실같은 부근의 유체는 특히 벽근처의 속도에 커다란 차이가 나타난다.

만약 M. de Saint-Venant가 a hopeless enigma라고 말한 수리학적 경우를 바란다면, 첫 째, 한 점에서 다른 점으로 빠르게 혹은 갑자기 변하면서 흐르는 유체의 실제속도가 필요하며 이는 다시 말해 연속적인 운동의 경우에 비해 완전히 다른 크기를 갖는 마찰력을 생성할 수 있다는 것이다. 둘 째, 평균 국부속도 뿐만아니라 혹은 유체의 층들의 평균 상대 미끄러짐을 측정할 수 있는 일차미분, 또한 그 곳에서 유효한 와운동의 강도에도 의존하는 고정된 요소의 평균 움직임을 유발할 필요가 있다. 세 째, 지속적으로 구역의 다양한 점에서 와요동의 원인과 이들 원인에 따라 내부 마찰 계수가 변하는 것을 관찰할 필요가 있다. 네 째, 결국 주어진 순간에서 다양한 유체요소 체적의 동적평형을 표현하는 관계 뿐만 아니라 지극히 짧은 시간동안의 이들 관계의 평균값 혹은 요구될 수 있는 같은 지점을 계속 지나가는 유체입자의 평균동적평형의 방정식에 의존하는 운동의 방정식을 필요로 한다.

Boussinesq는 이전의 다른 사람들이 했던 것 같은 기본방정식을 유도했다. 그러나 그는 특별히 흐름상태의 함수로서 계수를 고려하였다.

계수 ε이 각 점에서 온도와 압력 p뿐 만 아니라 결국 거기서 생기는 요동의 평균강도에도 관계가 있다는 점을 제외한다면 이들 표현은 등방성이고 연속운동에서 발달하는 마찰력에 대한 Navier의 표현과 다르지 않다.

Du Buat와 Darcy의 실험은 ε이 p의 함수로서 민감하게 변화하지 않는다는 것을 보여준다. 이는 압력은 비록 지극히 커도 유체의 밀도에 단지 약간의 영향을 미치며, 분자가 차지하는 면적은 거의 변화하지 않고 그리고 상대적인 미끄러짐에 대한 저항을 매우 크게 하지는 않는다고 생각할때 자연스럽게 보인다. 다소간 거친 표면을 갖는 두 고체에 대하여 그리고 그들을 맞닿게 하는 법선방향의 압력으로 크게 변하는 인접한 면의 간격에 대하여 그 반대도 사실이다.

그러나 만약 내부 마찰력의 계수 ε이 압력이 변화할 때 근본적으로 변하지 않는다면, 다른 한편으로는 그 점에서 발생하는 평균요동에 상당히 크게 의존한다. 일반적인 변환운동에서 요동의 효과를 제거하면 에너지는 연속적인 운동에서의 마찰보다 더 강력하고, 그러므로해서 비교할 수 없을 정도

로 부(負)의 저항의 근원이 크다. 결론적으로 계수 ε은 국부적 요동에 따라 커지며 나중 값을 변하게 하는 모든 원인에 따라 변한다.

실험 자료의 부족으로 Boussinesq는 ε의 변화를 가정하였다. 그는 ε값이 동수반경(경심), 경계에서의 속도, 유체의 비중에 비례한다고 생각했다. 그러나 그는 넓은 수로에서는 필연적으로 깊이에 따라 일정하고 수리반경이 수렴할 때의 저류효과 때문에 관의 축으로부터의 거리에 비례한다고 잘못 설명했다. 그러나 ε값이 일단 공식화되면서, 운동방정식이 단면 특성과 실험적인 계수에 의해 만들어졌다. 그의 책의 두 번째 부분에서 Boussinesq는 이러한 방정식을 단면이 매우 서서히 변하는 경우에 대하여 적분하였다. 단면이 서서히 변하는 특별한 경우의 식은 다음과 같다.

$$S=\frac{C^2R}{V^2}+(1+\eta+\theta)\frac{d}{dx}\left(\frac{V^2}{2g}\right)$$

이 표현은 Coriolis와 세가지 관점에서 다르다. 이러한 유도의 장점으로 인해 기본적으로 이 식은 에너지관계 라기보다는 운동량이다. 결론적으로 운동에너지의 Flux에 대한 Coriolis 계수 α는 더 작은 운동량계수(오늘날의 β값)에 의해 대체되었다.

$$1+\eta=\int\frac{v^2dA}{V^2A}$$

그러나 이러한 식의 축소는 단면의 변화에 따른 경계의 저항변화를 표현하는 θ요소에 의해 상쇄된다. 경계저항에 대한 나머지 항은 등류에 대한 기존 공식으로부터 알아낼 수 있다. 그 결과는 Coriolis보다 상당히 더 엄밀한 관계를 나타내지만 Boussinesq의 가정은 ε값의 변화에 대해 부분적으로만 보정을 한다. 이러한 가정으로부터 그는 $\alpha\approx1+3\eta$이고, $1+\eta+\theta$가 구형 단면에서 1.08, 원형단면에서 1.14, 평균은 1.11임을 보였고 이 값이 실제적 오차가 중요하지 않을때 거의 같은 값을 갖는다(실제로 Vauthier의 Coriolis의 α에 대한 평가의 결론이 이것과 잘 맞아떨어진다).

