

# 확률영역 제어기의 새로운 설계법에 대한

## 연구<sup>†</sup>

조운현<sup>\*\*</sup>, 김대중<sup>\*\*</sup>, 양재혁<sup>\*\*</sup>, 허훈<sup>\*</sup>,

## A Study on the new design method of a stochastic controller<sup>†</sup>

Yun Hyun Cho<sup>\*\*</sup>, Dae Jung Kim<sup>\*</sup>, Jae Hyuk Yang<sup>\*\*</sup>, Hoon Heo<sup>\*</sup>,

### 요약

일반적인 형태의 동적시스템에서 외란의 형태가 시간에 따라 불규칙하게 변할 때의 그 확률시스템의 특성과 제어기법에 대하여 연구하였다. 연구과정중의 일부로서, 확률영역 제어기 설계와 그 효과를 확률 영역 및 시간영역에서 고찰하였다. 이 확률시스템의 지배방정식은 확률론적인 관점에서 F-P-K 접근법으로 유도되었다. 이때 외란에 대한 제어는 자기 힘 스펙트럼 밀도나 상관힘 스펙트럼 밀도 등의 각 성분별로 설계되었고 이러한 제어기의 제어 효과와 제어기 설계 방법에 대해 검토하였다.

### Abstract

Investigation is performed on the characteristics and new control technique for general form of dynamic system under the randomly disturbance. Also, a controller design method in stochastic domain is studied, which is preliminary result in the course of research on the control of stochastic system. The governing equation is derived via F-P-K approach in stochastic sense. A controller is designed in term of auto power density and cross power density.

### 1. 서론

자연계에서 동적시스템들은 다양한 형태의 외

부가진에 노출되어진다. 특히 불규칙한 외부가진은 가장 빈번하게 발생되는 외부 교란으로 자연적 혹은 파생적인 난류와 지진파등이 대표적인 예라고 할 수 있다. 이런 불규칙한 외란은 복잡화와 대형화로 대두되는 최근의 동적시스템의 변화 때문에 더욱 중요시되어지고 있다. 본 논문을 통해, 이러한 불규칙한 외부가진을 받는 동적시스템의 효과적인 제어를 위해 확률영역의 제어기를 설계하는 과정에서 확률영역에서의 제어가 시간 영역의 실제계에 미치는 효과를 고찰하여 확률영역제어기의 효과적인 설계방법을 모색하고자 하였다.

† 과학재단 특정 기초 연구과제 (96-0200-07-01-3)

\* 고려대학교 제어계측공학과 교수 (Professor Dept. of Control and Instrumentation Engineering)

\*\* 고려대학교 제어계측공학과 대학원 (Graduate Students Dept. of Control and Instrumentation Engineering)

## 2. 시스템 방정식

본 논문은 백색잡음 형태의 불규칙한 가진을 받는 1-자유도 동적시스템의 전형적인 형태로 아래 식(1)과 같은 시스템을 대상으로 삼는다.

$$\ddot{y} + 2\xi\omega \dot{y} + \omega^2 y = p\dot{\eta}(t) + bV(t) \quad (1)$$

여기서  $\eta(t)$ : 평균 0, uncorrelated, Gaussian 형태의 백색잡음 기저가진입력  
 $V(t)$ : 평균 0, uncorrelated, Gaussian 형태의 백색잡음 제어입력

백색잡음은 브라운(Brown) 운동의 미분형태로 나타날 수 있다. 또한 다음과 같은 특성을 갖는 뵘너(Wiener) 과정으로 가정한다.

$$\dot{\eta}(t) = \frac{dB_{\eta}(t)}{dt}$$

$$E[dB_{\eta}^2(t)] = 2\pi D_{\eta} \Delta t \quad (2)$$

$$V(t) = \frac{dB_V(t)}{dt}$$

$$E[dB_V^2(t)] = 2\pi D_V \Delta t$$

여기서  $B_{\eta}(t)$ 와  $B_V(t)$ : 브라운운동 과정  
 $D_{\eta}$ 와  $D_V$ : PSD (power spectral density)를 말한다.

