

공진법시험에서 나타난 점탄성재료의 히스테리시스 영향평가

°최 현*, 김두훈*, 이 상조**

The Evaluation of the Hysteretic Behavior of the Viscoelastic Material in the Resonant Test

Hyun Choi *, Doo-Hoon Kim*, Sang-Jo Lee**,

ABSTRACT

Rubber has been widely used as a good device for reducing the vibration in various fields including the anti seismic device like LRB. The damping characteristic is needed to be mathematically modeled to predict the dynamic behavior of the isolated system. In this paper, The frequency response function was obtained experimentally by the resonant method and simulation was performed with the hysteretic model using the resonant test result. the hysteretic behavior of the rubber can be explained by the change of the static stiffness obtained in the DC by the concept of the transfer function.

1. 서 론

지난 150년이상 고무는 철도, 육상 및 해상운송 기제, 산업기계등에 있어서 방진, 제진 및 충격흡수재료로서 널리 사용되어왔다. 또한 근간에는 건축, 토목분야에서 지진을 포함한 충격완충 및 내진장치로서도 그 응용분야가 확대되어오고 있다. 이러한 고무의 폭넓은 응용분야는 고무자체가 금속과는 달리 내부적으로 에너지를 흡수하여 소산시키는 성질이 있음으로 가능한 것이다. 재료의 이러한 성질을 손실계수(Loss factor)라고 하며, 내부댐핑이 적어 무시되는 금속재료와는 달리 고무를 포함한 점탄성재료의 성능을 나타내는 중요한 요소이다.

재료의 탄성은 외부에너지를 스프링에서와 같이 저장하는 역할을 하며, 점성은 재료내부에서 분자간의 마찰(Slip)등에 의해 열에너지로 소산시키는 역할을 한다. 이러한 금속과 고무재료의 뚜렷

서도 두 가지 제품이 뚜렷하게 구분되어 사용되고 있다. 즉, 금속재료를 이용한 방진스프링은 방진 영역에서의 진동절연효과는 크나, 공진을 포함한 과도영역에서 과도한 진동응답이 발생하는 단점이 있으나, 방진고무는 재료자체의 큰 손실계수로 인하여 방진영역에서의 진동절연효과는 저하되나, 과도한 진동응답이 억제되는 효과를 얻을 수 있다.

방진/제진을 목적으로 하는 고무마운트 또는 제진재와 같은 제품에서는 고무재료의 댐핑성분이 진동시스템의 동적 특성을 좌우하게 되며, 따라서 고무마운트를 적용한 진동시스템의 방진효과를 예측하거나 점탄성재료의 성능을 표현하기 위해서는 필연적으로 재료의 강성에 기여하는 동적탄성 특성과 댐핑특성을 나타내는 손실계수를 정확히 측정할 필요가 있다.

점탄성 재료의 손실계수를 측정하는 방법으로는 공진법 시험(Resonant Test)과 비공진법 시험(Nonresonant Test)이 있으며^{[1][2]}, 각 방법은 나름대로의 시험을 진행하는 데 있어서 현실적인 장단점이 있다. 특히, 공진법 시험에서 낮은 주파수

*유니슨산업(주) 유니슨기술연구소

**연세대학교 공과대학 기계공학과

의 고유진동수를 형성하기 위해서는 큰 질량이 필요하며, 측정센서의 감도(Sensitivity) 문제로 인하여 가속도계를 이용하는 경우에는 저주파수에서, 변위센서를 사용하는 경우에는 고주파수에서 신뢰성있는 실험결과를 얻기 힘들게 된다^[3].

본 논문에서는 천연고무(NR, Natural Rubber) 재료의 고무시편을 대상으로 한 공진법 시험에서 가속도센서를 사용함으로써 알기 어려운 저주파에서의 고무재료의 히스테레시스 특성을 확인하기 위하여, 인가된 질량에 따른 주파수 응답함수들을 구하고, 측정된 공진주파수 및 댐핑값을 이용하여 전달함수개념을 도입하여 해석적으로 구한 주파수 응답함수를 실험결과와 비교함으로써 DC성분을 포함한 저주파수영역의 강성값특성이 방진고무의 히스테레시스 거동을 나타내고 있음을 확인하였다.

