

수정 LQG 제어를 이용한 지능 구조물의 능동진동제어

⁰신태식*, 꺾문규**

Active Vibration Suppression of Smart Structures using a Modified LQG Controller

Tae Shik Shin, Moon Kyu Kwak

Abstract

This research is concerned with the active vibration controller design for smart structures by a modified LQG controller. The smart structure is defined as the structure equipped with smart actuators and sensors. Various analog and digital control techniques aimed for the piezoceramic sensors and actuators have been proposed for the active vibration control of smart structures. In this paper, the modified LQG controller is developed for the active vibration suppression of smart structures to implement the predefined decay rate on modal displacements. The proposed modified LQG controller proved its effectiveness by experiments.

1. 서론

지능 구조물은 분포된 감지기와 작동기, 그리고 이들을 이용하여 진동제어를 성취하도록 조종하는 마이크로 프로세서를 자체적으로 보유하고 있는 구조물을 가리킨다. 개념적으로는 지능구조물이 충격이나 내부 구조물의 변화에 능동적으로 대처할 수 있는 기능을 가진 구조물로 인식되고 있다. 여러 가지 형태의 재료가 작동기와 감지기로 시험되었는데 압전 재료, 형상기억 합금, electrostrictive materials, magnetostrictive materials, electro-rheological fluids, fiber optics 등이 대표적이다. 이들 재료들은 구조물의 표면에 부착되어 감지기 또는 작동기로서 작용하게 되는데 이들 재료 중 압전 재료가 고강도, 온도특성,

부착의 용이 등으로 인하여 최근에 가장 많이 사용되고 있다. 압전재료는 두께에 걸쳐 전압이 작용하는 경우 변형이 일어나게 되는데 반대로 압전재료에 변형이 일어나는 경우 전하가 발생하게 된다. 따라서 압전재료는 작동기나 감지기로 사용 가능한 재료이다. 가장 보편적으로 사용되는 압전 재료는 lead zirconate titanite 로 이루어진 압전 세라믹 판인데 압전 세라믹 판은 얇은 판형태로 제공되고 있어 접착제를 이용하여 구조물에 쉽게 부착된다. 압전재료 형태의 감지기와 작동기를 사용하는 경우에는 구조물의 일부에 변형을 일으켜 진동을 제어하게 된다.

압전 재료를 포함한 구조물에 대한 해석은 보 구조물의 해석으로부터 출발한다. Crawley et al.[1,2]은 압전세라믹 감지기와 작동기를 포함한 보 구조물의 모델링 방법에 대하여 논의하였고 Hanagud et al.[3]은 유한요소법을 사용한 지능 구

*동국대학교 기계공학과 대학원

**동국대학교 기계공학과 교수

조물의 모델링에 대하여 소개하고 변형을 되먹임
모달 제어와 최적 출력 제어를 설계하여 진동제
어를 이룩하였다. Fanson과 Caughy[4]는 모달 변
위 신호를 이용한 Positive Position Feedback
(PPF) 제어기의 사용을 제시하였다. Poh와 Baz[5]
는 다자유도계에 대하여 독립 모달 공간 제어 개
념에 입각한 PPF 제어기의 사용을 제시하였다. 그
외 보 구조물과 관 구조물의 진동제어에 관한 많
은 논문이 발표되었다[6-13]. PPF 제어기는 특정
모드를 제어하고자 할 경우 가장 효과적인데 특정
모드의 감쇠를 극대화할 수 있고 제어하지 않는
다른 모드를 불안정하게 만들지 않는다. 제어기가
실용성을 갖추기 위해서는 제어 회로를 구현하
는데 있어 전기 회로가 단순하여야 하며 설치가 간
단하여야 되고 불안정해질 가능성이 적어야 하
는데 PPF 제어기는 저주파 통과 필터의 형태로 되
어 있어 일반 OP Amp로 쉽게 구현이 되기 때문
에 매우 실용적이다.

