

## 내부에 판이 결합된 복합재료 원통셀의 자유진동해석

이영신\*, °최명환\*\*, 박병준\*\*\*, 김현수\*\*

### Free Vibration Analysis of the Composite Cylindrical Shells Combined with Interior Partitioned Plate

Young-Shin Lee\*, °Myoung-Hwan Choi\*\*, Byung-Joon Park\*\*\* and Hyun-Soo Kim\*\*

#### ABSTRACT

A method for analysis of the free vibrations of the composite cylindrical shell with a longitudinal, interior rectangular plate is developed by using the receptance method. This method is based on the ratio of a deflection(or slope) response to a harmonic force(or moment) at an joint point. The natural frequencies of the combined shells calculated numerically. The results are compared with the experiment and a finite element analysis results in order to validate the formulation. The effects of the location and thickness of the plate on the frequencies are also investigated.

#### 1. 서론

원통셀은 비강성 및 비강도가 높은 구조물로서 항공, 조선, 원자력구조등의 산업현장에 널리 사용되고 있으며, 항공기나 해양 구조물의 응용을 위한 많은 구조물들은 길이방향 판에 의해서 분할된 원통셀의 기초적인 형태를 갖고 있다. 예를 들면, 바닥판(floor plate) 구조를 갖는 잠수함이나 항공기의 동체 부분은 분할된 원통셀로서 이상화될 수 있다[1~4]. 내부에 사각판이 결합되면 원통셀의 진동특성은 달라지며, 판이 결합되지 않은 셀에 대한 연구결과는 설계에 응용될 수가 없다. 따라서 내부에 길이방향으로 사각판이 결합되었을 때 셀의 진동에 대한 정보가 필요하다.

최근 들어 비강도 및 비강성이 높은 복합재료 구조물이 산업현장에 많이 채용되면서 복합재료 판이나 셀에 대한 연구가 많이 이루어지고 있으며, 아울러 차원이 다른 두 구조물이 결합되었을 때의 동특성을 얻기 위한 해석적 방법의 개발이 관심이 되어 왔다[5~6].

따라서 본 연구에서는 내부에 길이방향으로 사각판이 결합된 복합재료 원통셀의 진동해석을 위하여 동적응답법(receptance method)을 이용한 결합 구조물의 진동수방정식을 유도하고, 수치계산을 통한 해를 제시하였다. 또한 기존의 비교 가능한 문헌과 비교하였고, 실험과 유한요소해석을 통하여 해의 타당성을 검증하였다.

#### 2. 이론해

본 연구에서 고려한 내부에 길이방향으로 사각판이 결합된 복합재료 원통셀에 대한 형상을 Fig. 1에 나타내었다. 여기서  $a$ ,  $L_s$ 와  $h_s$ 는 각각 셀의 반경, 길이 및 두께를 나타내며,  $b$ 와  $h_p$ 는 판의 폭 및 두께를 나타낸다. 또한 각 방향에 대한 원통셀의 변위 성분은  $u_1^s$ ,  $u_2^s$ ,  $u_3^s$ , 판에 대해서는  $u_1^p$ ,  $u_2^p$ ,  $u_3^p$ 로 나타내었다. 원통셀 내부 판의 부착은 셀의 중앙 수직축을 기준으로 하여 원주방향  $\theta_1^*$ 와  $\theta_2^*$ 에 위치하고, 판과 셀의 길이방향(x)을 복합재료의 주방향 탄성계수( $E_1$ )로 정의하였다.

\* 정희원, 충남대학교 기계설계공학과 교수

\*\* 충남대학교 기계설계공학과 대학원

\*\*\* 한국화이버 복합재료연구소 이사

## 2.1 결합구조물의 동적응답

본 연구에서 채용한 결합구조물의 진동특성을 평가하기 위하여 채용한 방법은 Bishop과 Johnson[7]에 의해 처음 언급된 동적응답법이다. 기본적으로 진동에 의한 구조물의 동적응답은 동적 주기 입력(하중 혹은 모멘트)에 대한 응답(변위 혹은 기울기)의 비로서 정의된다[8].

$$a_{ij} = \frac{A \text{구조물 } i \text{ 점의 변위 혹은 기울기}}{A \text{구조물 } j \text{ 점에 작용한 하중 혹은 모멘트}} \quad (1)$$

두 구조물 A와 B가 결합되어 있을 때 진동에 의해서 발생하는 결합부에서의 변위 또는 기울기는 연속조건에 의해서 서로 같아야 하는 조건을 적용하여 진동수 방정식을 유도할 수 있다.