2. 본 론

2.1 점탄성재료의 동강성(Dynamic Stiffness) 및 손실계수(Loss Factor)

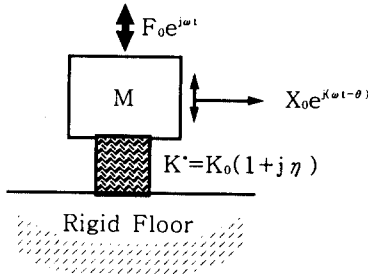


Fig. 1 Simplified model of the resonant Test

점탄성재료에 작용하는 동적하중에 의하여 점탄성재료에서 발생하는 응력과 변형을 간에는 Fig. 1에서와 같이 위상차가 발생하게 된다. 점탄성재료에 주기적으로 작용하는 동적 응력, σ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$F = \hat{F} \times e^{j\omega t} \quad (1)$$

점탄성재료에서 발생하는 동적응력에 대하여 위상차, θ 를 갖는 동적 변형율은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = \hat{x} \times e^{j(\omega t - \theta)} \quad (2)$$

Fig. 2에서와 같이 복소수형태로 표현되는 동강성은, K^* 는 작용하는 동적 힘과 동일위상(in phase)부분의 강성은 내부댐핑이 무시된 스프링의 강성을 표현하며, 반대로 동적 힘과 위상차가 발생된(out of phase)부분의 강성은 점탄성재료의 댐핑특성에 의하여 강성에 기여하게 되는 부분이다.

점탄성재료의 동강성을 일반화하여 표현하면 다음 식과 같다.

$$K^* = \frac{F}{x} = \frac{\hat{F}}{\hat{x}} e^{j\theta} \\ = K_1 + jK_2 \quad (3)$$

$$\eta = \tan \theta = \frac{K_2}{K_1} \quad (4)$$

여기서, K_1 은 동적 하중에 대해 동일위상의 강성부를 의미하며, K_2 는 위상차, θ 가 발생한 강성부를 의미한다. 일반적으로 재료에 따른 동강성을 표현하면 Fig. 2와 같다.

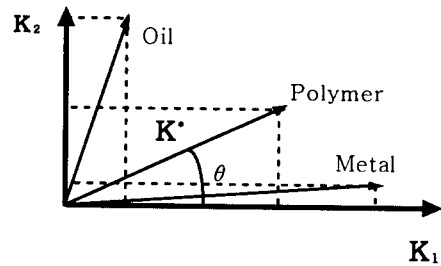


Fig. 2 Real and imaginary of dynamic stiffness

방진시스템 설계에서 점탄성재료를 수학적으로 모델링하는 경우 손실계수는 방진시스템의 동특성을 결정하는 중요한 요소이며, 무시할 만큼의 작은 손실계수를 갖는 일반적인 금속재료와는 달리 정확히 추정할 필요가 있다.

2.2 점탄성재료의 수학적 모델

조화가진력이 작용하는 경우에 진동응답 또한 조화응답으로 나타나며 이때, 단위힘 당 발생하는 진동변위응답, 즉 콤프라이언스 (Compliance) 형태의

전달함수는 식(5) 와 같이 표현될 수 있다^[4].

$$|H(\omega)| = \left| \frac{1}{(K^* - \omega^2 M)} \right| \quad (5)$$

손실계수, η 는 사이클당 저장에너지에 대한 손실에너지의 비로서 식(6)과 같이 표현된다.

$$\eta = \frac{\Delta E}{2\pi U_{\max}} \quad (6)$$

방진고무의 수학적 모델링을 위하여 방진고무에 부과된 질량을 M, 방진고무의 점탄성에 의한 강성 및 점성특성을 각각 점성댐핑모델과 히스테레시스 댐핑모델로 나누어 생각할 수 있다^[5].

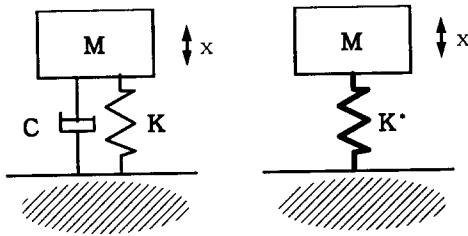


Fig. 3 Viscous and hysteretic model of rubber

(1) 점성댐핑 모델(Viscous damping model)

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (7)$$

$$K^* = K + j\omega C \quad (8)$$

$$\eta = \frac{C\omega}{K} \quad (9)$$

점성댐핑의 경우, 작용하는 조화가진력의 주파수에 비례하여 손실계수가 커지며, DC 성분에서의 손실계수는 영이된다.