고전적인 제어방법과는 달리 최신제어방법은
상태방정식을 바탕으로 개발되었다. 이러한 최신제
어방법으로는 최적제어기(Optimal controller)가 대
표적인데 상태변수가 모두 관측되지 못하는 경우
Observer 에 의존하게 된다. Kalman Filter 가 대
중적으로 사용되는 Observer 인데 최적제어기와
Observer를 결합한 형태를 LQG 제어라고 부른다.
LQG 제어의 단점은 이득행렬 계산을 위하여 몇
가지 계수 행렬을 미리 결정해야 한다는 것이다.
이런 단점을 개선하기 위해서 미리 정한 안정도를
지나는 최적제어가 Anderson과 Moore [14, 15]에
의하여 제시되었고 구조물의 진동문제로의 적용을
Kwak[16]이 다루었다. 일반적으로 최적제어의 해
는 행렬 대수 Riccati 방정식으로부터 얻어진다[17].
본 논문에서는 일반변위에 부과되었던 수렴도[16]
를 모달공간상의 모달변위에 부과하는 방법으로
확장하여 개발하였다.

이 논문은 압전 세라믹 감지기와 작동기를 포
함하고 있는 지능 격자 구조물[11]의 능동 진동 제
어와 관련이 있다. 지능 격자 구조물이 Figure 1
에 보여지고 있는데 이는 인공 위성에 장착된 태
양판의 복제품이다. 태양판의 진동은 인공위성의
자세 및 방향성에 영향을 미치고 여러 가지 전자
장비에도 영향을 미치므로 반드시 제어되어야 한
다. 지능 격자 구조물은 이와 같은 목적을 달성하
기 위하여 제작되었으며 여러 가지 진동 제어 기
법을 시험해 볼 수 있는 실험장치이다. 지능 격자

구조물은 한 쌍의 압전 세라믹판으로 이루어진 작
동기와 작은 압전 세라믹판 감지기가 부착되어 있
는데 전체적으로는 두 개의 감지기와 두 개의 작
동기로 이루어진 시스템이라고 말할 수 있다. 또
한 압전감지기와 작동기가 서로 붙어 있어 Nearly
Collocated System을 구성한다.

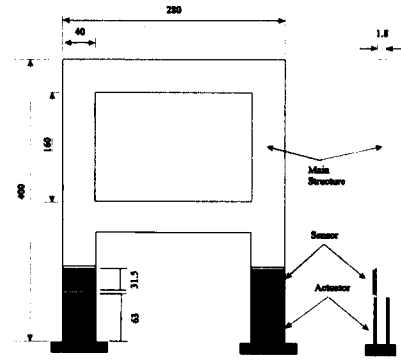


Fig. 1 Schematic of Grid Structure

이와 같은 실험 시스템은 두 개의 입력과 두
개의 출력을 갖는 제어계를 필요로 하게 되는데
전형적인 Multi-Input Multi-Output (MIMO) 시스
템이라고 말할 수 있다. 진동 제어에 관한 대부분
의 연구가 간단한 보 구조물을 대상으로 수행되었
으며 제어계 역시 Single-Input Single-Output
(SISO) 시스템을 근거로 하여 능동진동제어에 관한
이론을 효과적으로 검증하기가 곤란하였다. 본 논
문에서 고려한 지능격자 구조물은 진동 특성이 복
잡하고 여러 개의 감지기와 작동기를 포함하고 있
어 진동제어를 위하여 개발된 제어이론들을 시험
하기에 적당하다. 압전 세라믹을 포함한 지능 격자
구조물에 대한 모델링은 라완규, 광문규, 윤광준의
논문[11]에서 자세히 다루고 있어 본 논문에서는
그 결과만을 인용한다. 라완규, 광문규, 윤광준의
논문[11]에서 이론적인 모델링 결과를 실험 결과와
비교하였는데 저차의 모드에 대해서는 그 차이가
근소한 것으로 입증되었다.

본 논문에서는 라완규 등[11]의 논문에서 유도
된 유한요소 모델을 모달공간상의 모델로 변환하
고 모달 변위가 미리 정한 수렴도를 갖도록 수정
하여 새로운 형태의 LQG 제어를 개발하고 그
성능을 실험을 통하여 증명하였다. 실험결과 수정
LQG 제어기가 지능구조물의 능동진동제어에 효
과적인 것이 입증되었다.

2. 지능 격자 구조물의 모델링

본 연구에서 고려한 지능 격자 구조물은 Figure 1에 보여지는 것과 같은데 Carbon/ Epoxy fabric prepreg (Hankook Carbon Co. CF-3327)와 Glass/Epoxy fabric prepreg (Hankook Fiber Co. G635)을 이용하여 제작되었다. 가는 동판을 압전 세라믹 판에 연결하고 90-분 epoxy를 이용하여 부착하였다. Silver epoxy (Daejoo Precision Co. DS-7276-A)가 압전세라믹의 electrode와 동선을 연결하기 위하여 사용되었다.

