

입출구가 연장된 동심형 소음기의 음향해석

이준신*, 김연환*, 김태룡*, 이정권**

Acoustic Characteristics of Mufflers with an Extended Inlet and Outlet

Jun-Shin Lee*, Yeon-Whan Kim*, Tae-Ryong Kim*, Jeong-Guon Ih**

ABSTRACT

Cylindrical chamber silencers with an extended inlet and outlet are widely used to reduce the propagated noise in ducts in many application fields. In this study, an acoustic analysis is carried out for concentric extended pipes inserted into a simple expansion chamber. An algebraic equation is derived by using the eigenfunction expansion and orthogonality principle. Using this analytical method, transmission losses are predicted for several configurations of the concentric extended systems.

1. 서론

일반적으로 저주파수 영역에서의 소음기의 소음저감 성능은 음파 진행 단면의 확장-축소 및 입력단-출력단의 위치 등의 함수인 소음기의 리액티브 효과에 기인한다. 따라서, 소음기 설계에 있어서 기본적인 인자는 팽창실 및 연결관의 직경, 길이, 입력 및 출력단의 위치등과 같은 기하학적 변수들이라고 할 수 있다[1-4]. 실제로 많이 사용되는 리액티브형 소음기는 약 20% 이상의 천공률을 갖는 천공교 (perforated bridge)로 입출구를 연결하는 형태가 많다. 이들의 음향학적 특성은 천공부만큼 입출구가 떨어진 연장관형 소음기로 간주되고 있다. 입력단 및 출력단이 연장된 경우, 연장된

길이의 $\lambda/4$ 에 해당하는 주파수 근방에서 큰 감쇠를 얻게 되는 데, 정확한 음향성능을 평면파로만 해석하기에는 큰 오차를 유발하고 있었다.

이와 같은 어려움을 극복하기 위해 경계요소 해석 (boundary element method) 또는 유한요소해석 (finite element method) 등의 수치해석 방법이 사용되어 졌다[5-6]. 이 방법들은, 일반적인 모양의 소음기에 적용이 가능 하지만, 계산시간 등 여러가지 단점이 수반된다. 최근에, Abom은 모드 매칭 방법을[7] 이용하여 입력단 또는 출력단이 확장관 인으로 돌출되어 있는 경우의 소음기에 대한 해석을 행하였다[8]. 한편 진동-음향계 (vibro-acoustic system)에 대하여, Dowell 등[9]은 경계면의 진동과 내부음장과의 연성관계를 각 표면의 모드를 이용하여 해석하였고, 특히 외부 음장으로부터 발생하는 경계면의 진동 때문에 생기는 내부 음장에 관심을 두었다. 본 연구에서는 Dowell의 방법을 내

* 한국전력연구원

** 한국과학기술원

부 음향계만으로 이루어진 시스템으로 확장하여 [10] 연장관이 입구와 출구 측에 존재하는 소음기에 적용하였으며, 각 변수 변화에 의한 소음기의 특성을 살펴보았다.

2. 수학적 표현

Neumann 경계조건을 만족하는 Green의 함수를 사용하는 경우, 입의의 주파수에 대한 선형화된 파동 방정식은 다음과 같이 잘 알려진 Rayleigh 적분 방정식으로 표현될 수 있다[11]:

$$p(\mathbf{r}) = -ik\rho c \int_{S_b} u(\mathbf{r}_b) G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_b) dS_b. \quad (1)$$

여기서 p 는 음압, u 는 입자속도, c 는 음속, k 는 파수, ρ 는 매질의 밀도, S 는 면적, 아래첨자 b 는 경계면을 나타낸다. Green의 함수 $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_b)$ 는 점음원이 공간벡터 \mathbf{r}_b 에 있을 때 계측좌표 \mathbf{r} 에서의 음장해이다.

음장을 둘러싼 밀폐경계가 분리좌표로 표현되는 N 개의 표면으로 나누어지면, 식 (1)는 분할된 표면을 이용하여 다음과 같이 표현될 수 있다:

$$p(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \int_{S_j} -ik\rho c u(\mathbf{r}_j) G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_j) dS_j. \quad (2)$$

여기서, 아래첨자 j 는 나누어진 표면요소를 의미한다.