그리고 Boussinesq는 그의 식을 첫번째 근사로서 더욱 빠르게 변하는 영역에서 곡률효과를 포함하기 위해 점진적으로 변하는 흐름에 대하여 확장시켰고, 그로부터 한계수심의 근처에서 자유수면이 파상형태가 설립될 필요가 있다는 것을 보여준다. 이는 그로 하여금 Saint-venant의 하천과 곡선효과를 무시할 수 없는 급류의 중간단계를 설계하게 하였다.

이 책의 세 번째 절에서는 개수로의 파에 대한 다양한 부분들을 자세히 다루고 있다. 정수인 경우 Boussinesq는 일반적인 전파속도식을 개발하였다.

$$c=\sqrt{gh}\left(1+\frac{3}{4}\frac{\Delta h}{h}+\frac{h^2}{6\Delta h}\frac{d^2\Delta h}{dx^2}\right)$$

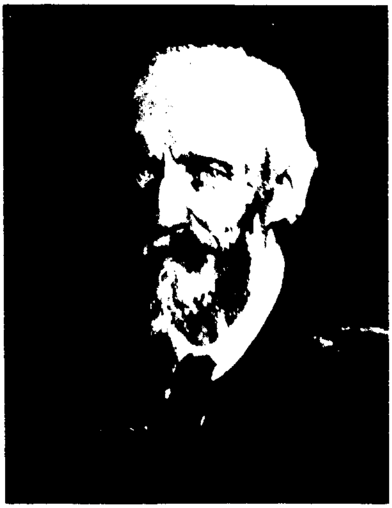
위 식은 Airy의 근사식을 표면 곡률의 영향을 포함한 식으로 개량한 것이다. 그리하여 그는 주어진 파의 다양한 요소들이 그 형상이 특별히 안정된 형태라면 같은 군속도로 전파될 수 있음을 보여주었다. 그는 파의 중력 중심의 변위를 산정하고 필연적으로 파의 총에너지의 1/2이 운동에너지이며 나머지 1/2이 위치 에너지임을 증명한 후에 안정한 고립파의 형상을 결정하였으며 수로경사의 영향을 조사하였다. 그리고 입자 궤적의 형태로 이것을 표현하였다. 그리고 그는 흐르는 물에서의 파의 경우들에 대하여 적용하여 군속도와 파의 안정에 대한 속도분포의 영향을 결정하였다. 더욱이 장파의 경우에 그는 속도분포의 영향뿐만 아니라 경계의 저항에 의한 영향도 구체화하였다.

그 책의 세번째 절은 추가되는 세가지 유의사항으로 구성되어 있다. 하나는 오리피스와 웨어에 관한 것이며, 또 다른 하나는 도수로와 수로만곡부에 관한 것이며, 세번째는 수맥에서의 모세관 영향에 관한 것이다. 이것들은 아마도 그 책에서 가장 덜 인상적인 것일 것이다. 왜냐하면 그 결과들은 Kirchhoff(그의 자유유선 이론을 Boussinesq는 받아들이지 않았다.)의 결과처럼 엄밀하지도 않으며, 많은 실험 수리학자들의 연구만큼 실제에 가깝지도 않기 때문이다. 그러나 일련의 명확한 유의사항들로 구성된 그의 부록에서 Boussinesq는 관의 저항력에 대한 단면형상의 영향을 뛰어난 방법으로 다루었다. 그 부분은 원형, 정사각형, 삼각형 단면의 관의 등류이면서 층류(즉, 난류가 아니라면)에 대한 명확한 동수역학적인 해석을 포함하고 있다.

Boussinesq의 업적은 그 시대에 놀랍도록 완벽할 뿐만아니라 오늘날에도 관련된 문제의 분석에서 기초가 되고 있다. 어느 누구도 그 책을 완전한 즐거움을 위해 처음부터 끝까지 다 읽을 수는 없을 것이다. 왜냐하면 그의 이론의 단순함에 비해, 그 분석의 많은 부분들은 오늘날에는 불필요하게 복잡해 보이기 때문이다. 그러나 참고문헌으로서 그 책은 여전히 지적인 자극을 주며 상당히 정확하다. 그리고 그 책이 담고있는 내용의 풍부함은 어떠한 경우에도 고갈되지 않는다.

Boussinesq와 같은 해에 태어난 Osborne Reynolds(1842-1912)는 거의 모든 면에서는 그와 크게 다름에도 같은 주제에 대하여 반복적으로 다루었다. Boussinesq가 이론가의 입장에서 수리학을 다룬 반면에 Reynolds의 관점은 일차적으로 기술자의 관점이었다. 그 증거로 조수 도형에 대한 실험은 이미 논의되었다. 그러나 역설적이게도 Boussinesq의 주요한 공헌은 수리학 분야였으며 Reynolds는 동수역학 분야였다. Reynolds는 Belfast의 성직자 집안 출신으로 직장을 다닌 후 캠브리지에서 수학을 공부하고 우등으로 졸업했다. 1868년에 그는 맨체스터의 Owens 대학에서 새로운 공학교수(영국에서는 두번째)가 되었다. Owens 대학은 나중에 Victoria 대학교가 된다. 그 곳에서는 그는 전공에 상관없이 모든 공학도들을 위한 3