지능격자 구조물은 본질적으로 3차원 구조물이지만 저차의 모드만이 제어 대상인 경우 굽힘과 비틀을 고려한 격자 유한 요소법을 이용하여 이론적인 모델을 도출할 수 있다. 모델링 결과는 문헌 [11]에 자세히 나와 있으며 본 논문에서는 그 결과만을 제시한다. 이와 같은 지능 격자 구조물에 대해서 최종적인 운동방정식은 다음과 같이 쓰여진다.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = B_a v_a \quad (1)$$

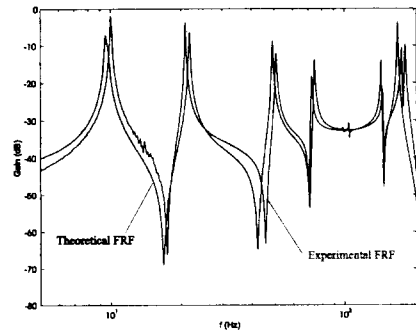
$$v_s = B_s x \quad (2)$$

여기서 x 는 절점에서의 변위로 이루어진 벡터이며, M, C, K 는 각각 질량, 감쇠, 강성행렬을 나타낸다. B_a, B_s 는 작동기와 감지기의 영향행렬이며 v_a, v_s 는 작동기와 감지기의 전압을 나타낸다.

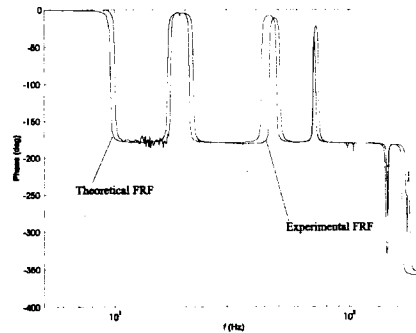
Fig.2는 식(1)과 (2)에 근거하여 계산된 주파수 응답곡선과 FFT신호분석기를 이용하여 구한 주파수응답곡선을 비교하여 보여주고 있다. 전달함수는 작동기 1번과 감지기 1번 사이의 값이며 작동기 1번과 감지기 1번은 서로 근접해 있다. 이론적인 전달함수를 구할 때 감쇠인자는 모든 모드들에 대하여 0.1%로 가정하였다.

고유진동수와 고유모드는 고유치 문제를 풀어 얻을 수 있는데 최저차로부터 4개의 고유진동수와 고유모드가 Figure 3에 보여지고 있다. Figure 3으로부터 알 수 있듯이 지능 격자 구조물은 저차 모드에서 굽힘과 비틀 진동 모드가 번갈아 나타나는 특이한 진동특성을 나타내고 있다. 또한 굽힘 진동모드는 중앙선에 대하여 대칭이며 비틀 진동모드는 중앙선에 대하여 역대칭임을 알 수 있는데 이

와 같은 점을 고려할 때 굽힘 진동모드 제어와 비틀 진동모드 제어는 별도로 이루어 질 수 있다고 말할 수 있다. FFT 신호 분석기를 이용하여 구한 각각의 고유진동수는 9.5, 20, 48, 70 Hz로서 이론적인 결과와 잘 일치한다.



(a)



(b)

Fig. 2 Theoretical and Experimental Frequency Response Functions

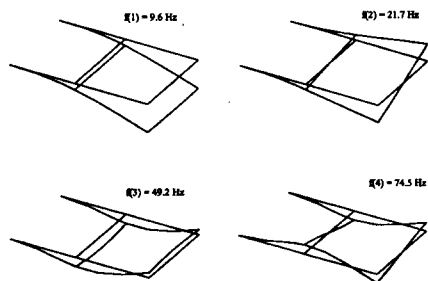


Fig. 3 Natural Frequencies and modes of the Grid Structure

고유치와 고유모드의 직교성, $U^T M U = I$, $U^T K U = \Lambda$ 을 이용하면 다음과 같이 운동 방정식을 모달 공간에 대하여 표현할 수 있다.

$$\ddot{q} + 2Z\Omega\dot{q} + \Lambda q = U^T B_a v_a, \quad v_s = B_s U q \quad (3)$$

여기서 U , Λ 는 eigenvector와 eigenvalue 행렬을 나타내며 Z 는 감쇠인자 행렬을 나타낸다.