(2) 히스테레시스 댐핑모델 (Hysteretic damping model)

$$M\ddot{x} + (\beta K/\omega)\dot{x} + Kx = F \quad (10)$$

$$M\ddot{x} + K(1 + j\beta)x = F \quad (11)$$

여기서, β 는 재료의 특성에 기인하는 히스테레시스 댐핑상수(hysteretic damping constant)이다.

$$K^* = K + j\beta K \quad (12)$$

$$\eta = \beta \quad (13)$$

2.3 공진법에 의한 고무시편의 손실계수 측정실험

공진법에 의한 점탄성 재료의 손실계수 측정방법은 식(15) 에서와 같이 부가질량, M과 점탄성재료의 강성, K^* 가 형성하는 고유진동수에서의 공진봉의 형태를 이용하여 식(14) 에서와 같이 손실계수를 측정하는 방법으로서, 손실계수는 식(14)에서와 같이 고무시편의 손실계수는 log축을 기준으로 공진봉값의 -3dB 저하된 주파수폭을 고유진동수로 나눈 값으로 계산된다[6].

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_n} \quad (14)$$

또한, 시편의 동강성은 부가질량과 고무시편의 동강성 간에 형성된 공진주파수에서의 식(15)를 이용하여 구할 수 있다.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K^*}{M}} \quad (15)$$

부가질량과 고무시편이 형성하는 고유진동수가 서로 다르도록 6개의 서로 다른 질량을 이용하여 부가질량은 NR 경도 55 의 고무시편에 부착함으로써, 부가질량, M과 고무시편의 동강성(dynamic stiffness), K^* 으로 이루어진 진동계를 구성하고, 부가질량에 Fig.4와 같이 가진기 (magnetic excitor)를 이용하여 동적 힘을 인가하였다.

Fig. 4에서 시험용 시편에 가진기의 자중보다 큰 힘을 가하기 위하여 가진기 상단에 부가적인 질량을 부착하였다. 가진장치에서 고무 시편에 작용하는 동적하중이 가진기 및 부가질량의 자중보다도 큰 경우에는 가진 시스템이 위 방향으로 운동하게 함으로써, 벽면밀착시험시 가진기 끝단에 큰 힘이

발생, 가진기에 큰 부하가 작용하는 것을 방지하였다.

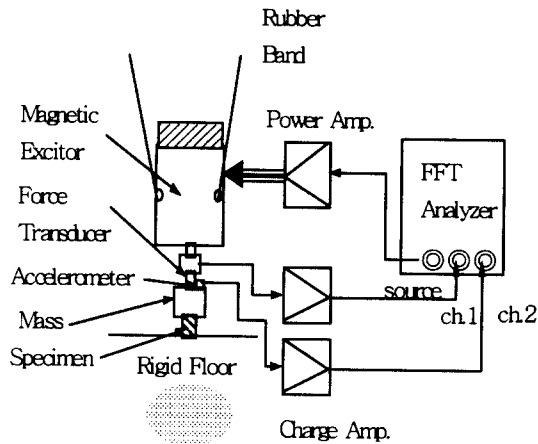
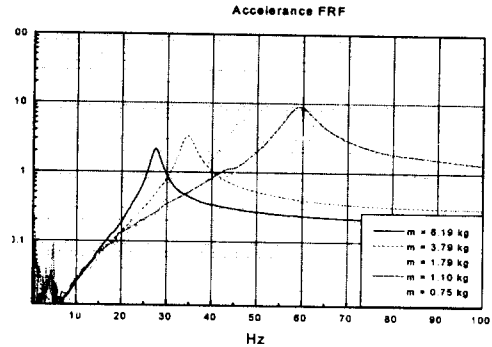


Fig. 4 Experimental setup of Resonant Test

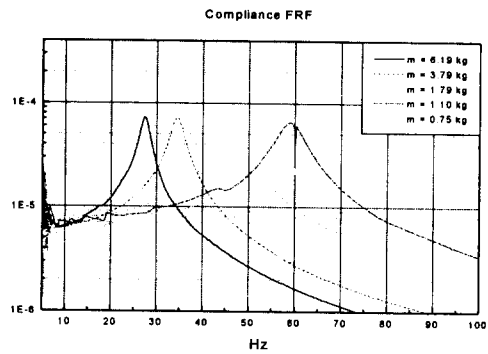
가진기에서 발생한 랜덤(Random)형태의 동적가진력에 따라서 부가질량에서 발생한 진동응답을 부가질량위에 설치된 가속도계를 이용하여 측정하였다.

가진기의 끝단에 부착된 힘측정기의 출력인 고무에 작용하는 힘과 부가질량 상부에서 측정된 가속도 진동응답을 이용하여 Fig. 5의 (a)와 같은 주파수축을 기준으로 입력힘과 출력진동응답간의 주파수응답함수인 액셀러런스(Accelerance)를 측정하였다.