두 독립계 A와 B가 결합되어 있을 때, 하중과 변위의 관계식으로부터

$$[a_{ij} + \beta_{ij}]\{F_{Aj}\} = 0 \quad (2)$$

를 얻고, 여기서  $a_{ij}$ 와  $\beta_{ij}$ 는 각각 결합전 독립계 A와 B의 응답이고, 결합구조물의 고유진동수는 다음의 조건으로부터 구할 수 있다.

$$|a_{ij} + \beta_{ij}| = 0 \quad (3)$$

일반적으로 한 구조물의 변위는 모드기여계수와 모달변위를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_i(\alpha_1, \alpha_2, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \eta_k(t) U_{ik}(\alpha_1, \alpha_2), \quad i=1,2,3 \quad (4)$$

여기서  $U_{ik}$ 는 세 주방향에서의 고유모드성분이고, 모드기여계수  $\eta_k$ 는 다음의 모드기여계수 방정식의 근이다.

$$\ddot{\eta}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{\eta}_k + \omega_k^2 \eta_k = F_k^* e^{j\omega t} \quad (5)$$

여기서

$$F_k^* = \frac{1}{\rho h N_k} \int_{\alpha_1} \int_{\alpha_2} f_i^* U_{ik} A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (6)$$

$$N_k = \int_{\alpha_1} \int_{\alpha_2} U_{ik}^2 A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (7)$$

여기서  $i=1,2,3$ 이고,  $f_1, f_2, f_3$ 는 입력으로 주어지는 주기력이다. 따라서 무한대의 모드중에서  $k$ 번째까지의 모드를 취하여 모드합으로 변위를 나타낼 수 있다. 식(5)의 정상상태 해는 구조물의 댐핑이 없다고 가정하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u_i(\alpha_1, \alpha_2, t) &= \sum_{k=1}^{\infty} \eta_k(t) U_{ik}(\alpha_1, \alpha_2) \quad (8) \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_k^*}{(\omega_k^2 - \omega^2)} U_{ik}(\alpha_1, \alpha_2) e^{j\omega t} \end{aligned}$$

## 2.2 동적 주기하중에 의한 원통셀의 변위

단순지지된 원통셀의 경계조건을 만족하는 횡방향 변위함수의 모드형상을 다음과 같다.

$$U_3^s = \sin(m\pi x/L_s) \cos(n\theta) \quad (9)$$

Fig. 1과 같이 사각판이 원통셀의 내부 원주방향 위치  $(x, \theta_1^*)$ 와  $(x, \theta_2^*)$ 에 길이방향으로 결합되었을 때 사각판의 결합력으로부터 발생된 원통셀의 반경방향 동적 횡방향력은 Dirac Delta함수를 이용하여 다음과 같이 선하중으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_i^s(x, \theta^*, t) &= F_i^s \sin\left(\frac{m\pi}{L_s} x\right) \\ &\times \delta(\theta - \theta_i^*) e^{j\omega t} \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (10)$$

식(10)을 식(6)에 대입하여  $F_k^*$ 를 구하고, 식(6)과 (9)를 이용하여  $k$ 번째까지의 모드합으로 원통셀의 반경방향 동적변위를 나타내는 정상상태 해를 구할 수 있다.

$$u_3^s(x, \theta) = u_3^s(x, \theta)|_{F_1} + u_3^s(x, \theta)|_{F_2} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} u_3^s(x, \theta)|_{F_1} &= \frac{F_1^s L_s}{2\rho_s h_s N_{mn}} \\ &\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\theta_1^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \sin\frac{m\pi x}{L_s} \cos n\theta \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} u_3^s(x, \theta)|_{F_2} &= \frac{F_2^s L_s}{2\rho_s h_s N_{mn}} \\ &\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\theta_2^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \sin\frac{m\pi x}{L_s} \cos n\theta \end{aligned} \quad (13)$$