년 과정의 강연을 개설했다. 그의 강의방식은 전통적인 것과는 거리가 멀었으며 수강하기에 특별히 쉽지도 않았지만 매우 고무적이었다. 실험실의 부족으로 그의 초기 실험들은 자신의 집에서 수행되었다. 그러나 마침내 대학의 설비가 향상되었고 그곳에서 그는 다방면의 다양한 연구를 수행하였다. 그의 관심 분야는 다양했으며, 또한 그는 많은 실험을 하는 실험가였을 뿐만아니라 많은 글을 남겼다. 사실 거의 70편에 달하는 그의 연구논문들은 아직도 열독하게 된다. 그 논문들은 물리학과 공학의 거의 모든 분야 - 역학, 열역학, 전기학 등의 물리학에서부터 항해학, 전동마찰, 증기기관동작 등의 공학 - 를 망라한다. 그는 1877년 영국학술원 회원으로 선출되었으며 1905년 건강의 악화로 은퇴할 때까지 만체스터에서 활동했다.


Osboune Reynolds

수리학에 관한한 Reynolds는 공동현상을 설명하고 주전자 속에서 물이 끓기 시작하는 것과 마찬가지로 그때 발생하는 소음의 원인을 수증기 기포의 붕괴에서 찾은 최초의 사람이다. 그리고 왜곡모형 연구에서 길이와 시간을 연관시킨 최초의 사람이었다. 또한 층류와 난류 사이의 한계를 나타내는 매개변수에 점성을 도입한 최초의 사람이었다. 물론 Hagen이 흐름의 위 두가지 형태의 존재를 보여준 점에서 Reynolds를 앞서 있었고, Helmholtz는 점성-관성 상사 조건을 이전에 이미 표현했지만, 현재 그의 이름을 가진 특별한 매개변수 식이 있는 논문은 Reynolds의 1883년도 논문 "An Experimental investigation of the circumstances which determine whether the Motion of Water shall be direct or sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels"였다 [7] :

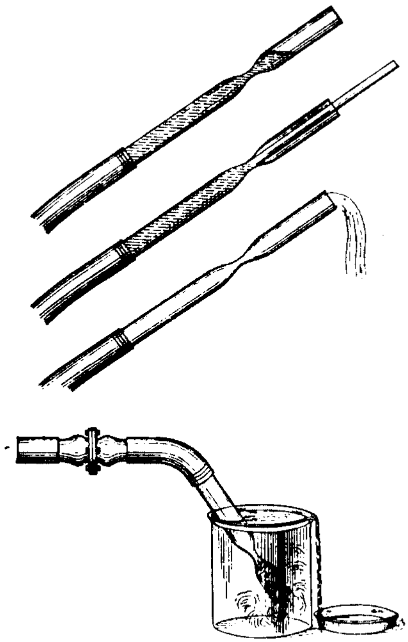
> 운동방정식은 면밀한 분석이 있었다. 특히 Stokes 교수에 의한 면밀한 분석에서 운동방정식의 새로운 점과 결점을 발견할 조그만한 기회가 있었다. 나는 그 결과들이 다음 사실 - 운동의 특성이 운동의 차원적 성질과 외부환경 사이의 관계에 의존한다는 사실 - 의 증거가 된다고 본다. 명백한 연관을 나타내는 그러한 증거들이 발견되고 있다.
>
> 운동이 하나의 속도 매개변수 U(관을 따르는 평균 유속)와 하나의 선형 매개변수 c(관의 반지름)에 의존한다고 가정하고 일반적인 방법으로 운동방정식에서 압력항을 제거하면, 가속도는 두 가지의 명확한 형태로 표현된다.

$$\frac{U^2}{c^3}$$

하나는 위의 식으로 나타나는 계수이며 다른 하나는 다음과 같다.

$$\frac{\mu U}{\rho c^4}$$

따라서 이 항들의 상대적인 값들은 U와 $\frac{\mu}{c\rho}$에 의해 특이하게 변한다.



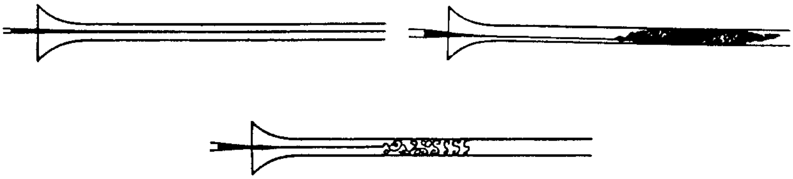
Reynolds에 의한 유리관내의 공동현상 입증

위의 표현은 내가 연구하고 있는 과제의 결정적인 관계를 나타내고 있다. 물론 적분과정이 없는 위 식들은 운동상태가 의존하는 모든 것들을 표현하지는 못하고 있다. 그러나 와류가 어떤 하나의 특징적인 원인에 의하여 일어난다면 틀림없이 적분과정은 다음 값에 의존하는 와류의 원인을 보여줄 수 있을 것으로 보인다.

