

전달강성계수법과 유한요소법의 조합에 의한 사각평판의 자유진동해석

문덕홍* · 0최명수**

Free Vibration Analysis of Rectangular Plates by the Combined Transfer Stiffness Coefficient Method and Finite Element Method

D. H. Moon · M. S. Choi

ABSTRACT

In general, we have used the finite element method(FEM) to find natural frequencies of plates. In this method, however, it is necessary to use a large amount of computer memory and computation time because the FEM requires many degrees of freedom for finding natural frequencies of plates correctly. Therefore it was very difficult to analyze the free vibration of plates correctly on personal computer.

For overcoming this disadvantage of the FEM, the authors have developed the finite element-transfer stiffness coefficient method(FE-TSCM) which is based on the concept of modeling techniques in the FEM and the transfer of the stiffness coefficient in the transfer stiffness coefficient method.

In this paper, we formulate free vibration analysis algorithm of rectangular plates using the FE-TSCM. Some numerical examples of rectangular plates are proposed, and their results and computation times obtained by the FE-TSCM are compared with those by the FEM and the finite element-transfer matrix method in order to demonstrate the accuracy and efficiency of the FE-TSCM.

1. 서 론

컴퓨터의 발달과 함께 구조해석 분야에서 가장 널리 사용되는 해석기법이 유한요소법이다. 그러나 복잡한 구조물이나, 정확한 동적해석이 필요한 경우에, 자유도의 수가 커지게 되고, 이는 유한요소법에서 고유치해석에 사용될 최종 행렬의 크기를 증가시켜, 계산시간이나 컴퓨터 메모리의 사용을 급증하게 된다. 따라서 퍼스널 컴퓨터상에서 자유도가 많은 구조물을 해석하기에는 유한요소법은 계산시간, 기억용량 등에서 단점이 있다⁽¹⁾. 따라서 많은 연구자들은 이러한 유한요소법의 단점을 극복하기 위하여 다양한 연구를 해오고 있다^{(2)~(6)}.

저자들도 수년간 퍼스널 컴퓨터에 적합한 해석기법의 개발에 관해 연구해왔고, 그 결과 전달영향계수법⁽⁷⁾과 전달강성계수법⁽⁸⁾을 개발하여, 계산정도 및 계산시간 그리고 기억용량면에서 우수성을 이미 제안한 바 있다.

그러나 기존의 전달행렬법⁽⁹⁾과 함께, 전달영향계수법이나 전달강성계수법은 1차원적인 전달의 개

념이므로, 2차원적인 평판 구조물에 적용하기에는 많은 문제점이 있었다. 따라서 저자들은 이러한 문제점을 극복하기 위하여, 유한요소법의 모델링과정과 전달강성계수법의 강성계수의 전달과정을 조합하여, 새로운 해석기법인 유한요소-전달강성계수법을 개발하였다.

본 연구에서는 사각평판 구조물의 굽힘 자유진동을 해석하기 위한 알고리즘을 유한요소-전달강성계수법으로 정식화하는 과정을 설명한다. 그리고 수치계산을 통하여 본 해석기법과 유한요소법 그리고 본 해석기법과 관련성이 있는 유한요소-전달행렬법의 계산 결과를 비교한 후, 본 해석기법의 신뢰성과 유효성을 제시한다.

2. 유한요소-전달강성계수법

2.1 해석모델

사각평판과 기초지스프링으로 구성되는 다양한 형태의 평판형 구조물을 단순화하여, Fig.1과 같이 모델링한다. Fig. 1의 X, Y, Z축은 전체 좌표계를 나타내고, 여기서 Z축은 평판의 표면

