

공기 역학적으로 가진 되는 헬름홀츠 공명기에서 발생하는 소음에 관한 예측모델

국형석*

A Predictive Model for the Tones Generated from Aerodynamically Excited Helmholtz Resonators Hyungseok Kook

ABSTRACT

The interior of open cavities exposed to a grazing flow is known to experience strong periodic pressure oscillations sustained for a wide range of flow velocities. In this study, an original approach was followed to develop a describing function model for the flow-excitation mechanism, governed by the shedding of discrete vortices within the shear layer over the orifice. A feedback loop analysis was performed to predict the frequency and the amplitude of the interior pressure fluctuations. Furthermore, a limit cycle stability analysis based on the extended Nyquist Stability criterion allowed the predictions of the onset and termination velocities for various modes. The analytical model was verified experimentally.

1. 서론

음향학적 공명기의 입구를 유동하는 유체에 노출시키면 어떤 유체속도범위에서 공명기 내부에 협대역의 강한 음압이 발생되는 것이 잘 알려져 있다. 섀루프(sunroof)를 열고 주행하는 자동차의 차실 내부에는 이러한 원리에 의해 소음이 발생하는데 차실 내부체적과 섀루프 크기, 그리고 주행 속도에 따라 대략 10 Hz 에서 50 Hz 사이의 주파수 대에서 발생하며 흔히 “버펫팅 소음”(buffeting) 이라고 부른다. 이러한 현상은 섀루프가 없더라도 창문을 열고 주행하는 경우에도 발생한다. 낮은 주파수대에서 발생하는 높은 음압의 소음은 탑승자에게 불쾌감, 피로, 현기증 등을 유발한다. 공기 역학적으로 가진 되는 공명현상의 이해를 돕고, 섀루프 설계에 이용할 수 있는 이론적 모델이 본 연구에서 개발되었다.

2. 피드백 루프 해석과 후방전달함수

공명기 주위에 형성되는 전체 유동장(total flow field)은 순수한 유동성분 또는 공기 역학적인 성분(aerodynamic field)과 음장(acoustic field) 성분으로 이루어진다. 음장은 공기역학적 가진에 따라 공명기가 반응함으로써 발생하며, 반면에 강한 음장은 유동장내의 보텍스(vortex)의 형성과 발달에 영향을 주기 때문에 공기역학적 유동과 음장은 서로 영향을 주고 받는다. 따라서, 공기역학적으로 가진 되는 공명기 시스템은 피드백 개념을 써서 Fig. 1 과 같이 도식적으로 나타낼 수 있다. 변수 \hat{q}_v 은 공명기의 음향학적 반응을 나타내는 변수이며 공명기 입구에서 수직 방향으로 진동하는 음장의 체적속도(volume velocity)를 복소수 형태로 표현한 것이다. 변수 \hat{q}_0 은 공기 역학적인 가진을 복소수 형태의 체적속도로 나타낸 것이며 공명기 입구의 상류 에지(upstream edge) 근처에서 주기적으로 떨어져 나오는 보텍스의 유동과 관련되어 있다.

피드백 루프는 전방 전달함수(forward gain

* 정희원, 국민대학교 기계자동차공학부

function)와 후방 전달함수(backward gain function)로 구성되어 있으며 자가진동(self-sustained oscillation)에 의한 한계 사이클(limit cycle)의 진폭과 주파수는 두개의 전달함수로 만들어지는 피드백 루프의 특성방정식으로부터 구할 수 있다. 한계 사이클의 주파수와 진폭을 두 개의 전달함수를 모델링하여 구하는 피드백 루프 해석법을 공기 역학적으로 가진 되는 공명기의 해석에 처음으로 도입한 이는 Cremer 와 Ising 이다⁽¹⁾.

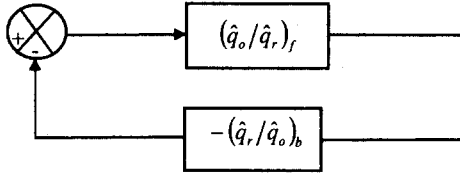


Fig. 1 Nonlinear Feedback Loop Model of the Flow-Excited Cavity

후방 전달함수는 정현파(sinusoidal) 입력이 주어졌을 때의 공명기의 반응을 나타내며 시스템을 구성하는 공명기의 형태에 따라 결정된다. 주행하는 차량에서 발생하는 쉐르프 소음의 경우 차실을 헬름홀츠 공명기(Helmholtz resonator)로 모델링할 수 있다. 헬름홀츠 공명기는 음향학적 1 자유도계 진동시스템이며 공진 주파수와 감쇠계수를 갖는다. 공진 각주파수를 ω_r , 감쇠계수를 ζ 라 하면 후방 전달함수는 다음과 같이 모델링할 수 있다⁽²⁾.