$$\frac{c\rho U}{\mu}$$

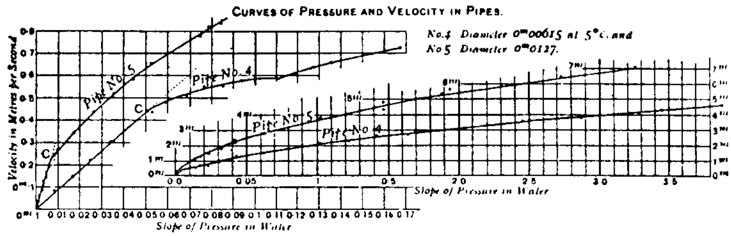
다음으로 Reynolds는 와류가 시작하는 부분에서의 유속이 관의 지름이나 유체의 특성에 따라 어떤 특정한 값(지금은 Reynolds수로 명명된)의 변화로 나타낼 수 있는 것을 실험을 통해 기술하였다. 처음에는 이 결과가 큰 관심을 불러 일으키지 못하였으며 단지 상·하한 조건에 따른 차이로만 인식되

었다. 이 실험은 그로 하여금 유체가 불안정한 상태가 된 이후에 저항의 변화를 연구하는 계기를 주었으며, 대수지에 압력과 속도와의 관계를 도시한 결과 속도항의 지수가 기대값인 2보다 훨씬 작게 나타났다. Darcy의 분석자료에서는 속도항의 지수가 1.79(미끈한 관) ~ 2.0(거친관)의 값을 갖는 것으로 밝혀졌다.



층류에서 난류로의 천이에대한 Reynolds의 스케치

후에 Reynolds는 직선구간과 곡선구간으로 나눌 수 있는 $DU\rho/\mu$값이 약 1400(나중에는 1900~2000으로 수정발표)이라고 발표하였으나 그 역시 이 값이 정확하게 얼마라고는 할 수 없었던 것 같다.



관수로 저항의 전형적인 관찰들

Reynolds수의 중요성이 점차 인식되었다. 그의 연구에서 가장 큰 공헌은 유체운동의 분석에 있어 그가 행했던 응용과 기본 공식들의 확장에 있다. 그는 1886년에 일반적인 Navier-Stokes 형식을 적용하여 평판에서의 압력과 속도분포를 밝혀주는 유막윤활이론을 밝혔으며 이 결과는 후에 실용적인 측정장비로 입증되었다. 1894년에 발표한 학술논문 “On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion”에서 그는 기본 방정식들을 난류흐름으로 확장시켰다. 이 과정에서 그는 기체운동론과 유사함을 이용하여 평균과 편차의 합인 $\overline{u}+u'$, $\overline{v}+v'$, $\overline{w}+w'$ 그리고 시간평균이 0이 아닌 순간속도 u, v, w를 도입하였다. 이 이론으로 그는 다음과 같은 두가지의 중요한 결론을 도출하였다. 첫째는 $\overline{u}^2$과 같은 항을 포함하는 평균운동이고 두번째는 $\overline{u'^2}$과 같은 항을 포함하는 상대평균운동이다 [8] :

방정식들이 무한기간에서 평균운동과 유한기간에서의 상대평균운동으로 변환될 때 위의 식들은 두 개의 서로 다른 구조를 이루게 된다. 하나는 상대평균운동과 열운동에 의해 영향받은 평균운동이고 다른 하나는 평균운동과 열운동에 의해 영향받은 상대평균운동이다.

첫 번째 계에서 얻은 평균운동 에너지방정식은 에너지 증가율이 열로 바뀌는 것과 상대평균운동에 의한 결과로 평균운동이 변하여 감소함을 보여준다. 계에서 얻은 상대평균운동 에너지방정식은 위와 같은 형태의 평균운동 에너지가 변해서 상대평균운동에너지가 증가하고, 상대평균운동이 열로 바꾸는 과정에서는 감소하게 된다.

두 가지 증가율의 차이, 즉 (1) 전환함수로 표현되는 평균운동 에너지가 상대평균운동으로 바꾸는 것과 전환과 (2) 상대평균운동 에너지의 발산을 나타내는 함수로 표현되는 상대평균운동의 열로의 전환은 상대평균운동이 유지되는 상황에서 두 형태의 확연한 구분을 나타낸다.

두번째의 운동과정(난류)이 첫번째의 운동과정의 결과로 에너지를 얻는다는 것과 소산하여 에너지를 잃는다는 결과를 바탕으로 레이놀즈는 정상상태, 등류와 같은 특정조건에서 에너지 득·실의 균형을 결정하는 안정적인 변수를 찾기 위해 노력하였다.

그의 연구 결과는 다음과 같다.

그 구별식이 상대평균운동의 에너지와는 무관하고, 1차 평균운동의 변화들 사이의 관계, 상대평균운동의 공간적 주기들 사이의 관계 그리고 μ/ρ 사이의 관계를 표현한다. 그리하여 상대평균운동의 최대 주기가 결정되는 모든 상황은 상대평균운동이 유지되는 평균운동의 조건을 결정하면 된다. 즉 구별식은 기준을 결정한다.