* 부경대학교 제어기계공학과

** 부경대학교 대학원 제어기계공학과

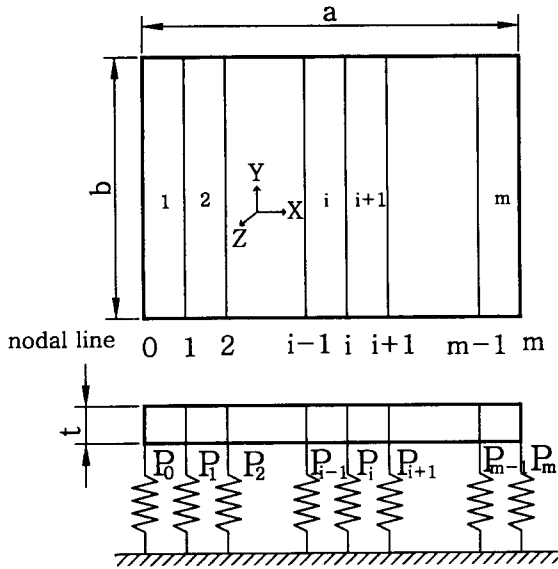


Fig. 1 Analytical model

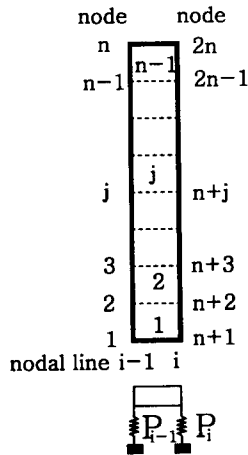


Fig. 2 I-th Strip

에 수직인 방향이다.

평판형 구조물을 Fig. 1과 같이 X방향으로 m개의 스트립(strip)으로 분할하여 생각한다. 이때, 스트립과 스트립 사이의 경계선을 절선(nodal line)이라 부르고, 구조물 중 좌단(시작단)으로부터 우단(끝단)까지 각 절선을 순차적으로 절선 0, 절선 1, ..., 절선 m이라 한다. 그리고 평판과 기초지지스프링의 결합점은 모두 절선상에 오도록 모델링한다.

구조물 중 좌단과 우단의 경계조건은 절선 0와 절선 m의 기초지지스프링 (P_0 , P_m)으로 모델링한다. 예를 들어, 경계조건이 자유인 경우에는 해당 스프링상수의 값이 0, 고정인 경우에는 ∞ 가 된다.

2.2 유한요소 모델링

스트립은 Fig. 2와 같이 Y방향에 n-1개의 사각평판요소(rectangular plate element)로 구성되고, 각 요소는 모서리에 4개의 절점(node)을 가진다. 따라서 스트립 i는 좌측 절선(절선 i-1)과 우측 절선(절선 i)에 각각 n개의 절점을 가지므로, 총 2n개의 절점으로 구성된다.

평판의 굽힘진동을 해석할 경우, 평판요소 각 절점의 변위벡터 \tilde{u} 는 처짐 w와 두 개의 각변위 $\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x}$, $\theta_y = \frac{\partial w}{\partial y}$ 로 구성되고, 힘벡터 \tilde{f} 는 전단력 F_z 와 모멘트 M_x , M_y 로 구성된다.

기존의 유한요소법에서 많이 사용되는 4절점 사각평판요소⁽¹⁰⁾의 질량행렬 \tilde{m} 과 강성행렬 \tilde{k} 를 가지고, 유한요소법적인 조립(assembly)과정을 통하여 스트립 i의 전체 질량행렬 \tilde{M}_i 와 전체 강성행렬 \tilde{K}_i 를 구할 수 있다. 따라서 스트립 i 좌우측의 모든 변위벡터 \tilde{U}_i 와 힘벡터 \tilde{F}_i 사이의 관계를 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{K}_i \tilde{U}_i - \omega^2 \tilde{M}_i \tilde{U}_i = \tilde{F}_i \quad (1)$$