각 경계면에서 정의된 음압과 입자속도를 모드 함수를 이용하여 표현하면 다음과 같다:

$$p(\mathbf{r}_j) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{jn} \Phi_n(\mathbf{r}_j), \quad u(\mathbf{r}_j) = \sum_{n=0}^{\infty} u_{jn} \Phi_n(\mathbf{r}_j). \quad (3)$$

여기서, p_{jn}, u_{jn} 는 각각 j 번째 표면의 n 번째 음압 및 입자속도에 대한 모드계수임을 나타내며, j 번째 표면에서 정의된 모드함수 $\Phi_n(\mathbf{r}_j)$ 는 다음의 단위 직교성 (Orthonormality)을 만족한다:

$$\delta_{mn} = \int_{S_j} \Phi_m(\mathbf{r}_j) \Phi_n(\mathbf{r}_j) dS_j = \begin{cases} 1 & \text{for } m=n, \\ 0 & \text{for } m \neq n. \end{cases} \quad (4)$$

식 (3)를 (2)에 대입하고 식 (4)의 단위 직교성을 이용하여 모드계수 p_{jm} 을 구하면 다음과 같다:

$$p_{jm} = \rho c \sum_{j=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} (T_{jj})_{mn} u_{jn}, \quad (5)$$

여기서

$$(T_{jj})_{mn} = -ik \int_{S_j} \int_{S_j} \Phi_m(\mathbf{r}_j) \Phi_n(\mathbf{r}_j) G(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}_j) dS_j dS_j. \quad (6)$$

$(T_{jj})_{mn}$ 는 j '번째 경계표면의 m 번째 음압모드와 j 번째 경계표면의 n 번째 입자속도모드 사이의 모드 관계계수이다. 식 (5)를 행렬방정식으로 다시 표현하면 다음과 같다:

$$\mathbf{P}_j = \rho c \sum_{j=1}^N \mathbf{T}_{jj} \mathbf{U}_j \quad \text{for } j=1,2,\dots,N, \quad (7)$$

여기서 \mathbf{P}_j 는 j 번째 표면의 음압모드 벡터, \mathbf{U}_j 는 j 번째 표면의 입자속도모드 벡터, \mathbf{T}_{jj} 는 j '번째 경계표면의 음압모드와 j 번째 경계표면의 입자속도모드 사이의 관계행렬이다. 예를들어, p_{jm} 는 벡터 \mathbf{P}_j 의 n 번째 열, 그리고 $(T_{jj})_{mn}$ 는 관계행렬 \mathbf{T}_{jj} 의 m 번째 열과 n 번째 행의 값을 의미한다.

3. 소음기 해석에의 적용

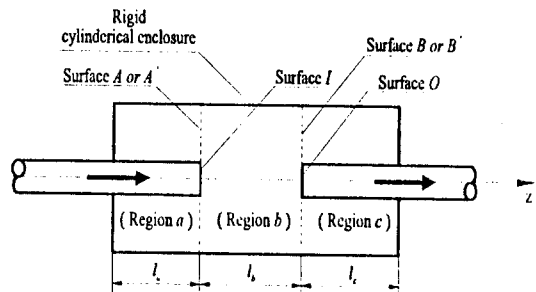


Fig. 1 입출구가 연장된 동심형 소음기

본 연구에서는 연장관이 있는 단순팽창형 소음기 중에 입력단 및 출력단이 팽창형 소음기 내부로 돌출되어 있고 서로 동심으로 배치되어 있는 형태에 대한 해석을 행한다. 입력 및 출력 단면을 제외한 모든 표면이 강체라고 가정하며, w_c, w_l 그리고 w_o 는 확장관, 입력단 및 출력단의 반지름을 각각 나타내며, l_c 는 확장관의 길이를 표현한다. 확장관 면과 입력단 및 출력단이 경계면으로 이루어진 음장을 해석에 용이하게 영역 a, b 와 c 로 나누며, 이들의 길이를 각각 l_a, l_b 와 l_c 로 표현하기로 한다. 내부음장은 원통 좌표계로 표현되는 몇 개의 표면으로 나뉘며, 입력단 표면을 표면 I , 입력단 전 면에서 입력단 표면을 제외한 면이 어느 영역의 경계면에 속하느냐에 따라 표면 A 또는 A' 라 하며, 같은 방법으로 출력단 표면 O 및 B, B' 정의한다.