식(2)를 (3)과 같은 좌표변화를 거쳐서 Ito의 확률미분방정식의 형태로 구할 수 있겠다.

$$\begin{aligned} y &= X_1 \\ \dot{y} &= X_2 \end{aligned} \quad (3)$$

Ito의 확률미분방정식은 Fokker - Planck - Kolmogorov 방정식(4)에 의해서 지배되는 전이 확률밀도 함수(transition probability density function)  $P(\underline{X}, \tau)$  에 따라서 특성화 된다.<sup>(1),(2)</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} P(\underline{X}, \tau) &= \\ &- \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial X_i} [a_i(\underline{X}, \tau) P(\underline{X}, \tau)] \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j} [b_{ij}(\underline{X}, \tau) P(\underline{X}, \tau)] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 계수  $a_i(\underline{X}, \tau)$ : 1st incremental moment

or drift coefficient

$b_{ij}(\underline{X}, \tau)$ : 2nd incremental moment

or diffusion coefficient

따라서 본 시스템의 동적모멘트방정식은 식(5)에 의해서 구할 수 있겠다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} E[X_1^i X_2^j] &= \\ \int \int_{-\infty}^{\infty} X_1^i X_2^j \frac{\partial}{\partial \tau} P(\underline{X}, \tau) dX_1 dX_2 \end{aligned} \quad (5)$$

이 결과는 아래 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{m}_{10} &= m_{01} \\ \dot{m}_{01} &= -\omega^2 m_{10} - 2\xi\omega m_{01} \\ \dot{m}_{20} &= 2m_{11} \\ \dot{m}_{11} &= -\omega^2 m_{20} - 2\xi\omega m_{11} + m_{02} \\ \dot{m}_{02} &= -2\xi\omega m_{02} \\ &+ 2\pi(p^2 D_{\eta} + b^2 D_V) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $M_{ij}$ :  $E[X_1^i X_2^j]$

위 식을 matrix 형태로 간략화하면

$$\dot{\underline{m}} = \underline{A}_m \underline{m} + \underline{P}_m D_{\eta} + \underline{B}_m D_V \quad (7)$$

여기서  $\underline{A}_m$ : system matrix

$\underline{P}_m$ : 기저 외란 항

$\underline{B}_m$ : 제어입력

$D_{\eta}$ : 인가된 외란의 PSD

$D_V$ : 제어입력의 PSD

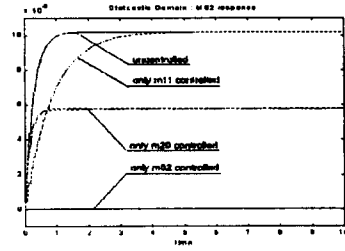
## 3. 제어기 설계

외란이 평균 0인 백색잡음으로 가정하였으므로 정상상태에서 1차 동적모멘트는 0으로 수렴한다. 제어기 설계는 다음과 같은 2차 동적모멘트만을 사용하여 설정한다. 그러므로 식(7)의 각 계수는 다음과 같은 행렬 값을 갖는다.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -\omega^2 & -2\xi\omega & 1 \\ 0 & 0 & -2\xi\omega \end{bmatrix}$$

$$P_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\pi b^2 \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\pi b^2 \end{bmatrix}$$

본 논문에서는 PI제어기를 사용하였고 각 모멘트에 대한 제어에 따른 시간영역의 반응형태를 관찰하고자 각 모멘트에 대한 PI 이득을 같은 값으로 사용하였다. 제어기의 목표는 입력된 PSD값의 외부가진에 의해 발생하는 시스템의 모멘트 응답의 크기를 최소화하는 방향으로 전개되었다.