여기서

$$\tilde{U}_i = T \{ \tilde{U}_i^R, \tilde{U}_i^L \}$$

$$\tilde{U}_i^R = T \{ \tilde{u}_{n+1}, \tilde{u}_{n+2}, \dots, \tilde{u}_{2n} \}_i^R$$

$$\tilde{U}_i^L = T \{ \tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots, \tilde{u}_n \}_i^L \quad (2)$$

$$\tilde{F}_i = T \{ \tilde{F}_i^R, \tilde{F}_i^L \}$$

$$\tilde{F}_i^R = T \{ \tilde{f}_{n+1}, \tilde{f}_{n+2}, \dots, \tilde{f}_{2n} \}_i^R$$

$$\tilde{F}_i^L = T \{ \tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_n \}_i^L$$

이고, ω 는 고유 각진동수, 열벡터 \tilde{u} 와 \tilde{f} 는 각 절점의 변위벡터와 힘벡터이다. 그리고 상첨자 "R"은 스트립의 우측, "L"은 스트립의 좌측을 뜻하고, "T"는 행렬의 전치(transpose)를 뜻한다. 하첨자 "i"는 i번째 스트립을 뜻한다.

식 (1)을 행렬의 크기가 $6n \times 6n$ 인 스트립의 동강성행렬(dynamic stiffness Matrix) \tilde{S}_i 로 나타내면 다음식과 같다.

$$\tilde{S}_i \tilde{U}_i = \tilde{F}_i \quad (3)$$

여기서

$$\tilde{S}_i = \tilde{K}_i - \omega^2 \tilde{M}_i \quad (4)$$

이다.

스트립 i 의 동강성행렬 $\bar{\mathbf{S}}_i$ 를 4개의 부분행렬 (sub-matrix) $\bar{\mathbf{A}}_i, \bar{\mathbf{B}}_i, \bar{\mathbf{C}}_i, \bar{\mathbf{D}}_i$ 로 분할하면, 식 (3)은 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{F}}_i^R \\ \bar{\mathbf{F}}_i^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_i & \bar{\mathbf{B}}_i \\ \bar{\mathbf{C}}_i & \bar{\mathbf{D}}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{U}}_i^R \\ \bar{\mathbf{U}}_i^L \end{bmatrix} \quad (5)$$

2.3 절선강성계수의 정의

지금부터는 전달강성계수법⁽⁸⁾적인 전달과정을 쉽게 설명하기 위하여, 스트립의 관점에서 절선의 관점으로 바꾸어 설명한다. 즉, Fig. 1의 스트립 i 의 좌측 절선은 절선 $i-1$ 의 우측에, 그리고 스트립 i 의 우측 절선은 절선 i 의 좌측에 해당된다.

절선 $i-1$ 의 우측(i 번째 스트립의 좌측)과 절선 i 의 좌측(i 번째 스트립의 우측)사이의 상태량 벡터 사이의 관계는 스트립의 관점에서 나타낸 식 (5)로부터 전달계산에 적합한, 절선의 관점으로 나타낸, 다음식으로 수정한다.

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{F}}_i \\ \bar{\mathbf{F}}_{i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{B}_i \\ \mathbf{C}_i & \mathbf{D}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{U}}_i \\ \bar{\mathbf{U}}_{i-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{F}}_i &= \bar{\mathbf{F}}_i^R, & \bar{\mathbf{F}}_{i-1} &= -\bar{\mathbf{F}}_i^L, \\ \bar{\mathbf{U}}_i &= \bar{\mathbf{U}}_i^R, & \bar{\mathbf{U}}_{i-1} &= \bar{\mathbf{U}}_i^L, \\ \mathbf{A}_i &= \bar{\mathbf{A}}_i, & \mathbf{B}_i &= \bar{\mathbf{B}}_i, \\ \mathbf{C}_i &= -\bar{\mathbf{C}}_i, & \mathbf{D}_i &= -\bar{\mathbf{D}}_i \end{aligned} \quad (7)$$

이고, 하첨자 “ i ”는 절선 i 또는 i 번째 스트립에 관한 물리량을 나타내고, 동일 기호 위에 “-”를 붙인 것은 절선 좌측의 상태량, 붙이지 않은 것은 절선 우측의 상태량을 나타낸다.