영역 a, b 에서는 표면 A', B' 를 제외한 모든 경계면이 강체이므로 식 (7)을 이용한 음장의 표현은 다음과 같다:

$$P_A = -\rho c T_{AA'} U_A. \quad (8a)$$

$$P_B = -\rho c T_{BB'} U_B. \quad (8b)$$

반면, 영역 b 에서는 표면 I, O, A 및 B 를 제외한 모든 표면이 강체이므로, 표면 I 와 O 에서의 음압 벡터를 유도하기 위해 다음과 같은 행렬식이 필요하게 된다:

$$P_A = \rho c (T_{AA} U_A + T_{AB} U_B + T_{AI} U_I + T_{AO} U_O), \quad (9a)$$

$$P_B = \rho c (T_{BA} U_A + T_{BB} U_B + T_{BI} U_I + T_{BO} U_O), \quad (9b)$$

$$P_I = \rho c (T_{IA} U_A + T_{IB} U_B + T_{II} U_I + T_{IO} U_O). \quad (9c)$$

$$P_O = \rho c (T_{OA} U_A + T_{OB} U_B + T_{OI} U_I + T_{OO} U_O). \quad (9d)$$

식 (8)-(9)를 정리하면 다음과 같다:

$$P_I = \rho c X_{II} U_I + \rho c X_{IO} U_O, \quad (11a)$$

$$P_O = \rho c X_{OI} U_I + \rho c X_{OO} U_O, \quad (11b)$$

여기서 X_{ij} 는 음압과 입사속도 모드벡터들 간의

전달 행렬과 같다:

표면 I 와 O 에 평면파만이 존재한다고 가정하면, 식 (11)을 다음과 같은 행렬식으로 표현할 수 있다:

$$\begin{Bmatrix} \bar{P}_I \\ \bar{P}_O \end{Bmatrix} = \rho c \begin{bmatrix} -X_{II} & \sqrt{\frac{S_o}{S_i}} X_{IO} \\ -\sqrt{\frac{S_i}{S_o}} X_{OI} & X_{OO} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_I / S_i \\ V_O / S_o \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

여기서 \bar{P}_i 와 V_i 는 i 번째 표면 요소에 걸리는 평균 압력 및 체적속도를 각각 의미하며, 행렬 X_{ij} 의 첫번째 행과 열의 값을 X_{ij} 로 표기하였다. 식 (12)를 입력단과 출력단 사이의 사단정수 형태로 표현하면 다음과 같다:

$$\begin{Bmatrix} \bar{P}_O \\ V_O \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{oa} & T_{ob} \\ T_{ba} & T_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{P}_I \\ V_I \end{Bmatrix} = \frac{\sqrt{\frac{S_o}{S_i}}}{X_{OI}} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{S_i}{S_o}} X_{OO} (X_{II} X_{OO} - X_{OI} X_{IO}) \frac{\rho c}{S_o} \\ \frac{S_i}{\rho c} & X_{II} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{P}_I \\ V_I \end{Bmatrix}. \quad (13)$$

이때, 출력단을 통하는 음파가 반사없이 전파된다고 가정하면, Fig. 1의 소음기 투과 손실은 다음과 같이 표현된다:

$$TL = 20 \log \left\{ \left(\frac{S_o}{S_i} \right)^{1/2} \left| \frac{T_{oa} + T_{ob} \frac{S_i}{\rho c} + T_{ba} \frac{\rho c}{S_i} + T_{bb} \frac{S_i}{S_o}}{2} \right| \right\} = 20 \log \left| \frac{1 + X_{II} - X_{OI} X_{IO} + X_{II} X_{OO} + X_{OO}}{2 X_{OI}} \right|. \quad (14)$$