$$\left(\frac{\hat{q}_r}{\hat{q}_o}\right)_b = \frac{-(2\zeta(j\omega)\omega_r + \omega_r^2)}{(j\omega)^2 + 2\zeta(j\omega)\omega_r + \omega_r^2} \quad (1)$$

3. 전방 전달함수의 모델링

실험에 사용한 헬름홀츠 공명기와 이론전개에 필요한 좌표축이 Fig. 2 에 표시되어있다. 공기역학적 가지는 Howe⁽³⁾가 제안한 와류음장이론(vortex sound theory)으로부터 유도하였다.

3.1 와류음장이론

와류음장이론은 음장 내에 움직이는 와류(vortex)가 있을 때 와류와 음장의 매 순간의 에너지교환을 음장의 순간 속도벡터 \vec{u} 와 와도 $\vec{\omega}$ (vorticity vector), 그리고 유체속도벡터 \vec{v} 의 함수로

다음과 같이 나타낸다.

$$P = -\rho \int_V (\vec{\omega} \times \vec{v}) \cdot \vec{u} dV \quad (2)$$

ρ 는 유체의 주변밀도(ambient density)이며 적분은 와도가 영이 아닌 영역에서 행한다. P 는 순간 음향학적 파워(instantaneous acoustic power)이며 대류하는 와류가 음장에 $-\rho(\vec{\omega} \times \vec{v})$ 의 힘(Magnus force)을 가하여 일을 함을 알 수 있다. 트리플 프로덕트(triple product)의 부호에 따라서 음장과 와류사이의 에너지 전달 방향이 달라진다.

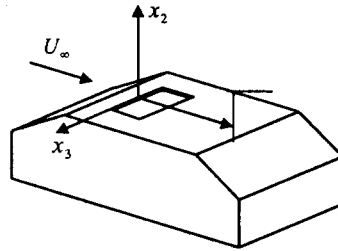


Fig. 2 Coordinate System and Cavity Geometry

3.2 주기적인 외부 가진 압력

공명기 입구의 유동장을 일정속도 U_c 로 대류하는 점 보텍스(point vortex)에 의해 음장에 가하여지는 힘은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\vec{F}_{ext} = \int_S -\rho(\vec{\omega} \times \vec{v}) dS = (-\rho\Gamma U_c) \vec{n}_2 \quad (3)$$

여기서 Γ 는 보텍스의 서클레이션(circulation)이며, S 는 공명기 입구 주위의 와류와 음장이 상호작용하는 영역의 단면이다 (x_1 - x_2 평면). 공명기 입구 위를 대류하는 보텍스로 인하여 야기되는 국부적인 압력분포를 적분하여 전체적인 가진 압력을 얻을 수 있다고 가정하면 가진 압력은 다음과 같이 표현된다.

$$p_{ext} = \frac{\rho\Gamma U_c}{d} \quad (4)$$

점 보텍스를 가정하였지만, 서클레이션이 Γ 이고 대류속도가 U_c 인 유한한 공간을 점유하는 일반적인 보텍스에 대하여도 식 (4)가 성립한다고 가정한다.

3.3 서클레이션 세기의 관계식

와류와 음장의 상호작용이 강한 공명기 입구주

위를 감싸는 제한체적이 Fig. 3에 표시되어 있고, 제한체적내의 서클레이션의 세기(strength)는 다음과 같이 모델링할 수 있다. 제한체적내의 유동은 비점성이라 가정하며, 따라서 제한체적 내에서는 와도의 생성이나 소멸이 없다. 제한체적 내에서 서클레이션에 대하여 레이놀즈 정리(Reynolds transport theorem)를 적용하면 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \iint_{c.v.} \Omega dS = \left(\int_{c.s.} \Omega v_1 dx_2 \right)_{in} - \left(\int_{c.s.} \Omega v_1 dx_2 \right)_{out} \quad (5)$$