절선 i 의 좌측에서 힘벡터 $\bar{\mathbf{F}}_i$ 와 변위벡터 $\bar{\mathbf{U}}_i$ 사이의 관계를 다음식과 같이 정의한다.

$$\bar{\mathbf{F}}_i = \bar{\mathbf{S}}_i \bar{\mathbf{U}}_i \quad (8)$$

여기서 행렬의 크기가 $3n \times 3n$ 인 $\bar{\mathbf{S}}_i$ 를 절선 i 의 좌측에서의 절선강성계수행렬(nodal line stiffness coefficient matrix)이라 부른다. 그리고 절선 i 의 우측에서도 힘벡터와 변위벡터 사이의 관계를 절선 i 우측에서의 절선강성계수행렬 \mathbf{S}_i 를 이용하여 다음식과 같이 정의한다.

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{S}_i \mathbf{U}_i \quad (9)$$

2.4 절선강성계수의 전달

절선 $i-1$ 우측(스트립 i 의 좌측)의 절선강성계수행렬 \mathbf{S}_{i-1} 을 이미 알고 있다면, 절선 i 좌측(스트립 i 의 우측)의 절선강성계수행렬 $\bar{\mathbf{S}}_i$ 를 식(6), (8) 그리고 식 (9)의 i 에 $i-1$ 을 대입한 식으로부터 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{S}}_i &= \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{V}_i \\ (i &= 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_i &= \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{C}_i \\ \mathbf{G}_i &= \mathbf{S}_{i-1} - \mathbf{D}_i \end{aligned} \quad (11)$$

이고, 식 (10)을 절선강성계수의 필드전달식(field transfer equation)이라 부른다.

절선 i 의 임의의 절점에 기초지지 병진스프링(k_z) 또는 회전스프링(K_x, K_y)이 존재한다면, 절선 i 에서 동적인 힘의 평형식은 다음식과 같다.

$$\mathbf{F}_i = \bar{\mathbf{F}}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{U}_i \quad (12)$$

여기서 절선 i 의 포인트 강성행렬 \mathbf{P}_i 는

$$\mathbf{P}_i = \text{diag}(k_{z1}, K_{x1}, K_{y1}, \dots, k_{zn}, K_{xn}, K_{yn}) \quad (13)$$

인 대각행렬이 된다.

절선 i 좌측(스트립 i 의 우측)의 절선강성계수행렬 $\bar{\mathbf{S}}_i$ 를 이미 알고 있다면, 절선 i 우측(스트립 $i+1$ 의 좌측)의 절선강성계수행렬 \mathbf{S}_i 를 식 (8), (9), (12) 그리고 절선에서 변위벡터의 연속 조건($\mathbf{U}_i = \bar{\mathbf{U}}_i$)으로부터 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{S}_i = \bar{\mathbf{S}}_i + \mathbf{P}_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (14)$$

식 (14)를 절선강성계수의 포인트전달식(point transfer equation)이라 부른다.

필드전달식인 식 (10)을 포인트전달식인 식 (14)에 대입하면 다음과 같은 필드-포인트전달식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i &= \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{V}_i + \mathbf{P}_i \\ (i &= 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (15)$$

따라서 절선 $i-1$ 우측의 강성계수행렬 \mathbf{S}_{i-1}

을 알고 있다면, 필드-포인트 전달식인 식 (15)로부터, 절선 i 우측의 강성계수행렬 S_i 를 알 수 있다.