평행판 표면들 사이의 정상 평균흐름의 유체에 적용시키면 경계조건들과 연속방정식은 상대평균운동의 최대 공간주기들에 대한 한계를 준다. 그래서 구별식은 미소한 굴곡이 많거나 상대적인 교란이 있을 때 그것은

$$\rho DUm/\mu$$

가 어떤 수 [K]보다 작을 때 사라진다는 사실에 대한 명백한 증거가 될 수 있다. 여기서 [K]는 경계면의 형상에 따라 기하학적인 상사성이 있는 한 일정하다. 구별식이 나타낼 수 있는 한도내에서의 이 함수의 큰 값에서는 굴곡이 있는 운동 에너지는 명확한 한계에 도달할 때가지 증가할 것이며 저항을 지배한다.

그렇게 유도된 안정 매개변수는 명백하게 그가 차원만을 고려해서 그 전에 구성한 매개변수 (Reynolds 수)와 일치한다. 그러나 난류흐름에 대한 저항을 다루면서 그가 이 매개변수를 다시 포기하고(속도보다는 압력 구배를 포함하는) 단순하고 또 다른 그룹화로만 간주되는 Kármán 수를 제안했다는 사실은 주목할만하다. 그래서 그는 다음과 같은 역설적인 결

론을 내렸다.

> 구별식은 기준 K의 존재에 대한 역학적인 설명을 줄 뿐만 아니라, K값은 순수한 기하학적인 환경을 보여준다. 그리고 이러한 상황들이 평균에너지와 운동량 보존에 의해 주어지는 조건보다는 정상평균운동에 대하여 필요한 기하학적인 조건을 만족시켜야만 함에도 불구하고, 이 이론은 모든 명백한 경계조건하에서 K값의 하한경계값을 결정해 준다. 특별한 경우에 결정된 이값은 517이다. 이 값은 원형 관들에 대한 실험치보다 작고 평평한 관에 대한 기대되는 실험치의 절반 정도 되는 값이다. 그런데 이 값은 정상 평균운동에 대하여 다른 운동학적 조건을 만족시키는 여유값을 갖는다.
>
> 구별식은 또한 저항에 대한 명확한 표현을 주는데 이 사실은 매끈한 고정된 경계에서 모든 기하학적인 유사 환경아래에서 동력학적 상사조건이
>
> $$\frac{\rho}{\mu^2}\frac{dp}{dx}b^3$$
>
> 에만 의존함을 증명한다. 여기서 b는 관의 횡방향 차원들 중의 하나이다. 그런데 이 저항력에 대한 표현은 복잡하다. 그러나 이 표현은 한계속도 이상의 상대평균운동이 제한되어 있고 저항력이 처음보다 빨리 속도의 멱승으로 증가함을 보여준다.

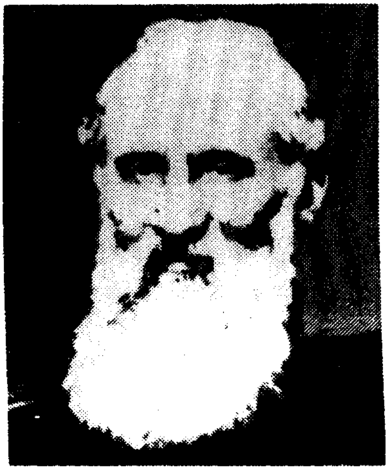
Reynolds의 원래 목적은 난류의 발생을 예측하는 것이었지만 이 점에서 그는 부분적으로만 성공했다. 그러나 그의 지속적인 공헌은 현재 Reynolds식으로 알려진 난류흐름에 대한 운동방정식을 유도한 것이다. 2차 운동의 응력이 1차운동의 응력을 방해하는 상황에서는(즉, 높은 Reynolds수에서는), Saint-Venant의 항이 2차 속도의 항으로 표현된다. Saint-Venant 자신은 이 사실을 애매하게 예측했다.

$$2\varepsilon\frac{d\bar{u}}{dx} = -\rho\overline{u'^2} \quad , \quad \left(\frac{d\bar{u}}{dy}+\frac{d\bar{v}}{dx}\right) = -\rho\overline{u'v'}$$

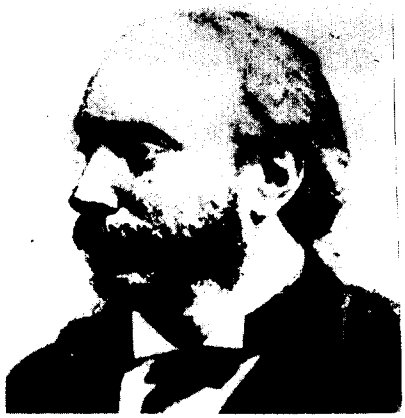
그리하여 Reynolds는 확고한 방법으로 Boussinesq가 Saint-Venant계수를 근사적으로 전개하여 추구한 바 있다.

난류문제에 대해 완전히 해결하지 못하여 두가지 접근방식이 사용되었다. 하나는 평균유속분포에 대한 Boussineq의 혼합현상 관계, 또 하나는 Renolds의 난류구조 자체에 대한 분석이다.