또한 사각판의 결합에 따른 동적 횡구속력에 의하여 발생하는 원통셀의 원주방향 기울기는 식(11)을  $\theta$ 에 대하여 미분하여 얻는다.

$$\beta_\theta^s(x, \theta) = \beta_\theta^s(x, \theta)|_{F_1} + \beta_\theta^s(x, \theta)|_{F_2} \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned} \beta_\theta^s(x, \theta)|_{F_1} &= -\frac{F_1^s L_s}{2\rho_s h_s N_{mn}} \times \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos n\theta_1^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \sin\frac{m\pi x}{L_s} \sin n\theta \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \beta_\theta^s(x, \theta)|_{F_2} &= -\frac{F_2^s L_s}{2\rho_s h_s N_{mn}} \times \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos n\theta_2^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \sin\frac{m\pi x}{L_s} \sin n\theta \end{aligned} \quad (16)$$

## 2.3 동적 주기모멘트에 의한 원통셀의 변위

동적주기 하중과 마찬가지로 판과 셀의 결합위

치에서 횡방향 동적모멘트 가지는 Dirac Delta 함수,  $m_i^s(x, \theta^*, t)$ 로 표현되고, 이로 인한 동적응답은 다음과 같다.

$$u_3^s(x, \theta) = u_3^s(x, \theta)|_{M_1} + u_3^s(x, \theta)|_{M_2} \quad (17)$$

여기서

$$u_3^s(x, \theta)|_{M_1} = \frac{M_1^s L_s}{2 \rho h_s N_{mn}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \cos n \theta_1^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \sin \frac{m \pi x}{L_s} \cos n \theta \quad (18)$$

$$u_3^s(x, \theta)|_{M_2} = \frac{M_2^s L_s}{2 \rho h_s N_{mn}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \cos n \theta_2^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \sin \frac{m \pi x}{L_s} \cos n \theta \quad (19)$$

또한 모멘트에 의한 원통셀의 원주방향 기울기는 식(17)을  $\theta$ 에 대하여 미분하여 얻는다.

$$\beta_\theta^s(x, \theta) = \beta_\theta^s(x, \theta)|_{M_1} + \beta_\theta^s(x, \theta)|_{M_2} \quad (20)$$

여기서

$$\beta_\theta^s(x, \theta)|_{M_1} = -\frac{M_1^s L_s}{2 \rho h_s N_{mn}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot \cos n \theta_1^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \sin \frac{m \pi x}{L_s} \sin n \theta \quad (21)$$

$$\beta_\theta^s(x, \theta)|_{M_2} = -\frac{M_2^s L_s}{2 \rho h_s N_{mn}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cdot \cos n \theta_2^*}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \sin \frac{m \pi x}{L_s} \sin n \theta \quad (22)$$

## 2.4 동적 주기하중에 의한 사각판의 변위

원통셀에 결합되어 있는 사각판의 내평면 운동의 진동수는 횡방향 진동수에 비하여 훨씬 크기 때문에 횡방향 진동에 비하여 강제운동으로 고려할 수 있다. 판과 셀의 결합부에서 판에 작용하는 주기적인 하중을 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$f_i^p(x, y^*, t) = F_i^p \sin\left(\frac{m \pi}{L_p} x\right) \delta(y - y_i^*) e^{j \omega t}, \quad i=1,2 \quad (23)$$

또한 y방향 하중에 의한 단순지지된 사각판의 내평면 변위의 모드형상은 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$U_2^p = \sin \frac{m \pi x}{L_p} \cos \frac{n \pi y}{b} \quad (24)$$

따라서 정상상태 해는 다음과 같다.

$$u_2^p(x, y) = u_2^p(x, y)|_{F_1} - u_2^p(x, y)|_{F_2} \quad (25)$$

여기서

$$u_2^p(x, y)|_{F_1} = \frac{2F_1^p}{\rho_p h_p b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{n \pi}{b} y_1^*\right)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{m \pi}{L_p} x\right) \quad (26)$$

$$u_2^p(x, y)|_{F_2} = \frac{2F_2^p}{\rho_p h_p b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{n \pi}{b} y_2^*\right)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{m \pi}{L_p} x\right) \quad (27)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