2.5 진동수 방정식

좌단의 경계조건을 절선 0의 기초지지스프링으로 모델링하였으므로, 절선 0 좌측의 힘벡터 \bar{F}_0 는 해석적으로 영벡터(null vector)가 된다. 따라서 식 (9)와 (12)의 i 에 0을 대입한 식으로부터 절선 0 우측의 강성계수행렬 S_0 를 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$S_0 = P_0 \quad (16)$$

따라서 식 (16)을 시작으로, 식 (15)의 i 에 1, 2, ..., m 을 순차적으로 대입하면, 최종적으로 우단(끝단)인 절선 m 우측의 강성계수행렬 S_m 을 계산할 수 있다.

우단에서도 경계조건을 절선 m 의 스프링상수로 모델링하였으므로, 절선 m 의 우측은 해석적으로 자유($F_m=0, U_m \neq 0$)가 된다. 따라서 식 (9)에서

$$S_m U_m = 0 \quad (17)$$

이므로, 진동수 방정식은

$$\det S_m(\omega) = 0 \quad (18)$$

이 된다.

식 (18)은 고유 각진동수 ω 의 함수이므로, 이분법을 이용하여 근(고유진동수)을 구할 수 있다. 그러나 실제 수치계산시에 식 (18)로 고유진동수를 구할 경우, 가끔 반대칭 극(asymmetric poles)이 발생하는데, 이분법은 이러한 반대칭 극도 부호가 변화하므로, 근으로 오인해버린다. 이러한 거짓근(false roots)은 절선강성계수를 전달하는 과정에서 식 (11)의 행렬 G_i 의 행렬식이 0이 되는 경우에 발생하므로, 거짓근을 해소하기 위해서는 절선 강성계수를 전달하는 도중에 행렬 G_i 의 행렬식의 부호함수를 식 (18)에 곱해주면 된다. 즉, 거짓근의 해소가 가능한 다음식에 이분법을 적용하면, 참근(고유진동수)만을 구할 수 있다.

$$Z = \text{sign} \left\{ \left(\prod_{i=1}^m \det G_i \right) \cdot \det S_m \right\} \quad (19)$$

2.6 고유모드

절선에서 변위벡터의 연속조건과 식 (6) 그리고 식 (9)의 i 대신에 $i-1$ 을 대입한 식으로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$U_{i-1} = V_i U_i \quad (i=m, m-1, \dots, 1) \quad (20)$$

고유모드는 고유진동수를 먼저 구한 후, 절선 m 의 우측에서 해석적으로 $F_m = 0$ 이므로 절선 m 의 변위벡터 U_m 중에서 한 요소를 기준으로 나머지 절선 m 의 변위벡터를 구한다. 그리고 식 (20)을 이용하여 좌단까지 모든 절선의 변위벡터를 순차적으로 구할 수 있다. 각 절선의 힘벡터는 변위벡터를 계산한 후, 식 (8), (9)로부터 구할 수 있다.

3. 계산 결과 및 검토

퍼스널 컴퓨터(Pentium 120, 32MB)상에서 매트랩(MATLAB)을 이용하여 유한요소법(FEM)⁽¹⁰⁾, 유한요소-전달행렬법(FE-TMM)⁽²⁾, 그리고 2장에서 정식화한 유한요소-전달강성계수법(FE-TSCM)으로 평판구조물의 굽힘 자유진동을 해석할 수 있는 프로그램을 만들었다.

엄밀해⁽¹¹⁾를 쉽게 알 수 있는 단순지지된 사각평판 구조물(수치계산 모델 I)을 해석대상으로 하여, 유한요소법과 유한요소-전달강성계수법의 계산 결과를 비교·검토하였다. 그리고 탄성지지된 사각평판 구조물(수치계산 모델 II)을 해석대상으로 하여, 유한요소-전달행렬법과 유한요소-전달강성계수법의 계산 결과를 비교·검토하였다. 수치계산모델에 관한 물성치 및 기하학적 크기는 Table 1과 같다.