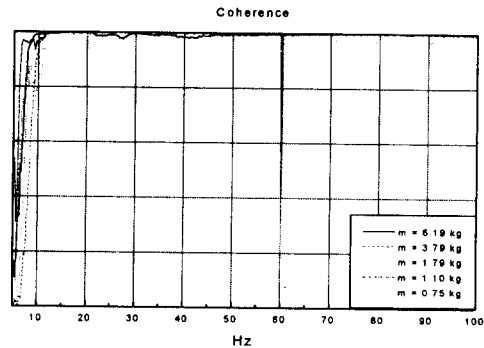
Fig. 5 (b)는 액셀러런스값을 시간에 대하여 2회적분한, 즉 주파수축에 대하여 $1/(\omega^2)$ 곱한 콤프라이언스 형태의 주파수응답함수이다. Fig. 5의 (b)에서 주파수응답함수가 저주파수영역에서 연속적이지 못하며 해당 저주파수 대역에서 코히리언스 함수가 낮은 값을 갖고 있음을 알 수 있다. 그 원인은 다음과 같은 두 가지를 고려할 수 있다. 첫째로는 진동응답 측정센서인 가속도계의 저주파수에서의 감도저하에 기인한 것으로서, 고무시편의 강성이 과도하게 크게 측정되며, 두번째로는 10 Hz이하의 영역에서 견고하다고 생각된 바닥의 구조진동 및 시험장치의 공진에 기인하는 측정잡음이 시험결과에 영향을 준 것으로 판단된다. 또한 60Hz의 전원잡음이 시험에 영향을 준 것을 코히리언스 함수에서 확인할 수 있다.



(a) Accelerance FRF



(b) Compliance FRF



(c) Coherence function

Fig. 5 Accelerance FRF & coherence functions

실험을 통하여 구한 변위주파수 응답함수에서 구한 부가질량별 공진주파수에서의 고무시편의 동강성, 손실계수 및 동배율을 정리하면 Table.1과 같다.

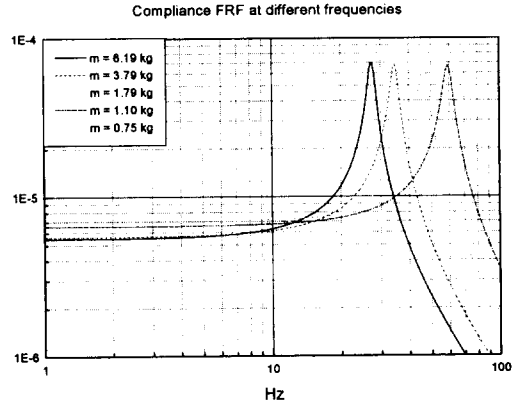
Table 1. Test result of resonant Test

	Freq. [Hz]	Ks [N/m]	$K_d=K_1(1+j\eta)$ [N/m]	α
NR (55)	27.3	1.446e5	$1.831e5=1.825e5(1+j*0.078)$	1.266
	34.5		$1.783e5=1.776e5(1+j*0.083)$	1.233
	46.5		$1.527e5=1.519e5(1+j*0.097)$	1.056
	59.2		$1.527e5=1.519e5(1+j*0.099)$	1.056
	69.3		$1.419e5=1.408e5(1+j*0.124)$	0.981

2.4 결과고찰

실험적으로 구한 변위 주파수응답함수와 해석적으로 식에 공진법 시험에 사용된 부가질량과 실험에서 구한 고무시편의 동강성을 입력값으로 그린 보데 그림(Bode plot)은 Fig. 6과 같다.

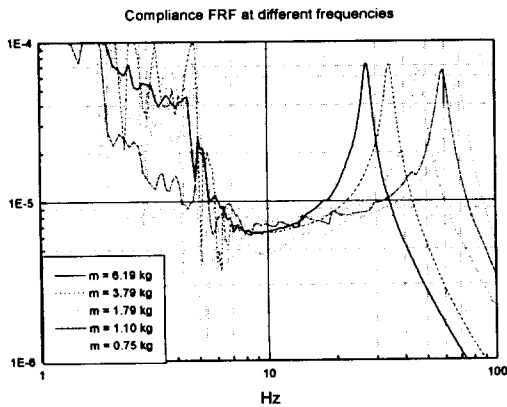
고무시편의 동강성을 나타내는 고유진동수, 고무시편의 뎀핑을 나타내는 고유진동수에서의 공진봉의 피크값 및 형태가 공진법시험 결과와 Table 1의 값을 이용해 구한 보데그림과 동일함을 알 수 있다. 따라서, 공진법에 의해 구한 고무재료의 동강성이 점탄성 재료의 히스테레시스 수학적 모델과 잘 일치함을 알 수 있다.