식 (5)는 제한체적내부의 서클레이션 변화율이 제한체적의 상류의 서클레이션 유입율(influx)에서 제한체적의 하류의 서클레이션 유출율(out-flux)을 빼 준 값으로 얻어짐을 뜻한다. 한 사이클동안의 제한체적내의 서클레이션의 요동(fluctuation)이 점 보텍스와 유한한 공간을 점유하는 보텍스에 대하여 개략적으로 Fig. 3에 나타내었으며 시간 $t = 0$ 는 상류 에지에서 보텍스가 하나 떨어져 나오는 순간이다. 제한체적 상류방향 경계에서는 서클레이션의 유입이 상류의 경계층(boundary layer)에 고르게 분포되어 있던 서클레이션이 일정한 비율로 유입된다. 제한체적 내에 유입된 서클레이션은 롤업되면서(rolling-up) 불연속적인 보텍스(discrete vortices)를 형성하며 하류방향으로 대류 되어, 제한체적 하류방향 경계에서는 비정상적인(unsteady) 비율로 서클레이션이 방출된다. 제한체적내부로의 서클레이션 유입율은 Nelson 등⁽⁴⁾이 설명한 바와 같이 경계층의 속도구배 $v_1(x_2)$ 오는 무관하고 다음과 같이 주류속도(free stream flow velocity), U_∞ ,의 함수로 구해진다.

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}_{in}(t) &= \int_0^{\delta_b} \Omega v_1 dx_2 = \int_0^{\delta_b} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) v_1 dx_2 \\ &= \int_0^{\delta_b} -\frac{dv_1}{dx_2} v_1 dx_2 = \int_0^{\delta_b} -v_1 dv_1 = -\frac{1}{2} U_\infty^2 \end{aligned} \quad (6)$$

제한체적내의 총 서클레이션 세기의 시간평균은 상류에서의 서클레이션 유입율에 보텍스가 공명기 입구를 대류하는 시간의 곱으로 표시할 수 있다.

$$\overline{\dot{\Gamma}_{in}(t)} = -\frac{1}{2} U_\infty^2 \frac{d}{U_c} \quad (7)$$

제한체적의 하류쪽 경계에서의 서클레이션 유출율은 비정상이며 보텍스 하나가 방출될 때 마다 제한체적내의 서클레이션의 총합은 급격히 감소된다. 실제적인 유출율은 보텍스에서 서클레이션의 공간적 분포와 보텍스의 대류속도에 의하여 결정된다. 예를 들어서 서클레이션의 세기가 같고 서클레이션의 밀집도가 다른 두 개의 보텍스를 상상해 보면, 밀집도가 큰, 점 보텍스에 가까운 보텍스의 방출로 인한 제한체적내부의 서클레이션 변화율이 더 급격한 것을 짐작할 수 있다. 본 연구에서는 제한체적 하류 경계면에서의 서클레이션 유출율을 "shape function" $f(t)$ 이라 칭하고 두개의 가상적인 shape function 을 고려하여봄으로써 실제적인 보텍스의 방출로 인한 shape function 을 어떻게 다룰지를 제시한다.

3.4 점 보텍스와 유한한 크기를 갖는 보텍스

공명기 입구에 생기는 전단층(shear layer)에는 음장의 작용에 의하여 보텍스가 형성되며, 이러한 보텍스의 주기적인 대류가 만드는 유동장의 주기는 음장의 주기와 일치하게 된다. 예를 들어서 음장의 체적속도($\hat{q}, \exp(j\omega t)$ 의 실수 성분)가 영이 되고 공명기 입구방향으로 증가하는 순간에 공명기의 상류쪽 에지 근처에서 보텍스가 떨어져 나오는 것이 여러 실험에서 관찰된 바가 있다⁽⁵⁾. 따라서 shape function, $f(t)$ 도 유동장과 같은 주기를 갖는 주기함수이며 보텍스가 상류 에지에서 떨어져 나와서 하류 에지에서 제한체적 바깥으로 방출될 때까지의 대류로 인한 시간지연을 고려하면 서클레이션 유출율 $\dot{\Gamma}_{out}(t)$ 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\Gamma}_{out}(t) = f(t - \tau) \quad (8)$$

여기서 $\tau = d/U_c$ 는 대류로 인한 시간지연이며 스트루할 수(Strouhal Number)를 $St_\phi = \omega d/U_c$ 로 정의하면 $\tau = St_\phi T / (2\pi)$ 로도 표현할 수 있다. 서클레이션 유출율 $\dot{\Gamma}_{out}(t)$ 의 시간 평균은 서클레이션의 유입율 $-U_\infty^2/2$ (식 6)과 같은데 한 주기후에 제한체적내부에 축적되는 서클레이션은 영이 되기 때문이다. 따라서 shape function, $f(t)$ 가 주어지면 식 (5)를 써서 제한체적내부의 서클레이션의 변화율을 계산할 수 있고, 이것을 시간에 대하여 적분하고 식 (4)에 대입하면 외부 가진 압력을 얻을