## 2.5 동적 주기모멘트에 의한 사각판의 변위

단순지지된 사각판의 횡방향 변위 모드형상은 다음과 같고,

$$U_3^p = \sin \frac{m \pi x}{L_p} \sin \frac{n \pi y}{b} \quad (28)$$

사각판의 결합위치  $(x, y_1^*)$ 와  $(x, y_2^*)$ 에 작용하는 주기적인 선 모멘트를

$$m_i^p(x, y^*, t) = M_i^p \sin\left(\frac{m \pi}{L_p} x\right) \times \delta(y - y_i^*) e^{j \omega t}, \quad i=1,2 \quad (29)$$

라 할 때 결합력에 의해서 사각판에 발생하는 횡방향 변위는

$$u_3^p(x, y) = u_3^p(x, y)|_{M_1} - u_3^p(x, y)|_{M_2} \quad (30)$$

여기서

$$u_3^p(x, y)|_{M_1} = -\frac{2M_1^p \pi}{\rho_p h_p b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \cos\left(\frac{n \pi}{b} y_1^*\right)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin\left(\frac{n \pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{m \pi}{L_p} x\right) \quad (31)$$

$$u_3^p(x, y)|_{M_2} = -\frac{2M_2^p \pi}{\rho_p h_p b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot \cos\left(\frac{n \pi}{b} y_2^*\right)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \sin\left(\frac{n \pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{m \pi}{L_p} x\right) \quad (32)$$

이다. 또한 주기적 선모멘트에 의한 사각판의 y방향 기울기는 식(30)을 미분하여 얻는다.

$$\beta_2^p(x, y) = \beta_2^p(x, y)|_{M_1} - \beta_2^p(x, y)|_{M_2} \quad (33)$$

여기서

$$\beta_2^p(x, y)|_{M_1} = -\frac{2M_1^p \pi^2}{\rho_p h_p b^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cos\left(\frac{n \pi}{b} y_1^*\right)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{m \pi}{L_p} x\right) \quad (34)$$

$$\beta_{\frac{p}{2}}^p(x,y)|_{M_2} = -\frac{2M_2^p \pi^2}{\rho_p h_p b^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \cos(\frac{n\pi}{b} y_2^*)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \times \cos(\frac{n\pi}{b} y) \sin(\frac{m\pi}{L_p} x) \quad (35)$$

## 2.6 결합구조물의 고유진동해석

원통셀과 사각판의 결합부위에서 변위의 연성은 단지 사각판의 y방향 기울기 변화 및 횡방향 변위와 원통셀의 횡방향 변위 및 원주방향 기울기만을 고려할 수 있으며, 하중(혹은 모멘트)과 변위(혹은 기울기)의 관계식으로부터 식(2)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} + \beta_{11} & \alpha_{12} + \beta_{12} & \alpha_{13} + \beta_{13} & \alpha_{14} + \beta_{14} \\ \alpha_{21} + \beta_{21} & \alpha_{22} + \beta_{22} & \alpha_{23} + \beta_{23} & \alpha_{24} + \beta_{24} \\ \alpha_{31} + \beta_{31} & \alpha_{32} + \beta_{32} & \alpha_{33} + \beta_{33} & \alpha_{34} + \beta_{34} \\ \alpha_{41} + \beta_{41} & \alpha_{42} + \beta_{42} & \alpha_{43} + \beta_{43} & \alpha_{44} + \beta_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (36)$$

식(36)에서 모멘트에 의한 사각판의 내평면 변위 ( $u_0^p/M$ )는 발생하지 않아  $\beta_{12} = \beta_{14} = \beta_{32} = \beta_{34} = 0$  이고, 마찬가지로 y방향 내평면 하중에 의한 횡방향의 기울기 ( $\beta_{2j}^p/F$ )도 발생하지 않기 때문에  $\beta_{21} = \beta_{23} = \beta_{41} = \beta_{43} = 0$  이 된다. 따라서 결합구조물의 연속조건을 적용하여 얻은 식(36)에서 무용해를 얻지 않기 위한 다음의 조건으로부터 진동수 방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} + \beta_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} + \beta_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} + \beta_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} + \beta_{24} \\ \alpha_{31} + \beta_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} + \beta_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} + \beta_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} + \beta_{44} \end{bmatrix} = 0 \quad (37)$$

이 진동수방정식은 원통셀의 내부에 사각판이 결합되어 있는 결합구조물의 진동특성을 나타내는 식이고, 수치적인 방법에 의하여 해를 구한다.