Table 1 Physical and geometrical properties of the Numerical Model I and Model II

Length a (m)	1.0
Width b (m)	0.4
Thickness t (m)	0.005
Young's modulus E (N/m ²)	2.06E11
Density ρ (kg/m ³)	7860
Poisson's ratio ν	0.3

3.1 단순지지된 사각평판 구조물

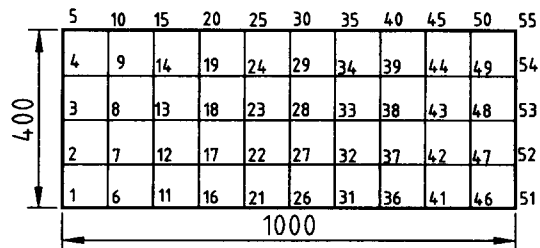


Fig. 3 Numerical calculation model I divided (10x4)

수치계산 모델 I 을 m 개의 스트립과 각 스트립당 n 개 즉, $m \times n$ 개의 평판요소로 분할한 후, FE-TSCM으로 '초기시스템을 1Hz로 하여, 1Hz에서 500Hz 범위내의 고유진동수를 계산하였다. FEM으로도 동일하게 분할한 후, 자유진동해석을 하였다. 10×4 와 20×8 로 분할하여 계산한 경우, 두 방법의 계산결과가 완전히 일치하였다(Table 2 참조). 그러나 40×16 과 80×32 로 분할하여 계산한 경우, FE-TSCM에 의한 결과는 퍼스널 컴퓨터에서 무리없이 얻을 수 있었지만, FEM으로는 자유도의 급격한 증가로 계산수행이 불가능하였다. 계산할 수 없었다. 그리고 계산결과를 모델 I 에 대한 엄밀해(Exact Solution)⁽¹¹⁾와 비교한 결과, FEM과 FE-TSCM의 계산정도는 분할수가 많을수록 엄밀해에 수렴해 간다는 사실을 알 수 있었다.

Table 2 Comparison of computation accuracy of natural frequencies for model I [Hz]

No.	FE-TSCM(FEM)		FE-TSCM		Exact Solution
	10×4	20×8	40×16	80×32	
1	87	88	88	88	88
2	122	124	125	125	125
3	179	184	185	185	186
4	260	268	270	271	271
5	315	316	316	316	316
6	343	350	352	353	353
7	365	376	379	380	380
8	392	407	412	413	414
9	462	487	496	498	499

그리고 수치계산 모델 I 에 대한 FEM과 FE-TSCM의 계산시간을 Table 3에 나타내었다.

Table 3 Computation time [sec]

Partition \ Method	5×2	10×4	15×6	20×8	25×10
FEM	0.22	9.06	130.77	825.14	9317.1
FE-TSCM	11.64	31.64	71.30	155.22	301.76

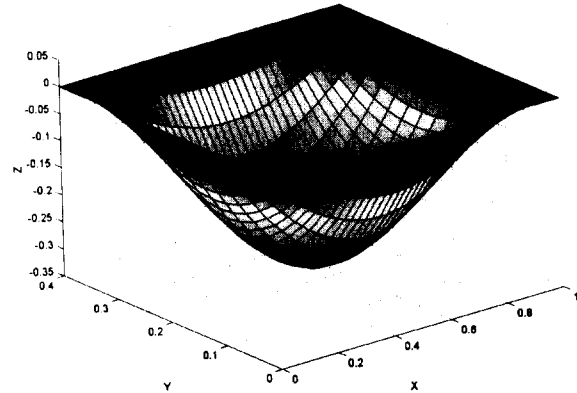
두 해석기법에서 고유진동수를 계산하는 방법이 전혀 다르므로, 단순히 두 해석기법의 계산시간을 비교하는 것은 무의미하다. 그러나 FEM에서 계산시간의 추이를 관찰해보면, 분할수를 증가할수록, 계산시간이 폭발적으로 증가하고 있음을 알 수 있다. 반면에 FE-TSCM은 FEM에 비해 계산시간면에서 상대적으로 증가율이 작음을 알 수 있다.