수 있다. 본 연구에서는 시험적으로 두 가지 형태의 shape function, $f(t)$ 가 고려되었다. 첫 번째로 고려된 shape function은 $f(t) = -0.5U_\infty^2 T \delta(t)$ 로 정의되는 주기함수이며 $\delta(t)$ 는 디랙의 델타 함수(Dirac delta function)이다. 이러한 형태로 정의된 shape function은 이상적인 점 보텍스가 방출될 때의 서클레이션 유출율을 모사한 것이다. 점 보텍스의 대류로 인하여 발생하는 외부 가진 압력을 푸리에 급수로 전개하면,

$$p_{ext}(t) = -\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{jkSt_\star} e^{jk(\omega t - St_\star)} \quad (9)$$

이고 기본항(fundamental component)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{p}_{ext} = \rho U_\infty^2 \frac{1}{St_\star} e^{-jSt_\star} \quad (10)$$

유한한 크기를 갖는 좀더 실제적인 보텍스를 모사하기위해서 두 번째로 고려된 shape function은 가로 세로의 비율이 변화될 수 있는 직사각형 형태이며 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} f(t) &= -H \quad (-W/2 \leq t \leq W/2) \\ f(t) &= 0 \quad (\text{elsewhere}), \\ f(t - nT) &= f(t) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 높이는 $H = 0.5U_\infty^2 T / W$ 이며, W 는 보텍스의 밀집도를 결정하는 매개변수이다. W 는 최대 $T/2$ 일 때 보텍스의 서클레이션이 완전히 퍼진 (fully diffused) 상태이며 W 가 영에 접근하는 한계치에서 점 보텍스를 표현한다. 이러한 shape function으로부터 얻어지는 외부 가진 압력의 푸리에 급수 표현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_{ext}(t) &= -\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \\ &+ \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{jkSt_\star} \text{sinc}\left(\frac{kW\pi}{T}\right) e^{jk(\omega t - St_\star)} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ 이며, 기본항의 페이저(phasor) 표현은 다음과 같다.

$$\hat{p}_{ext} = \rho U_\infty^2 \frac{1}{St_\star} \text{sinc}\left(\frac{W\pi}{T}\right) e^{-jSt_\star} \quad (13)$$

예상했던 대로 $W = T/2$ 일 때 $\hat{p}_{ext} = 0$ 이고, W 가 영에 접근할 때 \hat{p}_{ext} 는 최대값인 식 (10)에 접근하는 것을 쉽게 확인할 수 있다. 식 (12)와 식

(13)의 비교로부터 일반적인 보텍스의 shape function으로부터 얻어지는 외부 가진 압력의 기본항을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{p}_{ext} = \alpha \rho U_\infty^2 \frac{1}{St_\star} e^{-jSt_\star} \quad (14)$$

상수 α 는 보텍스의 밀집정도를 나타내며 최소값은 영이고 이상적인 점 보텍스의 경우 1이다.

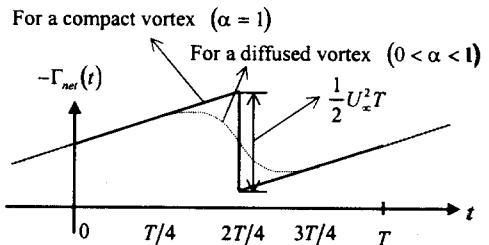
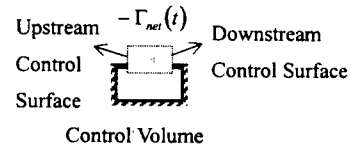
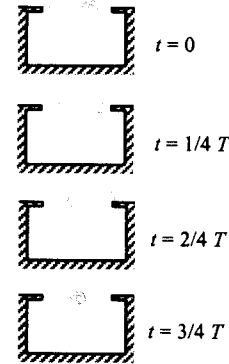


Fig. 3 Circulation Strength Fluctuations

상수 α 를 도입하면 실제적인 보텍스의 방출시 생기는 유출율의 shape function을 세밀하게 생각할 필요를 덜어주며 0 부터 1 사이의 값인 α 를 실험치로부터 간접적으로 추정할 수 있다.