## 3. 진동실험 및 유한요소해석

이론해의 비교/검증을 위한 진동실험과 유한요소해석을 수행하였다. 본 연구에서 고려한 판 결합된 원통셀은 탄소섬유강화 복합재료(CFRP)와 유리섬유강화 복합재료(GFRP)이며,  $[0_3^0/\pm 45_3^0/90_3^0]$  적층인 평직구조를 갖는다. 이들에 대한 기하학적 형상 데이터를 Table 1에 나타내었고, Case1과 2는 각각 중앙에 판결합된 GFRP와 CFRP이며, Case3는  $\theta_1^* = 120^\circ$ 에 판결합된 CFRP원통셀이다. 또한 사용한 복합재료의 물성은 인장시험을 통하

여 결정하였고, 다음과 같다.

물 성	CFRP	GFRP
탄성계수 ( $E_1=E_2$ ), GPa	58.0	26.2
전단탄성계수( $G_{12}$ ), GPa	3.9	4.9
밀도 ( $\rho$ ), kg/m <sup>3</sup>	1540.0	1880.0
프와송비( $\nu_{12}$ )	0.08	0.12

복합재료 시험편은 원통셀 내부에 길이방향으로 사각판을 만들 수 있도록 별도의 몰드를 설계/제작하여, 원통셀과 사각판이 일체형이 되도록 제작하였다. 사각판과 원통셀의 양단 단순지지의 경계조건을 구현하기 위한 지그를 제작하였고, 검증실험을 수행하였다. 진동실험은 충격해머와 가속도계를 사용한 충격가진법을 이용하였고, 고유진동수와 모드형상을 구하기 위하여 주파수분석기(FFT)를 사용하였다. 또한 유한요소해석은 ANSYS 코드[9]를 이용하여 수행하였고, 유한요소모델링은 복합재료에 주로 사용되는 적층셀요소(SHELL99)를 사용하였으며, 고유진동수 및 모드형상을 비교·검토하였다.

## 4. 결과 및 고찰

동적응답법을 이용하여 얻은 수치해는 등방성셀에 대한 Peterson[1]과 Missaoui[2]의 결과와 비교하였다. 원통셀의 내부  $\theta_1^* = 115^\circ$ 의 위치에 길이방향 사각판이 결합된 양단 단순지지된 경우의 결과를 Table 2에 나타내었다. 이때 기하학적 형상으로서 판과 원통셀은 길이 1.27m, 셀반경 0.254m, 두께  $5.08 \times 10^{-3}$ m를 갖으며, 또한 이들은 다음과 같은 기계적 물성을 갖는다

$$E = 200 \text{ GPa}, \rho = 7500 \text{ kg/m}^3, \nu = 0.3$$

결과들은 상호 비교를 위하여 무차원대개변수,

$\Omega = a\omega \sqrt{\rho(1-\nu^2)/E}$ 를 도입하여 나타내었다. 본 이론의 수치해는 Peterson의 결과와 1차 모드에서 16.6%의 오차를 보였는데, 이것은 Peterson의 경우 결합부위를 고정으로 보았기 때문에 1차 모드인 판의 진동수가 높은 결과를 보인 것으로 생각된다. 다른 모드에서는 대체로 9%이내의 오차범위내에 있어 결과들은 서로 잘 일치하였다.