Reynolds와 같은 시대의 세명의 영국인은 19세기 유체역학의 관점에서 이 장에서 언급할 가치가 있다. 첫 번째는 William Thomson(1824-1907)으로 그는 아일랜드의 Belfast 태생으로 Lord Kelvin이라는 귀족의 지위에 오르기도 했다. 두번째 사람은 John William Strutt(1842-1919)인데 그는 Essex에서 태어나 그가 물려받은 작위 Lord Reyleigh로 잘 알



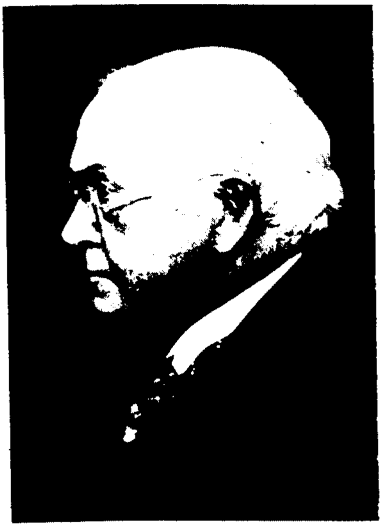
William Thomson, Lord Kelvin



John William Strutt, Lord Rayleigh

려졌다. 세번째 사람은 Horace Lamb(1849-1943)으로 Stockport태생이며 그의 업적으로 백작작위를 받았다. 위의 세사람은 Cambridge대학에서 공부했으며 모두 Euler, Lagrange, Laplace, Stokes, Helmholtz, Kirchhoff의 뒤를 이어 동수역학분야에 크게 공헌했다. 수리학에 대한 그들의 영향은 직접적이지는 않지만 중요하다.

수학자의 아들인 Kelvin은 Glasgow대학에서 53년동안 자연철학 교수였고, 말년에 왕립학회의 회장이 되었다. 그는 온도의 절대 크기를 유도하였고 에너지 관계의 제2법칙을 상세히 공식화함으로서 열동역학 분야에 지대한 공헌을 하였지만, 생전에는 전신케이블의 개선이 가장 널리 알려졌다. 그의 300여편의 과학 논문들은 실제로 수리물리학의 모든 분야에 관련된 것이었고 어느 것도 동수역학과 관련된 것은 없었다. 그는 비회전류, vortex 운동, 개수로파, 배에 의한 파의 생성과 모세관파의 분석에 현격히 공헌하였다. 모세관과 중력의 작용하에 액체표면에서 파에 대한 최소 파속 조건을 처음으로 표현한 사람이 그였고, Reynolds보다 몇 년전에 점성흐름의 불안전성을 해석적으로 처음 관찰한 사람이 또한 그였다. 특히 그는 한계 Reynolds수를 초과한 유체운동의 상태를 설명하기 위하여 난류란 말을 1887년에 도입하였다.



Horace Lamb

Rayleigh는 모든 생애동안 Cambridge에 있었는데, 거기서 Cavendish교수가 되었고 말년에는 재무장관이 되었다. 또한 그는 왕립학회에서 간사, 회장을 지냈다. 그의 주요한 공적은 음향이론 분

야였지만, 그는 분광학, 전기학과 가스의 밀도 분야의 연구를 수행하였고 1904년 그는 아르곤의 발견으로 노벨상을 받았다. 동수역학에 대한 그의 공헌은 Kelvin의 그것과 매우 유사하지만, 특히 다섯가지의 업적이 두드러 진다. 첫번째는 공동현상의 피해에 관한 연구의 기본이 되는 액체내에서 공기방울의 붕괴에 대한 분석이다. 두번째는 저수지내의 표면진동에서부터 유한진폭 파형의 평가에 이르는 파특성에 대한 연구이다. 세번째는 제트류의 불안전성에 관한 연구이다. 네번째는 굴곡 및 층류흐름과 열의 유사성의 도입이다. 현재의 관점에서 가장 중요하다고 판단되는 다섯번째는 동역학적 상사성 원리의 대중화에 있다. 비록 Fourier가 1822년에 차원접근에 대한 기초를 다졌고 그 후 많은 사람들이 현재의 차원해석의 이 부분 저 부분을 다루었지만, 차원해석이 우연한 관심 이상의 매력을 가지게 된 것은 Rayleigh가 1899년 그 원리를 일반화시킨 이후 부터이다. 1909년 항공학에서 영국위원회의 첫번째 의장으로 지명된 사실은 그의 과학적 지식의 가치를 인정하는 것이며 또한 이 새로운 과학분야에 현격히 영향을 미쳤다는 것을 의미한다.

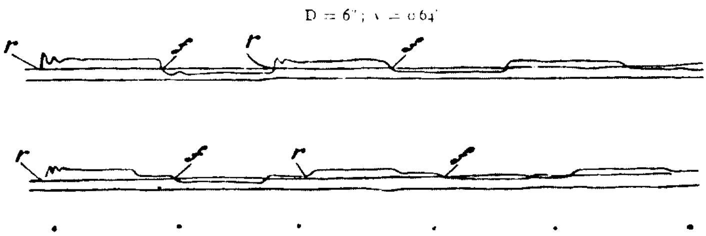
호주 Trinity대학에서 특별연구원으로, Adelaide대학에서 수학교수로 재직했던 Lamb은 Manchester대학에서 교수로 지명받았고 1920년 그가 은퇴할 때까지 재직했다. 비록 그는 수학적 논문들 그리고 미적분학, 역학, 음향학, 탄성학, 전기학에 관한 책들을 저술했지만, 그가 오늘날 유명하게 된 것은 동수역학에 관한 논문들 때문이었다. 동수역학에 관한 그의 첫번째 저서는 1879년 '유체운동의 수학적 이론에 관한 논문'이었고, 1895년의 재판에서 '동수역학'으로 제목이 바뀌었다. 그것은 제6판까지 발간되었고, 현재까지 기본적인 참고문헌으로 남아있다. 파운동의 분석에서 Lamb의 흥미가 거기에 나타나 있지만, 그 책은 거의 모든 고전과학의 분야에서 역사적이고 기술적 정보를 제공하고 있다.