4. 결과 및 고찰

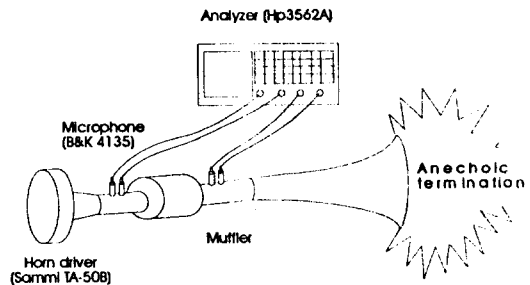


Fig. 2 실험장치 모식도

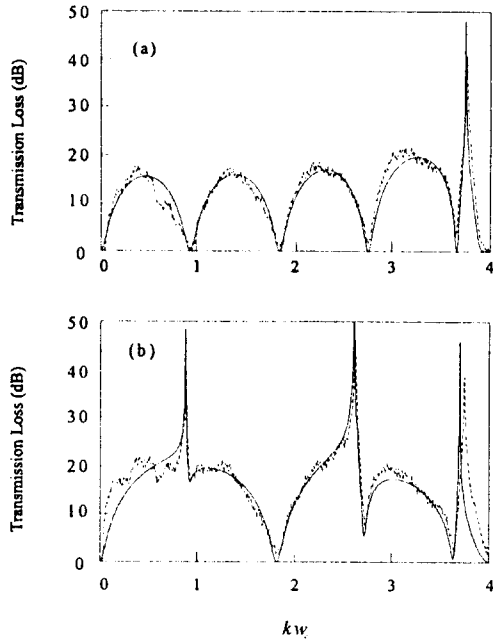


Fig. 3 투과손실에 대한 이론과 실험의 비교

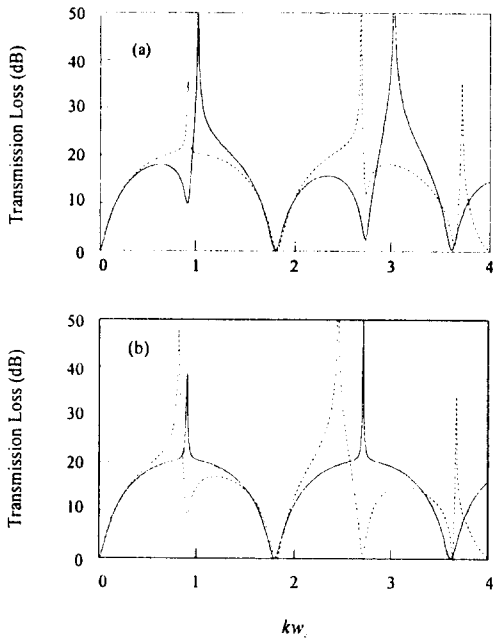


Fig. 4 투과손실에 대한 평면과 해석값과의 비교

소음기의 투과손실을 실험적으로 구하기 위해 두개의 마이크로폰 방법을 사용하였으며[12], 이때

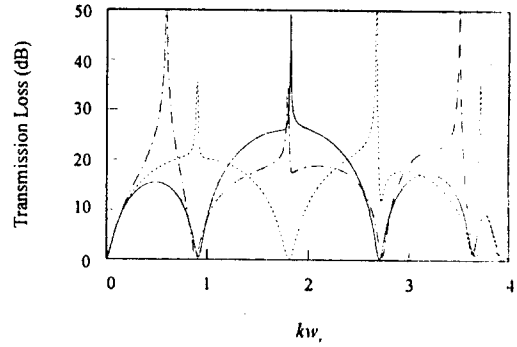


Fig. 5 입력단 연장길이에 대한 비교

두 개의 1/2 인치 마이크로폰 (B&K 4135)에서 받은 신호는 신호분석기 (HP 3562A)를 통과시켜서 PC상에서 처리를 하였다. 출력단의 끝 부분에는 무반사 처리를 한 혼(Horn)을 달아서 음의 반사를 최소화 하였다.

Fig. 3 은 ($l_c/w_c = 3.48, w_l/w_c = w_o/w_c = 0.280$) 조건에서 실선과 점선이 이론치와 실험치를 각각 나타내며, (a)는 $l_o/l_c = 0.0$, (b)는 $l_o/l_c = 0.465$ 인 경우이다. 소음기의 투과손실에 대한 이론과 실험의 비교로 양자가 잘 일치하는 것을 볼 수 있으며, 연장관이 없을 때의 단순평창형 소음기인 Fig. 3(a) 경우의 첫번째 및 세번째의 통과 대역에 맞게 연장관을 설치한 후 Fig. 3(b)처럼 향상된 원인은 입력 단면이 확장관 내의 고유모드 절점 근방에 위치했기 때문이라 할 수 있다. 저주파수 대역에서 오차가 큰 이유는, 스피커의 특성 및 끝단에서의 무반사 처리가 완전하지 못한 이유에서 이다. 해석 시 사용되는 모드 갯수는, 경계조건을 거의 만족하는 Green의 함수가 사용됨으로 해서 음장을 표현하는 데 많은 모드가 필요하지 않으므로, 각 표현에서 1개씩 만을 이용하였으며, 갯수를 증가하여도 주파수가 $kw_c \leq 4.0$ 인 구간에서 투과 손실에 변화가 거의 없었음을 알 수 있었다. 확장관 안의

평면파 구간이 $kw_c \approx 3.83$ (원주 방향의 첫번째 고 유진동수)보다 작음을 고려할 때, $kw_c \leq 4.0$ 는 소음기의 여러가지 특성을 분석하는 데 충분한 구간이라 할 수 있다.