Table 3~4에는 표 1에서 언급된 세 경우의 이론해, 실험과 유한요소해석 결과를 진동수 오름차순으로 제시하였다. 중앙에 내부 판을 갖는 GFRP 적층 복합재료 원통셀의 기본진동수는 234.5 Hz 이고, CFRP는 389.6 Hz를 보였다. 이것은 CFRP

원통셀의 두께가 GFRP보다 약간 두껍고, 강성이 더 크기 때문에 생각된다. 또한  $\theta_1^* = 120^\circ$ 에 판이 결합된 CFRP 원통셀의 해석결과를 Table 5에 나타내었다. 해석결과 기본진동수는 476.4 Hz로 중앙에 판이 결합되는 경우보다 약 90 Hz 정도의 진동수 증가를 보였다. 해석결과는 실험결과와 비교할 때 3차모드에서 차이가 있으나 전반적으로 잘 일치하고, 유한요소해석 결과와는 기본진동수에 약간의 차이를 보였다.

원통셀의 내부에 결합되는 사각판의 두께나 결합위치가 고유진동수에 미치는 영향에 대하여 해석하였고, 결과를 Fig. 2~3에 나타내었다. Fig. 2는 Case 1 모델에서 내부판의 두께가 1mm~8mm까지 변할때의 판과 셀의 몇몇 모드에 대한 진동수 변화를 나타내었다. 3차까지의 저차 모드에서는 내부판의 모드가 지배적으로 나타나며, 이는 판의 두께 변화에 따라 선형적으로 증가하였다. 또한 원통셀의 모드는 길이방향  $m=1$  모드에 대하여 원주방향  $n=3$  모드가 제일 먼저 나타나고, 이는 판의 두께가 약 5mm 이상이 되면, 거의 일정한 두께를 보였다. 원통셀의 고차 모드인  $n=2$ 나 4모드에서도 유사한 경향이 나타났다.

Fig. 3은 Case 1 모델에서 내부 판의 결합위치가  $\theta_1^* = 90^\circ \sim 150^\circ$ 까지 변할때의 영향을 보인다. 결합위치  $\theta_1^*$ 가 커질수록 판과 원통셀의 진동수는 증가하는데, 약  $130^\circ$  이상이 되면 판의 진동수는 급격히 증가하는데 반해, 원통셀의 진동수는 일정해지는 결과를 보였다. 그리고 원통셀의 기본진동수인 (1,3)모드는 결합위치가  $120^\circ$  이상이 되면 판의 모드보다 낮아져 판의 진동수와 구분하기가 어렵게 되었다.

내부에 판결합된 Case 3 CFRP 원통셀의 모드형상을 Fig. 4에 나타내었다. 저차에서의 진동수는 판의 모드가 지배적이며, 고차로 갈수록 원통셀의 모드가 나타나게 되는데 이때 원통셀의 모드는 판의 모드와 연성되어 나타났다. 이 연성효과는 셀의 중앙에 판이 결합되는 경우보다  $\theta_1^* = 120^\circ$ 에 판이 결합되는 경우 뚜렷하게 나타났다.

## 5. 결론

단순지지된 복합재료 사각판과 원통셀의 결합 구조물에 대한 진동수방정식은 동적응답법을 이용하여 수식화하였고, 수치적인 방법에 의하여 해를

얻었다. 이론해의 결과들은 실험이나 유한요소해석 결과들과 잘 일치하여, 수식화의 타당성을 확인하였다. 내부에 사각판이 결합된 원통셀의 진동수는 저차에서 판의 모드가 지배적으로 나타났다. 셀의 두께가 일정하고, 내부 판의 두께가 두꺼워짐에 따라 판의 진동수는 선형적으로 증가하고, 셀의 진동수는 증가하다 일정하게 되어 판 두께의 영향이 작아진다. 또한 내부판의 결합위치가 중앙에서 멀어질수록 전체적인 진동수는 증가하고, 판의 진동수에 더 큰 영향을 주며, 판과 셀의 모드형상의 연성효과가 크게 나타난다.