3.5 디스크라빙 함수이론

전방전달함수로 모델링되는 공기역학적 가진 시스템의 입력은 정현파로 근사화 되는 공명기 입구에서의 음장의 체적속도 \hat{q}_r 이다. 음장의 체적

속도와 공명기 내부의 압력은 일정한 위상차가 있고 음장의 체적속도가 영이고 공명기 내부로 증가하는 순간에 공명기 내부의 음장 압력은 최저점에 이른다. Fig. 3에 표시한 것처럼 정현파인 음장의 체적속도 또는 압력은 공기역학적 가진 시스템의 입력 역할을 하고 출력은 정현파가 아니지만 음장과 같은 주기를 갖는 주기적인 파형이 된다. 디스크라빙 함수이론(describing function theory)에 따르면 정현파 입력에 대해 주기적 비정현파 출력을 갖는 비선형 시스템의 전달함수는 다음과 같이 표시할 수 있다⁶⁾.

$$N(A, \omega) = (\text{출력 기본항의 페이저}) / (\text{정현파 입력의 페이저}) \quad (15)$$

여기서 A 는 입력되는 정현파 신호의 진폭이며, 비선형계의 전달함수는 각주파수 ω 의 함수일 뿐만 아니라 입력신호의 진폭 A 의 함수이기도 함을 나타낸다. 외부 가진 압력 \hat{p}_{ext} 와 공기역학적 체적속도 \hat{q}_o 의 사이에는 선형 운동량의 법칙에 따라 다음의 관계식이 성립한다.

$$\hat{q}_o = S_o^2 \hat{p}_{ext} / (j\omega M) \quad (16)$$

여기서 M 은 헬름홀츠 공명기의 등가질량, S_o 는 공명기 입구의 단면 면적이다. 식 (16)과 식 (14)로부터 주기적 출력 기본항의 페이저는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{q}_o = \frac{S_o^2 \alpha \rho U_\infty^2}{St_s(j\omega M)} e^{-js_t} \quad (17)$$

또한 시간 영을 음장의 체적속도 \hat{q}_r 가 영이 되고 증가하는 순간으로 정하였기 때문에 정현파 입력의 페이저는 $\hat{q}_r = |\hat{q}_r|$ 로 표현할 수 있다. 이로부터 전방전달함수는 다음과 같이 얻어진다.

$$\left(\frac{\hat{q}_o}{\hat{q}_r} \right)_r = \frac{S_o^2 \alpha \rho U_\infty^2}{St_s(j\omega M)} \frac{1}{|\hat{q}_r|} e^{-js_t} \quad (18)$$

4. 한계사이클과 안정성 해석

4.1 피드백 루프의 해

시스템의 한계사이클은 시스템을 구성하는 두 전달함수로 표현되는 피드백루프의 특성방정식으로부터 구해진다.

$$1 + N(A, \omega)G(j\omega) = 0 \quad (19)$$

여기서 $N(A, \omega)$ 와 $G(j, \omega)$ 는 전방전달함수, $(\hat{q}_o/\hat{q}_r)_r$ 와 후방전달함수, $(\hat{q}_r/\hat{q}_o)_b$ 의 곱을 각각 순수한 비선형 성분과 선형성분의 전달함수로 분리해준 형태이며 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$N(A, \omega) = \frac{1}{\omega A} \quad (20)$$

$$G(j\omega) = K_p \frac{\omega_r^2 + 2\zeta\omega_r(j\omega)}{j\omega((j\omega)^2 + 2\zeta\omega_r(j\omega) + \omega_r^2)} e^{-(j\omega)\tau} \quad (21)$$

여기서 $K_p = \alpha \rho U_\infty^2 S_o^2 / \tau M$ 이다. 식 (19)를 변형하면 $G(j\omega) = -1/N(A, \omega)$ 로 바꿀 수 있고, 선형 전달함수 $G(j, \omega)$ 의 각주파수 ω 에 대한 궤적과 비선형 전달함수의 음의 역인 $-1/N(A, \omega)$ 의 궤적을 복소수 평면에 그리면 한계사이클이 존재할 수 있는 작동점(operating point)은 두 전달함수의 궤적의 교점임을 알 수 있다.

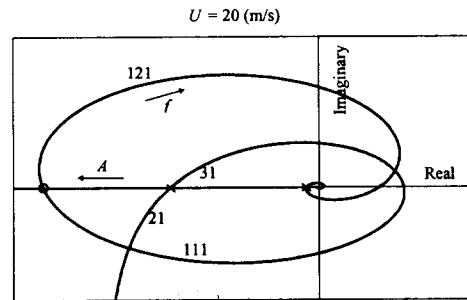


Fig. 4 Nyquist Plot for Flow-Excited Cavity System

Fig. 4는 $U_\infty = 20\text{m/s}$ 일 때 두 전달함수의 궤적을 보여준다. 선형전달함수 $G(j, \omega)$ 의 궤적은 시간 지연항, $e^{-j\omega\tau}$, 때문에 나선형을 그리게 되고, 비선형 전달함수의 음의 역 $-1/N(A, \omega)$ 은 음의 실수 축 상에 놓이게 된다. 나선형 궤적이 각주파수가 증가하는 순서로 첫번째로 음의 실수 축과 만나는 작동점을 영 번째 모드, 원점을 한번 돌아 두 번째로 만나는 점을 첫째 모드, 세 번째는 두 번째 모드의 방식으로 명명하였다. 여기서, 모드는 공기 역학적인 가진 모드로서 첫 번째 모드는 잇달은 보텍스간의 거리가 대략 공명기 입구의 유선방향 길이와 같고, 둘째 모드는 잇달은 보텍스간의 거리가 대략 공명기 입구 유선방향 길이의 절반이다.