3. 수정 LQG 제어기의 설계

2장의 운동방정식(2)로 부터 알 수 있듯이 n 자유도의 집중계의 운동은 n 개의 이차 운동 미분 방정식으로 표현된다. 제어기 설계를 위해서는 소위 상태방정식이라고 불리는 일차의 행렬 미분방정식으로 변환되는데 최적제어기와 같은 최신 제어기법은 모두 상태방정식에 근거하고 있다. 따라서 n 개의 이차 운동 미분 방정식은 등식을 이용하여 $2n$ 개의 일차 미분 방정식으로 변환되며 성능지수가 quadratic 형태인 경우 최적 제어기의 이득은 행렬대수 Riccati 방정식의 해로부터 얻어진 다[15,17].

가끔 설계 제한 조건으로 페루프 응답이 최소한 어떤 수렴도를 지닐 수 있도록 만들어야 할 경우가 있다. 이 경우 Pole Placement 기법을 이용하여 조건을 만족시킬 수 있으나 Pole Placement 기법을 이용하여 이득을 구하는 과정이 복잡하다. 이와는 달리 최적제어기는 설계과정이 간단하기는 하나 상태변수에 대하여 어떤 수렴도를 부과할 수 없으며 최적 제어기의 적용결과가 만족스럽지 못한 경우 성능지수의 Q 와 R 행렬을 재조정하여 결과를 재확인하여야 한다. Anderson과 Moore는 수렴도를 부과할 수 있는 새로운 형태의 최적제어기법을 제시하였다[14,15]. 이들이 개발한 방법을 진동제어에 적용하면 변위 뿐만 아니라 속도에도 제한을 부과하게 되어 필요 없는 제한 조건을 남용하는 결과가 된다. 이러한 점을 개선하여 Kwak[16]이 변위에만 수렴도를 부과하는 방법을 제시하였다. 본 논문에서는 Kwak[16]이 개발한 방법을 확장하여 모달 공간상의 운동 미분방정식에 대하여 각각의 모달 변위에 수렴도를 부과할 수 있는 새로운 형태의 최적제어기를 설계하고 이를 LQG 기법을 이용하여 구현하였다.

수렴도를 부과하기 위해서 먼저 다음과 같은 보조 변수를 도입하여 보자.

$$\xi = e^{at} q, \quad u = e^{at} v_a \quad (4)$$

따라서 ξ 가 수렴하게 되면 q 는 e^{-at} 가 곱해져 더욱 빠르게 수렴하게 된다. 식 (4)로부터 다음과 같은 관계식을 유도할 수 있다.

$$e^{at} \dot{q} = \dot{\xi} - a\xi, \quad e^{at} \ddot{q} = \ddot{\xi} - 2a\dot{\xi} + a^2\xi \quad (5)$$

식 (3)에 e^{at} 를 곱하고 식 (4)와 (5)를 이용하면 다음과 같이 변환된 방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{\xi} + 2(Z\Omega - aI)\dot{\xi} + (\Lambda - 2aZ\Omega + a^2I)\xi = U^T B_a u \quad (6)$$

식(6)은 변환된 운동 이차 미분 방정식을 나타내는데 이를 다시 상태방정식으로 변환하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{z} = Az + Bu \quad (7)$$

여기서 $z = [\xi \quad \dot{\xi}]^T$ 이고

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -(\Lambda - 2aZ\Omega + a^2I) & -2(Z\Omega - aI) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ U^T B_a \end{bmatrix}$$

이와 같은 상태방정식에 대하여 다음과 같은 성능지수를 고려해 보자.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{2at} (v_a^T R v_a + \eta^T Q \eta) dt \quad (9)$$

여기서 $\eta = [q^T \quad \dot{q}^T]^T$ 는 원래 시스템의 상태 벡터를 나타내고 R 은 2×2 의 실수 대칭 양정수 행렬, Q 는 8×8 의 실수의 양반정수 행렬을 나타낸다. 지수가 포함된 성능지수는 제어벡터의 성능에 좀더 제한을 가하게 된다. 식 (4)를 고려하면 식 (9)는 다시 다음과 같이 표현된다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (u^T R u + z^T \bar{Q} z) dt \quad (10)$$

여기서

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} - aQ_{12} - aQ_{21} + a^2Q_{22} & Q_{12} - aQ_{22} \\ Q_{21} - aQ_{22} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

이다. 이와 같은 성능지수와 변환된 상태방정식을 이용하면 최적제어 법칙은 다음과 같이 표현된다.

$$u = -R^{-1}B^T Pz = -G_p \xi - G_v \dot{\xi} \quad (12)$$

여기서 P 는 정상상태 행렬 대수 Riccati 방정식의 해이다.