그러므로 Table 2와 3을 총괄하여 고찰해 보면, 정확한 계산결과를 얻기 위해서는, 구조물의 분할수를 증가시켜야하고, 분할수를 증가시키면 계산시간면에서 FE-TSCM이 FEM 보다 훨씬 유리함을 알 수 있다.

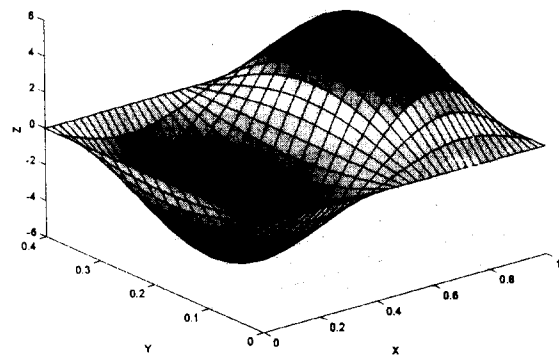
그리고 계산에 사용되는 컴퓨터 메모리면에서도

FEM은 고유치해석에 사용되는 행렬의 크기가 전체 자유도의 제곱이 되므로, 자유도가 증가할 경우 고유치해석에 사용되는 행렬의 크기는 급증한다. 반면에 FE-TSCM은 식 (18)에서 알 수 있듯이 구조물의 전체 자유도가 전달과정을 통해, 끝단에 있는 절선 m 의 자유도로 축소되므로, 컴퓨터의 사용 메모리면에서도 FEM의 경우보다 매우작다. 따라서 대형컴퓨터보다 메모리면에서 부족함이 많은 퍼스널 컴퓨터에서도 복잡한 구조물의 해석이 가능해진다.

Fig. 4는 수치계산 모델 I 에 대한 1차, 2차 고유모드를 FE-TSCM으로 계산한 결과이다.



(a) first mode



(b) second mode

Fig. 4 Characteristic modes for model I

3.2 탄성지지된 사각평판 구조물

수치계산 모델 II는 Fig. 3에서 사각평판의 모서리(절점 1, 5, 51, 55)와 중앙(절점 28)에 Z방향의 기초지지 병진스프링($k_z=10^{10}$ N/m)으로 탄성지지된 구조물이다. 사각평판은 10개의 스트립과 스트립당 4개의 평판요소로 모델링된다. Table 4는 FE-TSCM, FEM, FE-TMM으로 30차까지의 고유진동수를 계산한 결과이다.

Table 4 Natural frequencies for model II [Hz]

No.	FE-TSCM	FEM	FE-TMM
1	41.445	41.445	41.445
2	44.697	44.697	44.698
3	61.859	61.859	61.864
4	92.469	92.469	92.470
5	104.93	104.93	104.89
10	240.53	240.53	240.54
15	395.96	395.96	395.94
20	512.56	512.56	-----
30	844.02	844.02	-----

FEM의 계산 결과를 정해로 간주하고, FE-TMM과 FE-TSCM의 계산 결과를 비교하였다. 그 결과, FEM과 FE-TSCM의 계산 결과는 완전히 일치하였다. 그러나 FE-TMM의 결과는 고차고유진동수를 구할 때 수치적으로 불안정한 현상이 나타났다.

임의의 절선이 硬彈性스프링으로 지지된 구조물인 경우, FE-TMM을 사용해서 해석하면, 전달행렬의 요소간에 극단적인 값의 차이가 나타날 수 있고, 이들이 행렬간의 사칙연산과정에 오차를 발생시킬 수 있으며, 좌단과 우단의 상태벡터간의 상관성이 작을 경우에도 수치계산상 문제가 생길 수 있다.