## ※ 참고문헌

- (1) M.R. Peterson and D.E. Boyd, 1978, "Free Vibrations of Circular Cylinders with Longitudinal, Interior Partitions", Journal of Sound and Vibration, Vol. 60, No. 1, pp.45~62.
- (2) T. Irie, G. Yamada and Y. Kobayashi, 1984, "Free Vibration of Non-Circular Cylindrical Shells with Longitudinal Interior Partitions", Journal of Sound and Vibration, Vol. 96, No. 1, pp.133~142.
- (3) J. Missaoui, L. Cheng and M.J. Richard, 1995, "Free and Forced Vibration of a Cylindrical Shell with a Floor Partition", Journal of Sound and Vibration, Vol. 190, No. 1, pp.21~40.
- (4) M. Petyt and J. Wei, 1997, "Free Vibration of an Idealized Fuselage Structure", Proceeding of the 15th International Modal Analysis Conference Japan, pp. 647~653.
- (5) D.T. Huang and W. Soedel, 1993, "Study of the Forced Vibration of Shell-Plate Combinations Using the Receptance Method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 166, No. 2, pp. 341~369.
- (6) 임정식, 1997, "원판이 결합된 외팔 원통셀의 고유진동 특성", 한국소음진동공학회지, 제 7 권, 제 2 호, pp. 331~346.
- (7) R.E.D. Bishop and D.C. Johnson, 1960, *The Mechanics of Vibration*, London: Cambridge University Press.
- (8) W. Soedel, 1993, "Vibrations of Shells and Plates", 2nd ed., Marcel Dekker, Inc..
- (9) Swanson Analysis Systems Inc., 1992, "ANSYS User's Manual : Volume III Elements"

Table 1. Dimension of combined composite shells  
(Unit: mm)

Case		Case1	Case2	Case3
Material		GFRP	CFRP	CFRP
Shell	Length( $L_s$ )	360.0	360.0	360.0
	Radius (a)	109.0	109.0	109.0
	Thickness( $h_s$ )	3.5	3.7	4.0
Plate	Length( $L_p$ )	360.0	360.0	360.0
	Width (b)	218	218	188.8
	Thickness( $h_p$ )	3.5	3.7	3.6
	Location	$\theta_1=90^\circ$	$\theta_1=90^\circ$	$\theta_1=120^\circ$

Table 2. A comparison of the frequency parameter ( $\Omega$ ) of the isotropic combined shell with a center partitioning plate

Mode	Present	Ref.[1]		Ref.[3]	
	$\Omega$	$\Omega$	Diff.(%)	$\Omega$	Diff.(%)
1S	0.0306	0.0367	16.62	0.0334	8.38
2S	0.0670	0.0693	3.31	0.0715	6.29
3S	0.0883	0.0939	5.96	0.0958	7.82
4S	0.1128	0.1170	3.59	0.1150	1.91
1A	0.0589	0.0625	5.76	0.0606	2.80
2A	0.0774	0.0828	6.52	0.0805	3.85
3A	0.0961	0.1030	6.69	0.1050	8.47
4A	0.1277	0.1330	3.98	0.1330	3.98

Table 3. The frequency comparison with analytical, experimental and FEM results for the GFRP composite cylindrical shell with the plate at the  $\theta_1^*=90^\circ$  location

Mode*	Natural frequency (Hz)		
	Analysis	Exp.	FEM
1st	234.5	245.0	241.6
2nd	344.3	335.0	352.8
3rd	547.2	540.0	547.5
4th	579.2	610.0	593.6
5th	696.0	660.0	614.5
6th	774.1	750.0	760.3
7th	804.5	810.0	803.5
8th	813.8	-	836.2
9th	843.2	905.0	936.3
10th	996.9	940.0	960.0

\* : Frequency ascending order

Table 4. The frequency comparison with analytical, experimental and FEM results for the CFRP composite cylindrical shell with the plate at the  $\theta_1^*=90^\circ$  location

Mode*	Natural frequency (Hz)		
	Analysis	Exp.	FEM
1st	389.6	400.0	397.8
2nd	568.2	575.0	579.0
3rd	905.0	887.5	899.4
4th	925.7	925.0	969.7
5th	1162.6	987.5	987.1
6th	1250.8	1225.0	1241.5
7th	1284.9	1262.5	1265.3
8th	1333.9	1325.0	1348.9
9th	1399.5	1512.0	1375.4
10th	1644.8	1650.0	1524.8

\* : Frequency ascending order

Table 5. The frequency comparison with analytical, experimental and FEM results for the CFRP composite cylindrical shell with the plate at the  $\theta_1^*=120^\circ$  location