4.2 한계 사이클의 안정성

여러 실험에서 관찰된 바에 따르면 공기 역학

적으로 가진 되는 공명기의 공진이 공명기의 특성에 따라 어떤 특정한 주류 속도 범위에서만 일어나는 것이 확인되었다. 즉, 공명이 일어나지 않는 저속도에서 시작하여 주류 속도를 서서히 증가시키면 어떤 특정한 속도에 접근함에 따라 공명이 비로서 시작되고 음압의 파형이 정현파와 가깝게 변한다. 이러한 공명은 그 이상의 주류 속도에서도 한동안 지속 되다가 어느 일정 주류 속도에 이르면 다시 공명이 소멸 된다. 또한 두 번째 공기 역학적인 가진 모드(공명기 입구에 대략 두 개의 보텍스가 대류)에 의한 공명이 첫째 모드에 의한 공명의 음압 세기보다 약하긴 하지만 저속의 주류 속도에서 때로 관찰되는 것이 보고되었다.

이러한 가진과 관련된 여러 모드의 안정성을 이론적으로 설명하려고 시도한 연구는 지금까지 극히 드물었다. Covert⁽⁷⁾와 Howe⁽⁸⁾는 각각 선형 해석법(linear hydrodynamic stability theory)에 근거하여 공명이 시작되는 시작속도(onset velocity)를 예측하는 이론을 시도하였다. 그러나 Covert의 모델은 공명이 소멸되는 소멸속도(termination velocity)를 예측하지 못 할뿐만 아니라 두 모델 모두 두 번째 모드의 안정성에 대해서는 전혀 예측하지 못한다. 본 연구에서는 공기 역학적 가진과 관련된 모드의 안정성을 비선형 피드백 루프로 모델링 되는 시스템에 존재하는 한계 사이클의 안정성 문제라는 관점에서 처음으로 해석하였다. 나이퀴스트 선도상의 두 개의 주파수 궤적곡선의 교점인 작동점 또는 한계 사이클이 안정할 것인가의 여부는 그 한계 사이클의 진폭 A 에 미소량의 교란이 있을 때 교란이 영으로 수렴하려는 성질이 있으면 그 한계 사이클은 안정하고, 반대로 발산하려는 성질이 있으면 불안정하다. 이러한 해석은 비선형 영역으로 확장된 나이퀴스트 안정성이론(Nyquist stability criterion)을 적용함으로써 판별 가능한데 자세한 과정은 참고 문헌⁽⁹⁾에 상세히 기술되어있다.

5. 결과

췌루프가 장착된 실제 차량의 차실을 1/5로 축소된 모형음향 풍동(acoustic wind tunnel)에 설치하여 얻은 실험값들과 이론적 모델이 예측하는 이

론 값들을 비교하였다. 실험에 사용한 차실 모형의 크기와 음향 풍동의 제원, 그리고 실험과정이 참고 문헌⁽⁹⁾에 자세히 기술되어있다. 이론과 실험을 다양한 실험치를 써서 비교하기 위하여 총 유선 방향 공명기 입구 길이를 처음 8 cm부터 시작하여 1 cm 씩 줄여 가면서 네 개의 유선 방향 공명기 입구길이에 대하여 실험값들을 얻었다 ($d=5, 6, 7$, 그리고 8 cm). 공명기 내부에서 측정된 음압과 이론적 예측의 주파수비교와 진폭비교를 Fig. 5와 Fig. 6에 각각 나타내었다. 그림에서 점들은 실험데이터를 표시하며 가는 실선과 굵은 실선은 이론적 예측치를 나타낸다. 특히 굵은 실선은 나이퀴스트 안정성 이론이 예측하는 안정된 모드이며, 가는 실선으로 표시된 부분은 불안정하게 예측되는 부분이기 때문에 무시해도 무방하다. 이론적 예측에 필요한 수치인 주류속도에 대한 대류속도의 비, U_c/U_∞ , 는 유체 가시화(flow visualization) 실험결과 $\pm 10\%$ 정도의 오차한계에서 0.48 이었고, 이론적 예측 값과 실험결과가 가장 잘 일치하는 0.44를 사용하였다. 보텍스의 밀집도를 나타내는 계수인 α 는 $d=8\text{cm}$ 일 때 실험으로 얻은 음압의 최고값과 이론적 최대 음압의 크기를 일치하게 하는 값인 $\alpha=0.25$ 로 정하고 공명기 입구 길이가 다른 경우의 예측에도 사용하여 실험값들과 비교적 잘 일치하는 것을 보였다.