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (13)$$

식 (4)를 이용하면 최종적인 최적제어는 다음과 같이 표현된다.

$$v_a = -(G_p + \alpha G_v)q - G_v \dot{q} \quad (14)$$

본 연구에서는 $\alpha = 5.0$, $Q = 10^5 I$, $R = 10^{-2} I$ 를 이용하여 최적제어이득 행렬을 계산하고 최종적인 제어법칙, 식 (14)를 구현하였다. 본 연구의 계산을 MATLAB을 이용하여 수행되었다.

식 (14)를 실제로 적용하기 위해서는 계측값, V_s 로부터 q 와 \dot{q} 를 평가해야 한다. 본 연구에서는 이를 위하여 Kalman Filter를 이용하였다. Kalman Filter를 이용하여 Estimator를 구성하고 이를 C code로 프로그래밍하여 실험을 수행하였다. 실험 결과 4개의 모드를 성공적으로 제어할 수 있었다. 그러나 계산량의 증가로 인하여 다중 PPF 제어에 비하여 Sampling Speed는 2 kHz로 감소시켜야 되었다. Fig. 8은 본 연구에서 개발한 수정 LQG를 적용한 실험 결과이다.

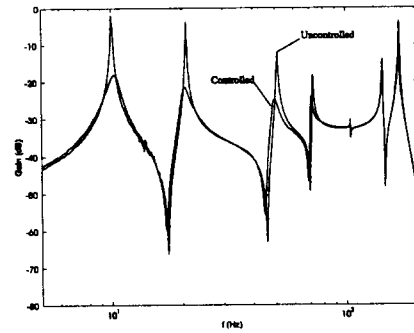
Fig. 9는 수정 LQG 제어를 적용한 시간응답결과를 보여주고 있는데 약 2초에서 제어가 커졌으며 이후 진폭이 급격하게 감소함을 확인할 수 있다. 따라서 수정 LQG 제어가 주어진 수렴도 ($\alpha = 5.0$)를 만족함을 알 수 있다.

4. 토의 및 결론

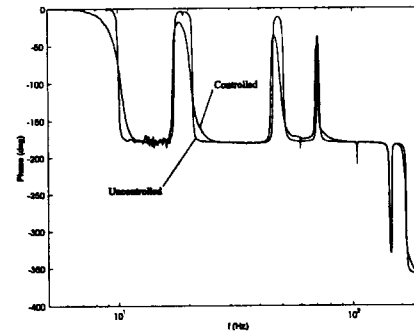
본 논문은 지능 구조물의 능동진동제어를 위하여 수정 LQG 제어기 설계 방법을 개발하였다. 본 연구에서 고려한 지능구조물은 압전 감지기와 작동기를 부착한 복합재 격자 구조물로서 이와 같은 실제 구조물을 이용하여 본 연구에서 개발한 제어기의 타당성을 입증하였다.

본 논문에서 개발한 수정 LQG 제어방법은 속도 감지기가 없어 Observer가 필요하기 때문이다. 수정 LQG는 이와 같은 기존의 LQG 제어방법

에 응답의 감소율을 포함시켜 제어 성능을 예측할 수 있도록 만든 방법이다.



(a)



(b)

Fig. 8 Frequency Response Function by the Modified LQG control

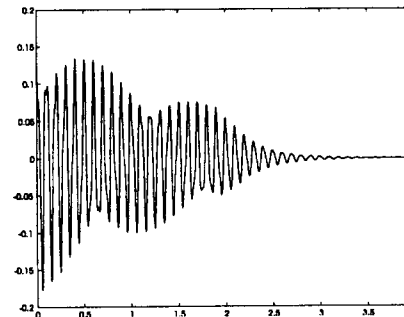


Fig. 9 Time Response by the Modified LQG control

수정 LQG 방법의 장점은 이론적인 상태 방정식이 제공되는 경우 강인한 제어기를 설계할 수 있으며 응답이 미리 정한 감소율에 의하여 제어되기 때문에 보다 안정적이라는 것이다. 그러나

LQG 방법은 Observer가 포함된 관계로 다중 PPF 제어보다 연산 작용이 많아 Sampling 시간을 늦추어야 한다. 실험 결과 수정 LQG 제어기가 능동진동제어에 있어 효과적임이 밝혀졌다.