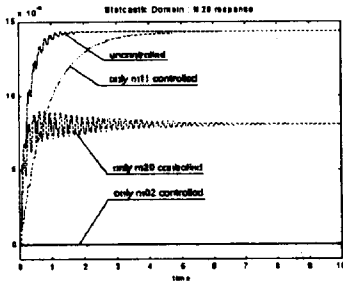


[그림 3] 각 제어방식에 따른 m02 응답

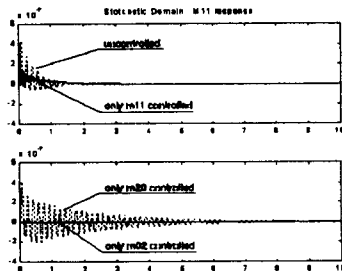
[그림4][그림5]는 시간영역에서의 반응이다.m02에 대한 제어에 의하여 큰 제곱평균(mean square)값의 감소를 볼 수 있다.

#### 4. 결 과

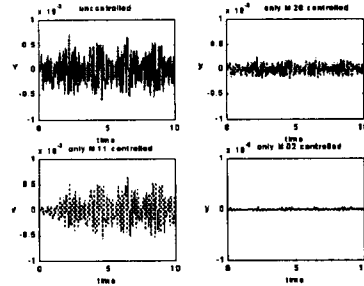
그림1,2,3은 위에서부터 각각 제어하는 경우와 제어하지 않은 경우 m20, m11, m02의 확률영역 응답이다.



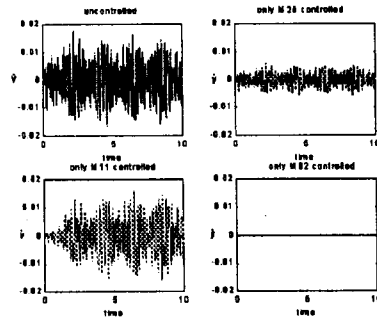
[그림1] 각 제어방식에 따른 m20 응답



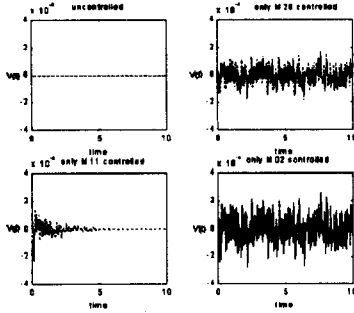
[그림 2] 각 제어방식에 따른 m11 응답



[그림 4] 시간영역에서 x1(변위)의 응답



[그림 5] 시간영역에서 x2(속도)의 응답



[그림 6] 시간영역에서 제어입력

	displacement	velocity
uncontrolled	2.7304e-4	7.4253e-3
only m <sub>20</sub> controlled	0.9290e-5	2.5241e-3
only m <sub>11</sub> controlled	2.4228e-5	2.4229e-4
only m <sub>22</sub> controlled	1.6896e-7	1.6895e-7

[표 1] 시간영역 응답의 rms 값

White Noise Disturbance", 1996. 소음진동공학회 춘계학술대회.

3. Hoon Heo, Jungyoun Han, "A New stochastic control Technique for probabilistic structural System.", A.I.A.A Journal (under review)

4. Hoon Heo, Yun Hyun Cho and JaeHyuk Yang, "Stochastic Control on Random Parametric System.", Journal of Dynamic System and Control (A.S.M.E. : in preparation)

## 5. 결 론

확률영역의 PSD에 대한 제어에 의해 실제 시간영역의 RMS값을 제어할 수 있음을 확인하였고, 확률영역의 각 모멘트에 대해서는 상관함 스펙트럼 밀도에 대한 제어보다는 자기 스펙트럼 밀도에 대한 제어가 더 효과적임을 알 수 있다. 복잡한 불규칙 신호가 확률영역에서는 상수로 표현되므로, 불규칙가진을 받는 시스템의 제어가 설계에 있어 확률영역에서의 제어가 설계는 융통성과 설계의 편의를 제공한다.

## 6. 참고문헌

1. Minsung Kim, Jungyoun Han and Hoon Heo, "A New Approach to stochastic control of Randomly Disturbed System(I)", 1995. Int'l Mechatronics conference chejudo 1~3 Dec.

2. Jungyoun Han and Hoon Heo, " Optimal Design of Smart Actuator by using of GA for the control of a Flexible Structure Experiencing