Fig. 5의 주파수비교를 보면 실험치가 갖는 경향이 이론적으로 비교적 잘 예측된 것을 알 수 있다. 특히 처음 세 개의 공명기 입구 길이 $d=8, 7, 6$ cm에 대해서는 두 번째 가진 모드에 의한 공명의 존재가 이론적으로 예측되었는데 실험적으로 관찰된 바와 일치하였다. Fig. 6의 진폭비교를 보면 이론적으로 예측된 첫 번째 가진 모드의 곡선의 굵기가 바뀌는 속도 근방에서 공진의 진폭이 증가하기 시작하고 소멸하는 것을 관찰할 수 있다. 음압이 강한 속도 범위에서 (또는 최대 음압이 발생하는 임계 속도 주위) 이론과 실험이 비교적 잘 일치하였으며, 전체적으로 주파수비교에서보다 정확도가 떨어지는 것을 관찰할 수 있다.

영 번째 가진 모드는 이론적으로 안정할 것으로 예측되었으나 실험적으로는 관찰되지 않았다. 영 번째 가진 모드에 의한 공명이 관찰되지 않는

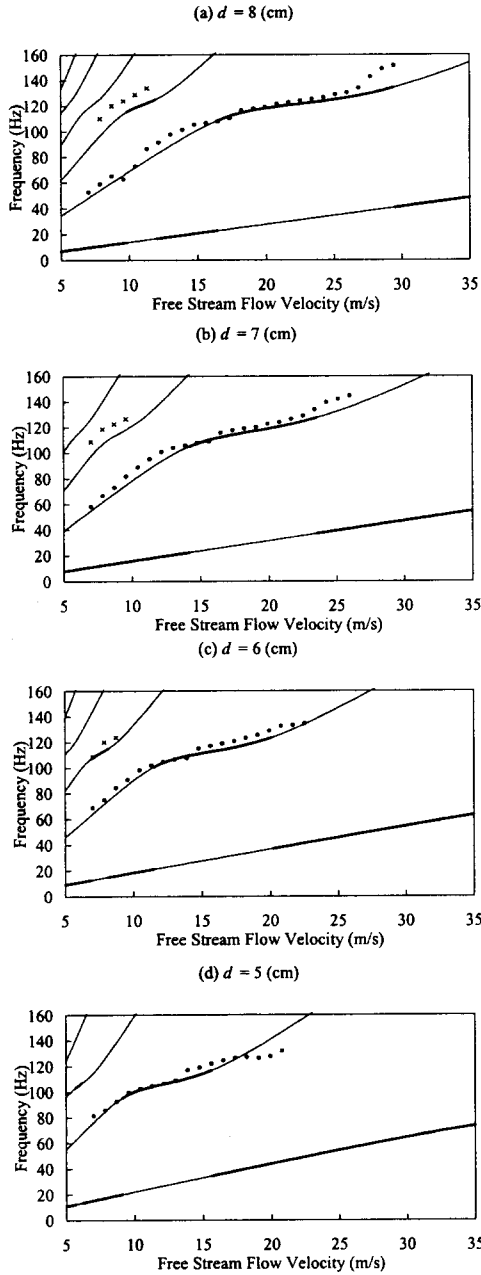


Fig. 5 Frequency of the flow pulsation as a function of flow velocity for four orifice lengths. The solid lines show analytical predictions. Dark lines represent regions of stable oscillations. The circles are experimental data for the first excitation mode. The x's denote experimental values for the second excitation mode