후 기

본연구는 '96년도 한국과학재단의 핵심전문연구과제 (과제번호 961-1001-003-2)의 지원을 받아 수행되었다. 관계자 분들에게 감사를 드린다.

참 고 문 헌

- [1] Crawley, E.F. and de Luis, J., 1987, "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures," *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 10, pp. 1373-1385.
- [2] Crawley, E.F. and Anderson, E.H., 1990, "Detailed Models of Piezoceramic Actuation of Beams," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 1, No. 1, pp. 4-25.
- [3] Hanagud, S., Obal, M.W., and Calise, A.J., 1992, "Optimal Vibration Control by the Use of Piezoceramic Sensors and Actuators," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 15, No. 5, pp. 1199-1206.
- [4] Fanson, J.L. and Caughey, T.K., 1987, "Positive Position Feedback Control for Large Space Structures," *Proceedings of 28th Structural Dynamics Conference*, Monterey, CA, pp. 588-598.
- [5] Poh, S. and Baz, A., 1990, "Active Control of a Flexible Structure Using a Modal Positive Position Feedback Controller," *Journal of Intelligent Systems and Structures*, Vol. 1.
- [6] Kwak, M.K. and Sciulli, D., 1996, "Fuzzy-Logic Based Vibration Suppression of a Slewing Active Structure Utilizing Piezoceramic Sensors and Actuators," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 191 No. 1, pp. 15-28.
- [7] Yoon, K.-J., Lee, Y.J., and Kim, H.S., "Active Suppression of Glass/Epoxy Composite Cantilever Beam Using Piezoceramic Actuators and Piezopolymer Sensors," *Journal of Composite Materials*, Vol. 7, No. 1, pp. 48-56.
- [8] Hwang, W.-S., Park, H. C., and Hwang, W., 1993, "Vibration Control of a Laminated Plate with Piezoelectric Sensor/Actuator: Finite Element Formulation and Modal Analysis," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 4, pp. 317-329.
- [9] Kwak, M.K., "Active Vibration suppression of Smart Structure Using Piezoelectric Materials," *Journal of KSNVE*, Vol. 5, No. 3, pp. 292-302.
- [10] Denoyer, K.K. and Kwak, M.K., "Dynamic Modelling and Vibration Suppression of a Slewing Active Structure Utilizing Piezoelectric Sensors and Actuators," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 189, No. 1, pp. 13-31.
- [11] 라완규, 박문규, 윤광준, "압전감지기와 작동기를 이용한 복합재료 격자 구조물의 능동진동제어," *한국항공우주학회지*, 제 25권 제 5호, 1997, pp. 76-85.
- [12] 박문규, 라완규, 윤광준, "PPF와 SRF 조합제어기법을 사용한 지능구조물의 능동진동제어," *한국소음진동공학회지*, 제7권 제 5호, 1997, pp. 811-817.
- [13] Kwak, M. K., Ra, W.-K., and Yoon, K.-J., "Active Vibration Suppression of a Smart Grid Structure by the Multiple Positive Position Feedback Control," *Asia-Pacific Vibration Conference '97*, Nov. 1997, Kyounju, Korea, pp. 1271-1276.
- [14] Anderson, B. D. O. and Moore, J. B., "Linear System Optimization with Prescribed Degree of Stability," *Proc. IEE*, Vol. 116, No. 12, 1969, pp. 2083-2087.
- [15] Anderson, B. D. O. and Moore, J. B., *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990.
- [16] Kwak, M.K., "Optimal Control of Flexible Structures with the Prescribed Decay Rate", *ASME Winter Annual Meeting*, 1991, 91-WA-DSC-2.
- [17] Potter, J. E., "Matrix Quadratic Solutions," *SIAM Journal of Applied Mathematics*, Vol. 14, No. 3, 1966, pp. 496-501.