Fig. 4는 확장관 안에 평면파 만이 전달된다고 가정하는 기존의 해석 방법과 경계 모드 방법을 비교한 결과로서 실선과 점선으로 각각 표시되며, (a)는 $I_u/I_c = 0.45$, (b)는 $I_u/I_c = 0.50$ 의 경우이다. 입력단의 돌출 효과를 생각하지 않는다면, 입력단면이 확장관의 중간에 위치할 때, Fig. 3(a) 경우의 첫번째 및 세번째의 통과 대역은 Fig. 4(a)의 평면파 해석 결과와 같이 억제대역으로 바뀌게 될 것이다. 그러나, 실제의 경우, Fig. 4(b)와 같이 확장관의 중간 위치보다 짧은 곳에서 이런 현상이 나타나게 되며, 이는 입력단의 돌출 효과라 할 수 있다[10]. Fig. 5는 입력단면의 위치를 각 모드의 절점보다 약간 짧은 곳에 위치시켜 구한 투과 손실로 위에서 설명한 내용을 입증하고 있다. 이 결과들로부터 입력단면이 어느 모드의 절점에 있느냐에 따라 소음기의 주파수 특성이 바뀐다는 점을 확인 할 수 있었으며, 입력단의 돌출 효과를 본 연구에서 제안된 방법에 의해 효과적으로 처리할 수 있음을 보였다.

5. 결론

입력단 및 출력단이 확장관 안으로 돌출되어 있는 소음기의 특성을 관찰하였고, 입력단 또는 출력단의 위치를 적절하게 위치시켜 원하는 주파수 영역에서 소음제어 성능을 향상시킬 수 있음을 확인하였다. 경계에서의 모드 관계를 이용하여 본 연구에서 고찰한 소음기와 같이 복잡한 모양의 음장을 쉽게 표현할 수 있었으며, 실험을 통하여 이의 타당성을 검증하였다. 이 방법은 앞으로 양측에 연

결관이 있고 그 위치가 임의로 주어진 일반적인 형태의 소음기의 해석에 적용될 것이다. 결과적인 4 단자 정수는 기존의 소음기 해석 전용 프로그램에 삽입 될 경우, 실제 설계에 매우 유용하게 쓰일 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. J.-G. Ih and B.-H. Lee, "Analysis of Higher-Order Mode Effects in the Circular Expansion Chamber with Mean Flow," *Journal of the Acoustical Society of America*, **77**, 1377-1388 (1985).
2. J.-G. Ih, "The Reactive Attenuation of Rectangular Plenum Chambers," *Journal of Sound and Vibration*, **157**, 93-122 (1992).
3. J.-G. Ih and J.-S. Lee, "Low Frequency Characteristics of Unlined End-in/Side-out Rectangular Plenum Chambers," *Noise Control Engineering Journal*, **40**, 179-185(1993).
4. Y.-H. Kim and S.-W. Kang, "Green's Solution of the Acoustic Wave Equation for a Circular Expansion Chamber with Arbitrary Locations of Inlet, Outlet Port, and Termination Impedance," *Journal of the Acoustical Society of America*, **94**, 473-490 (1993).
5. C. I. Young and M. J. Crocker, "Prediction of Transmission Loss in Mufflers by the Finite Element Method," *Journal of the Acoustical Society of America*, **57**, 144-148 (1975).
6. A. F. Seybert and C. Y. R. Cheng, "Application of the Boundary Element Method to Acoustic Cavity Response and Muffler Analysis," *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Vibration, Stress, and Reliability in Design*, **109**, 15-21 (1987).
7. R. Mittra and S.W. Lee, *Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves*, Macmillan, New York, 1971,

Chapter 2.

8. M. Åbom, "Derivation of Four-Pole Parameters Including Higher Order Mode Effects for Expansion Chamber Mufflers with Extended Inlet and Outlet," *Journal of Sound and Vibration*, **137**, 403-418 (1990).
9. E. H. Dowell, G. F. Gorman, III, and D. A. Smith, "Acoustoelasticity: General Theory, Acoustic Natural Modes and Forced Response to Sinusoidal Excitation, Including Comparison with Experiment," *Journal of the Acoustical Society of America*, **52**, 519-542 (1977).
10. J.-S. Lee and J.-G. Ih, "On the Method for Estimating the Volume Velocity of an Acoustic Source in a Chamber," *Journal of Sound and Vibration*, **182**(4), 505-522 (1990).
11. B. B. Baker and E. T. Copson, *The Mathematical Theory of Huygens' Principle*, Clarendon Press, Oxford, 1939, Chapter 1.
12. A. F. Seybert, "Two-Sensor Methods for the Measurements Sound Intensity and Acoustic Properties in Duct," *Journal of the Acoustical Society of America*, **83**, 2233-2239 (1988).
13. M. Abramowitz and I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York, 1970, Chapters 9 and 11.