Mode*	Natural frequency (Hz)		
	Analysis	Exp.	FEM
1st	476.4	470.0	515.4
2nd	644.0	620.0	680.0
3rd	963.1	865.0	944.3
4th	973.4	925.0	978.9
5th	1082.8	1080.0	1153.3
6th	1210.6	1215.0	1241.6
7th	1268.2	1305.0	1403.9
8th	1389.8	1340.0	1429.5
9th	1437.2	1430.0	1533.0
10th	1451.2	1660.0	1567.0

\* : Frequency ascending order

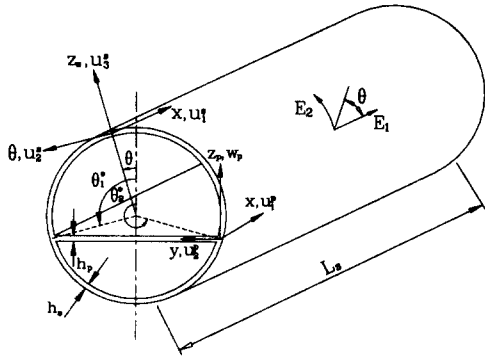


Fig. 1. Geometry of a circular cylindrical shell with a longitudinal partitioning plate

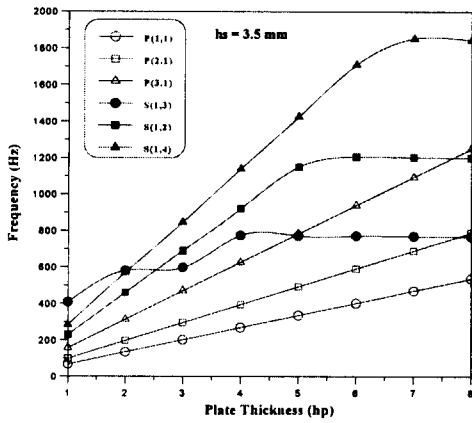


Fig. 2. The effect of the thickness of the plate on the frequencies of the GFRP composite shell with the plate at the  $\theta_1^* = 90^\circ$  location

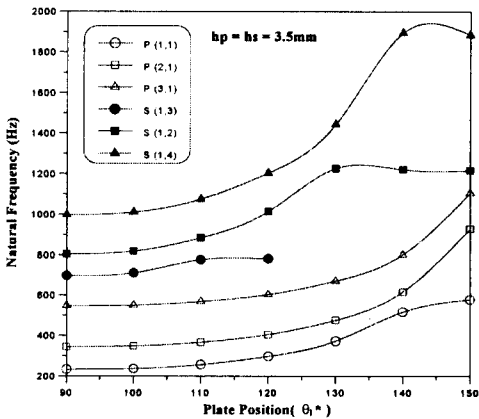
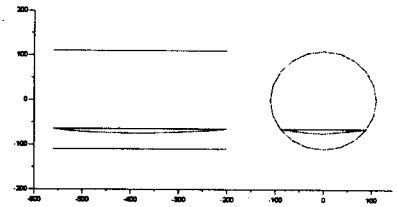
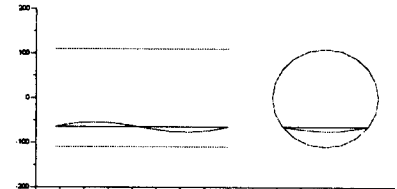


Fig. 3. The effect of the location of the plate on the frequencies of the GFRP composite shell with the plate at the  $\theta_1^* = 90^\circ$  location

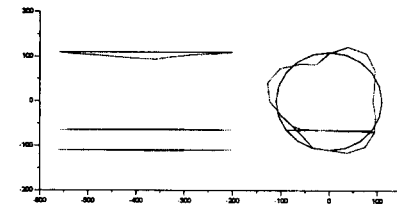
P(1,1)



P(2,1)



S(1,3)



S(1,2)

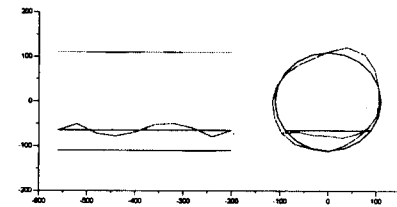


Fig. 4. Experimental mode shapes of the CFRP composite shell with the plate at the  $\theta_1^* = 120^\circ$  location