Table 5 Computation time [sec]

Partition	Method	
	FE-TSCM	FE-TMM
10×4	31.15	54.33

Table 5는 초기시스템을 1Hz로 하여, 1Hz에서 400Hz 범위내의 고유진동수를 FE-TSCM과 FE-TMM으로 계산하는데 사용된 계산시간이다. 계산 시간면에서도 FE-TSCM이 FE-TMM 보다 우수함을 알 수 있다. FE-TSCM이 FE-TMM보다 빠른 원인은 전달과정에서 계산량이 FE-TMM보다 FE-TSCM이 작기 때문이다.

4. 결 론

기존의 유한요소법에서 사용되는 최종적인 행렬의 크기는 해석대상 구조물에 있는 전체자유도의 제곱이 된다. 그러므로 복잡한 구조물을 해석할 때나, 정확한 동적해석을 위하여 구조물의 분할수를 증가시킬 때에 사용되는 행렬의 크기가 급증하므로, 계산 시간이나 계산 메모리가 기하급수적으로 증가하게 된다.

그러나 유한요소법의 모델링과정과 전달강성계

수법의 전달과정을 조합한 새로운 해석기법인 유한요소-전달강성계수법은 최종적으로 사용되는 행렬의 크기가 마지막 절선에 있는 자유도의 제곱이 된다. 따라서 유한요소법에 비해 본 해석기법에 사용되는 행렬의 크기가 획기적으로 줄어들므로, 계산시간이나 계산 메모리면에서 유한요소법보다 우수하고, 계산 정도면에서도 우수하므로 복잡한 구조물이나, 정확한 동적해석이 필요한 경우에 적극 추천한다.

그리고 본 해석기법과 유사한 해석기법인 유한요소-전달행렬법과 탄성지지된 사각평판 구조물에 대하여 수치실험을 해 본 결과, 본 해석기법이 계산정도, 계산시간, 계산 메모리면에서 우수함을 확인했다.

앞으로 본 해석기법을 기반으로, 강제진동이나 과도진동해석 알고리즘의 개발이 필요하다고 생각된다.

참 고 문 헌

- (1) N. S. Sehmi, 1989, Large Order Structural Eigenanalysis techniques Algorithm for Finite Element Systems, Ellis Horwood, Chap. 1.
- (2) M. A. Dokainish, 1972, "A New approach for Plate Vibration: Combination of Transfer Matrix and Finite-Element Technique," ASME Journal of Engineering for Industry 94, pp. 526~530.
- (3) M. Ohga, T. Shigematsu, and T. Hara, 1993, "A Finite Element-Transfer Matrix Method for Dynamic Analysis of Frame Structures," Journal of Sound and Vibration, Vol. 167 No. 3, pp. 401~411.
- (4) J. F. Doyle, 1988, "A Spectrally Formulated Finite Element for Longitudinal Wave Propagation," Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 3, pp. 1~5.
- (5) 이우식, 강성훈, 1995, "전달 스펙트럴 유한요소법을 이용한 거대격자구조물의 진동해석," 대한기계학회논문집, 제 19권, 제 12호, pp. 3177~3189.
- (6) M. Geradin, and S. L. Chen, 1995, "An Exact Model Reduction Technique for Beam Structures: Combination of Transfer and Dynamic Stiffness Matrices," Journal of Sound and Vibration, Vol. 185, pp. 431~440.
- (7) 문덕홍, 여동준, 1994, "전달영향계수법에 의한 사각형 평판구조물의 자유진동해석," 대한기계학회논문집, 제 17권, 제 3호, pp. 559~567.
- (8) 문덕홍, 최명수, 1998, "전달강성계수법에 의한 격자형 구조물의 자유진동해석," 한국소음진동공학회지, 제 8권, 제 2호.
- (9) Pestel, E. C. and Leckie, F. A, 1963, Matrix Methods in Elastomechanics, McGraw-Hill.
- (10) Maurice Petyt, 1990, Introduction to finite element vibration analysis, Cambridge university Press, Chap. 6.
- (11) S. Timoshenko, D. H. Young, and W. Weaver, JR., 1974, Vibration Problems in Engineering, John Wiley & Sons, pp. 493~496.