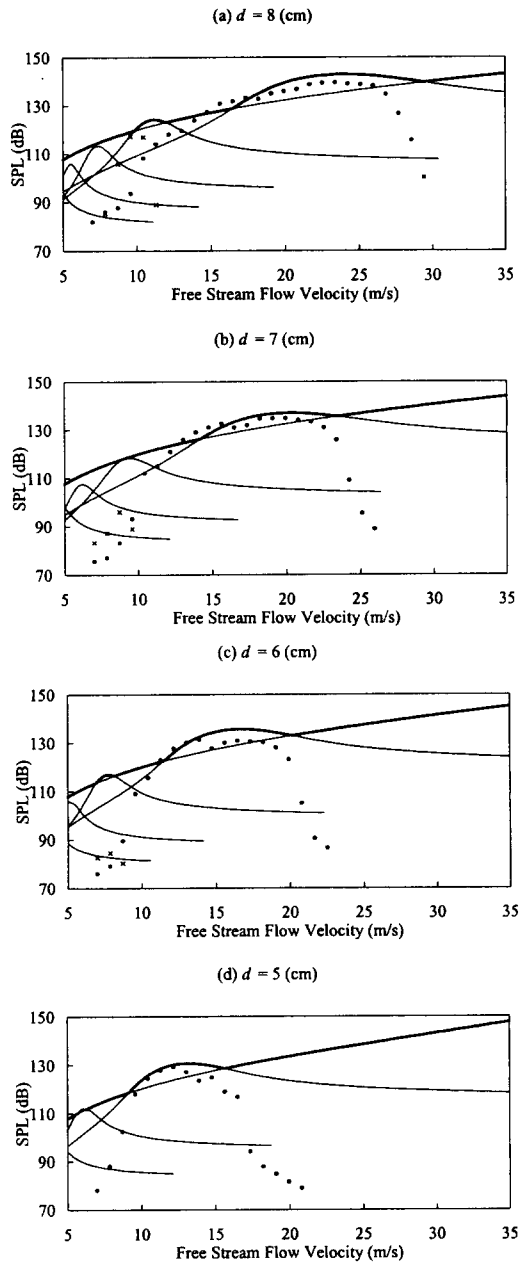


Fig. 6 Amplitude of the flow pulsation as a function of flow velocity for four orifice lengths. The solid lines show analytical predictions. Dark lines represent regions of stable oscillations. The circles are experimental data for the first excitation mode. The x's denote experimental values for the second excitation mode

이유는 영 번째 가진 모드의 연속한 보텍스의 거리는 공명기 입구길이의 최소 네 배에 달하는데 이렇게 긴 연속한 보텍스의 거리가 실제적으로 존재하기 힘들기 때문이다. 이론적인 모델은 공명기 내부의 음압이 최저 점에 이르는 순간에만 상류 에지에서 보텍스가 떨어져 나온다고 가정하였으나 음압의 주파수가 지나치게 저주파수인 경우 다른 요인에 의해 보텍스가 떨어져 나올 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 공명기 내부에서 바라보았을 때 대류하는 서클레이션의 공명기 입구에서의 매 순간의 노출정도가 외부 가진 압력을 결정한다고 가정하였다. 와류 음장이론을 처음으로 적용하여 공기 역학적으로 가진 되는 공명기를 해석하였으며 수학적으로 이론을 유도하여 현상을 물리적으로 이해하는데 기여하였다. 이론적 모델은 실험 결과와 잘 일치하였다.

참고 문헌

- (1) Cremer, L., and Ising, H., 1967, "Die Selbsterregten Schwingungen von Orgelpfeifen," *Acustica*, Vol. 19, pp. 143-153.
- (2) Mast, T.D., and Pierce, A.D., 1995, "Describing-Function Theory for Flow Excitation of Resonators," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 97, pp. 163-172.
- (3) Howe, M.S., 1980, "The Dissipation of Sound at an Edge," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 70, No. 3, pp. 407-411.
- (4) Nelson, P.A., and Halliwell, N.A., and Doak, P.E., 1983, "Fluid Dynamics of a Flow Excited Resonance, Part II : Flow Acoustic Interaction," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 91, No. 3, pp. 375-402.
- (5) Nelson, P.A., and Halliwell, N.A., and Doak, P.E., 1981, "Fluid Dynamics of a Flow Excited Resonance, Part I : Experiment," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 78, No. 1, pp. 15-38.
- (6) Gelb, A. and Vander Velde, W.E., 1968, *Multiple-Input Describing Functions and nonlinear System Design*. McGraw-Hill, pp. 30.

- (7) Covert, E.E., 1970, "An Approximate Calculation of the Onset Velocity of Cavity Oscillations," *AIAA Journal*, Vol. 8, No. 12, pp. 2189-2194.
- (8) Howe, M.S., 1981, "The Influence of Mean Shear on Unsteady Aperture Flow, with Application to Acoustical Diffraction and Self-Sustained Cavity Oscillations," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 109, pp. 125-146.
- (9) Kook, H., 1997, *Prediction and Control of the Interior Pressure Fluctuations in a Flow-Excited Helmholtz Resonator*, Ph.D. Thesis School of Mechanical Engineering, Purdue University.