(b) Bode plot from the parameters in Table 1

Fig. 6 Comparison of FRF between experiment and simulation

DC성분을 포함한 저주파수영역에서의 주파수응답함수값을 공진법 시험결과로서는 측정노이즈 및 센서의 감도문제로 인하여 정확히 알 수 없었으나, 보데 그림을 통해서는 그 값을 확인할 수 있으며, 그 값이 Table 1에서 동강성의 실수값이 일정한 값이 아님을 알 수 있다.



(a) Experimental compliance FRF from the resonant Test

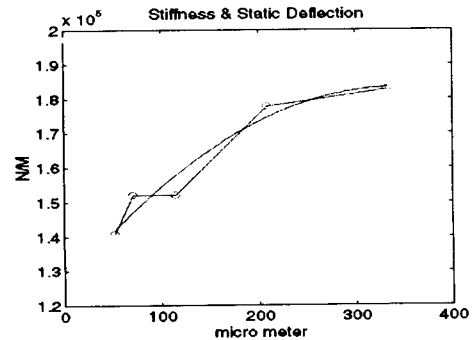


Fig. 7 The change of stiffness depending on the preload by the test mass

Fig. 7은 부가질량의 크기에 따라서 고무시편에 작용하는 정적하중에 의해 동강성의 실수값으로 나는 초기 압축량에 대한 강성의 변화를 나타낸 그림이다. 초기압축량 또는 작용하중의 크기에 따

라서 고무의 강성이 증가하는 추이를 알 수 있으며, 이는 일반적으로 고무재료가 작용하중이 증가함에 따라서 강성이 증가(Stiffening)하는 현상을 의미하며, 고무의 특성을 점성댐핑으로 모델링하는 경우에는 고려할 수 없는 현상이다.

Table.1에서 공진주파수 증가에 따른 손실계수의 증가 및 동배율저하의 원인은 고무시편을 점성댐핑모델화의 경우에서 주파수 증가에 따라서 동강성의 허수부가 증가함으로써 손실계수가 증가하는 것이 아니라, 동강성의 실수부의 저하에 의한 것이다. 이는 공진주파수가 방진고무 시편 자체의 공진주파수에 가까워짐으로써 고무시편의 임피던스가 작아지는 원인으로 생각할 수 있다. 따라서 공진법으로 고무의 동특성을 측정할 경우 고무자체의 고유진동수에 의하여 영향을 받지 않도록 고무의 형상과 측정주파수영역이 제한되어야 함을 알 수 있다.

3. 결론

대표적인 점탄성 재질인 NR계열의 고무시편을 대상으로 고무의 동강성 및 손실계수를 측정하기 위한 시험방법중 공진법 시험을 진행하였다.

공진법시험에서 진동응답 측정 센서인 가속도계의 저주파 감도특성 및 실험중 발생하는 실험장치의 공진등에 의한 외부 측정 노이즈의 영향으로 실험적으로는 확인하기 어려운 DC를 포함한 저주파수 영역에서의 강성의 추이를 파악하기 위하여, 공진법 시험결과를 히스테리시스 거동시의 동강성으로 가정하고, 그 전달함수를 해석적으로 표현하여 공진법 시험결과와 비교한 결과, 고무의 거동을 매우 잘 표현하고 있음을 확인할 수 있었다. 또한, 공진법시험에서 고무시편에 작용시키는 부가질량의 크기에 따라서 DC 성분에서의 동강성, 즉 정적강성(Static stiffness)에 있어서 고무시편의 강성 변화(Stiffening) 추이를 확인할 수 있었다.

참고문헌

1. 심 송, "점탄성재료의 복소영계수 및 유한요소법의 응용을 위한 포아송비 추출방법", 한국과학기술원, 박사학위논문, 1991.
2. S. Gade, K. Zaveri, H. Konstantin-Hansen and H. Herlufsen, "Stress/Strain Measurements of

Viscoelastic Materials", Sound and Vibration, March, PP.16~19, 1995.

3. 최 현, 박 건록, 김 두훈, 이 상조, "점탄성재료의 동적특성 측정에 관한 연구", 한국소음진동공학회 논문집, 제 7권, 제6호, 1997, PP. 937~943.
4. Daniel J. Inman, "Engineering Vibration", Prentice Hall, PP.271~275, 1996.
5. Singiresu S. Rao, "Mechanical Vibrations", Addison-Wesley Publishing Company, 1986, PP 142-146.
6. Francis S. Tse, "Mechanical Vibrations", United Publishing & Promotion Co., Ltd, 1986, PP 51.