Nicolai Egorovich Joukowsky

첫번째 러시아의 동수역학자로 알려진 Nicolai Egorovich Joukowsky(1847-1921)는 공공토목사업부의 기술자의 아들이었다. 그는 Vladimir부근에서 태어나 파리에서 수학하였다. 그는 모스코바에서 1872년부터 공예학교에서, 그리고 1886년 이후 대학에서 수학교수로 여생을 보냈다. 초창기 그는 동수역학에 관심을 가졌으며 1891년에 대학에서 다양한 형상을 실험적으로 관찰하기 위하여 작은 풍동을 설치하였다. 그 후 몇 십년동 항공학에 대한 그의 공헌이 지대하여 레닌은 '러시아 항공술의 아버지'란 작위를 부여하였다. Joukowsky는 1905년 일정한 순환을 가진 비회전류장에서 임의의 단면에 작용하는 측방향 추진

력에 대한 일반적인 이론을 정립한 것으로 가장 잘 알려져 있다. 그 후 그는 두께와 캠버가 변하는 일련의 2차원 금속조각 주위의 총체적 모형뿐만 아니라 양력을 포함하기 위하여 연구를 확장시켰다. Otto Lilienthal의 실험적 연구에 자극받은 독일 과학자인 Wilhelm Kutta(1967-1944)는 Joukowsky의 결과와는 독립된 결과를 얻은 바 있지만, 그의 무한히 긴 양력 날개에 대한 독창적 연구는 Kutta와 Joukowsky 모두에게 영향을 주었다. Lanchester의 순환이론(앞장에서 언급됨)은 Kutta-Joukowsky 연구에 영향을 미치지 않았지만, 실용적인 관점에서 그것은 특히 3차원 양력 날개에 적용되었다.

비록 항공학의 성취에 대한 Joukowsky의 명성이 반감되기는 했지만, 수격작용에 대한 그의 논문은 분명히 독창적이었다. 송수관에서 압축성 유체를 통하여 전파되는 파속이 벽재질의 탄성에 따라 변한다는 것을 1848년 Helmholtz가 보인 바 있고, 1878년 D. J. Korteweg가 그에 대한 방정식을 유도하였다. 그러나 밸브를 갑자기 닫음으로써 발생하는 압력의 증가가 음향현상과 일치한다는 것을 1897년 Joukowsky가 증명하였다. 그 해 여름 그는 모스코바의 새로운 급수시설에서 최대유속을 결정하는 일련의 대단위 실험을 감독하고 있었다. 실험에 사용된 파이프의 직경은 2, 4, 6인치이고 길이는 1000에서 2500피트까지 변하는 것이었다. Joukowsky는 관막힘, 밸브의 다양한 閉塞비율, 조압수조, 안전한 밸브 그리고 누수의 영향을 실험적으로 연구하였고 또한 각 경우에 대하여 신중한 수학적 해석을 수행하였다. 1898년 보고서가 Mémories of the Imperial Academy of St. Petersburg에서 러시아어와 독일어로 발간되었고, 그것은 수격작용 문헌에서 첫번째의 것으로 간주되고 있다.



6인치 파이프에서 최종점과 중간지점에서 Joukowsky가 측정한 압력 기록

다음의 인용구는 그 당시까지 공학적 관점에서 안개속에 있었던 현상을 명확히 하는 것이다 [9] :

····· 수격작용에 의한 최대압력은

$\Delta p = vc\rho$

이 공식으로부터 ····· 압력의 증가 Δp는 유속 v에 직접적으로 비례하고; Δp는 관의 길이와는 독립적이고 압력파의 전파속도 c에 직접적으로 비례한다.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{E_w} + \frac{D\rho}{SE_p}}}$$

압력파가 분리되는 관의 막힌 점으로부터 반사될 때 수격작용의 압력은 2배가 된다. 2배의 압력이 막힌 점으로부터 도착할 때 더 큰 관에서 압력은 증가하고, 만약 큰 관에서 압력이 여전히 한계치 이상인 순간에 이것이 발생하면 매우 높은 압력이 발생한다. ····· 수문을 닫는데 소요되는 시간 t가 파의 이동시간 2L/c보다 크지 않을 때, 최대압력 Δp는 관의 일부 또는 전구간에서 떨어질 것이다. 적절한 크기의 공기실은 공기실과 시작점 사이의 파이프를 보호한다. 일반적으로 이러한 압력의 크기는 매우 크다. ····· 따라서 안전밸브의 사용이 더 바람직하다. ····· 안전 밸브는 용수철의 탄성에 해당하는 수격압력을 통과시킨다 ·····

19세기 동수역학과 관련되어 마지막으로 언급할 사람은 Junius Massau(1852-1909)이다. 그는 벨기에의 Gosselies에서 태어났고 Ecole du Génie Civil of Ghent에서 수학하였다. 중등학교 때부터의 현저한 그의 수학적 능력은 Massau가 졸업하기 직전 대학강좌에서 제출한 자이로스코프의 해석에 현격하게 나타났다. 바로 직후 그는 Belgian Corps des Ponts et Chaussées에서 현역으로 복무했다. 1878년 그는 Ghent대학의 연구원이 되기 위하여 공학적 실무를 포기하고, 6년후 역학분야에서 교수직에 지명받았다. 초창기 그의 연구업적으로는 1889년 도해적분의 각서를 출간하였는데 그것은 세기말 'Mémories sur l'intégration graphique des équations sur dérivées partielles'라는 다양한 방법의 적용에 관한 논문에서 정점에 달했다. 그는 다음과 같이 언급하였다 [10] :

편미분 방정식의 적분표면에서 초기곡선의 불연속이 전파되는 어떤 선들이 존재한다; 그러나 선들은 두개의 독립변수를 가진 방정식에 대하여 사실상 존재한다; 이러한 것을 특성곡선이라 한다. 특성방정식은 기하학에 적용한 그의 유명한 논문에서 Monge가 썼다 ··· 분석에서 특성 적분을 찾기 위하여 정규적분을 결정하여야 한다. 반면에 불연속 전파의 관점에서 특성을 연구함으로써 비정규적분을 근사화시킬 수 있다.

Junius Massau

Massau가 연구한 수리학에서의 불연속은 비정상파의 운동에 포함되어 있는 독립변수 또는 시간과 거리같은 것이다. 2차원 정상류에서 음파 형태를 연구하기 위하여 Riemann이 1860년에 특성방법을 이용하였고 따라서 Massau의 공헌은 방법 자체의 개발에 있기 보다는 오히려 해의 수치해석적 방법보다는 도해적 방법의 개발과 중력파에의 적용에 있다. 전통적 유체동역학의 방법으로는 불가능한 홍수파와 같이 본질적으로 비정상적 현상의 분석에 있어서 특성방법은 가장 강력한 도구임을 의미한다. 예를 들면 Lamb과 Flamant의 저서에 담겨져 있는 동수역학과 수리학의 내용의 비교는 20세기초에 이루어진 것이며 발전의 적절한 흔적이다. 그들은 이론과 실험영역을 다루었으며 각각 두 종류 모두를 포함하고 있었다. 그러나 그들은 놀랍게도 공통되는 것이 거의 없었다. 왜냐하면 하나는 즉각적으로 유용한 정보를 제공함 없이 분석을 명확히 하고 증명하기 위하여 실험자료를 이용하였고, 다른 하나는 그들에 대한 폭넓은 물리적 바탕을 세움이 없이 실험에 의해 찾은 것을 상호 연관시키고 정당화시키는 해석적 방법을 사용하였다. 따라서 동수역학은 비점성 유체의 거동에 초점을 맞추고 있고 층류 흐름에는 부차적으로 주의를 기울이며, 수리학이 관련된 거의 모든 형태의 흐름인 난류문제를 물리적으로 무시하였다. 분명히 일부 동수역학자들은 탁월한 실험가였으며 일부 수리학자들은 과학적 접근 방법을 강조하였다. 그러나 대체로 전자는 실용적인 연구의 필요성에 직면하지 않았으며 후자의 극소수만이 적용은 차치하고 적절한 이론적 결과를 이해하기에 충분한 수학적 배경을 가지고 있었다. 따라서 본질적으로 서로 독립적인 두 분야의 연구와 함께 19세기는 마감하였고, 각 분야에서 유용한 지식과 기법은 발달하였으나 그 분야가 필요로 하는 수준과 다른 분야에서 제공하는 것에 대한 이해가 상당히 부족하였다.

참 고 문 헌

[1] Navier, L. M. H., "Mémoire sur les lois du mouvement des fluides", Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, Vol. 6, 1827.

[2] Poisson, S. D., "Mémoire sur les équations générales de l'équlibre et du mouvement corp solides élastiques et des fluides", Journal de l'Ecole Polytechnique, Vol. 13, 1831.

[3] Saint-Venant, B. de, "Note à joindre au Mémoire sur la dynamique des fluides", compts Rendus des Séances de l'academi des Sciences, Vol.17, 1843.

[4] Stokes, G. G., "On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids", Transactions of Cambridge Philosophical Society, Vol. 8, 1845.

[5] Stokes, G. G., "On the Effect of the Internal Friction of Fluids in Motion of Pendulums", Transactions of Cambridge Philosophical Society, Vol. 9, 1851.

[6] Boussinesq, J., "Essai sur la théorie des eaux courantes", Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences, Vol. 23, 1877.

[7] Reynolds, O., "An Experimental Investigation of The Circumstances which determine whether the motion of Water shall be direct or sinous and of the Law of Resistance in Parallel Channels", Philosophical Trancactions of the Royal Society, Vol. 174, 1883.

[8] Reynolds, O., "On the Dynamical Theory of Incompressible Fluids and the Determination of the Criterion", Philosophical Trancactions of the Royal Society, Vol. 186, 1894.

[9] Simin, O., "Water Hammer", Proceedings American Water Works Association, 1904.

[10] Massau, J., "Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles", Annales des Ingénieurs sortis des Ecoles de Gand, Vol.12, 1900.