

# 비고전적 감쇠를 갖는 랜덤 진동계의 근사적 해석기법에 대한 연구

°황재혁\*, 유병성\*\*, 박지상\*\* (한국항공대학교)

## On the Approximate Solution of Nonclassically Damped Linear Systems under Random Excitations

°Jai Hyuk Hwang, Byoung Sung Yoo\*\* and Ji Sang Park\*\* (Hankuk Hangkong University)

### ABSTRACT

Nonclassically damping comes from drastic variations of energy absorption rates of the materials in different parts of structures, or from the external damping sources inserted into the structures. In this study, an approximate method based on the real valued normal modes to analyze the responses of a nonclassically damped system under stationary random excitations has been suggested. The dynamic responses of an aircraft landing gear under stationary random excitations has been analyzed using the proposed method. It has been found by a series of simulation that this method is superior to other approaches in respect of computational effort and accuracy.

### 1. 서론

랜덤환경에 접해있는 진동계를 해석하고 설계 하는데 있어서 지금까지 확정적인 방법이 많이 사용되어 왔다. 그러나 좀더 정확한 해석을 하기 위해서는 확률적인 방법이 불가피하다<sup>1,2</sup>. 이러한 확률적인 접근기법에서 응답의 자기상관함수를 계산하는 방법은 임펄스 응답함수를 이용하여 적분하는 방법과 주파수 응답함수를 이용하여 적분하는 방법이 있다<sup>1,3</sup>. 주파수 응답함수를 이용하는 적분기법을 적용할 경우, 실제좌표 공간에서 주파수 응답함수를 구하는 것은 여러 가지 요인에 의해 제한된다. 특히 자유도가 큰 진동계일 경우, 주파수 응답함수를 역행렬을 이용하여 구하기가 매우 어렵다. 또한 복소수 계수를 갖고있는 행렬이 악조건일 때 역행렬을 구하면 수치오차가 매우 커지게 된다. 이러한 문제들을 해결하기 위해 모드해석기법을 이용하여 모드좌표공간에서 주파수 응답함수를 구하는 방법이 있다. 이 모드해석기법은 진동계의 운동방정식을 모달좌표의 비결합된 방정식으로 변환시키는 방법으로 실수정규모드법<sup>4,5</sup>과 복소수정규모드법<sup>6,7</sup>으로 나눌 수 있다. 실수정규모드법은 흔히 고전적 정규모드법이라고도 불리며, 계산이 간단한 장점을 갖고 있으므로 대형구조물 등 공학적 문제에 널리 이용되고 있다. 일반적으로 비감쇠시스템은 항상 실수정규모드를 갖고 있다. 그러나 감쇠력이 존재할 때 진동계는 실수정규

모드를 갖을 수도 있고 그렇지 않을 수도 있다. 만약 실수정규모드를 갖고 있으면 그 시스템은 고전적으로 혹은 비례적으로 감쇠 되는 진동계라 부르고 그렇지 않다면 비고전적 감쇠계라고 말한다. 구조물에 사용하는 여러 재료의 에너지 흡수율에 현격한 차이가 있을 때나 외부 감쇠장치 부착되는 구조물은 대부분 비고전적으로 감쇠하는 계가 된다<sup>8,10</sup>. 비고전적 감쇠계는 복소수모드를 갖기 때문에 모드공간에서 해석 및 주파수 응답을 얻기 위해 복소수모드 해석법을 적용해야 한다. 그러나 복소수정규모드법은 정확한 반면에 복소수해를 구할 때 복잡하고 계산량이 많은 큰 단점을 갖고 있다<sup>16</sup>. 또한 엔지니어의 관점에서 복소수정규모드법과 같은 상태공간 접근방법은 결과의 물리적 의미를 통찰하기가 쉽지 않다. 이러한 이유에 기인하여 비고전적 감쇠시스템을 해석할 때, 실수정규모드의 모달데이터를 이용하는 근사적 모달해석기법이 많이 연구되어 왔다<sup>11-14</sup>. 본 논문에서는 오차방정식을 이용하여 실수정규모드공간에서 비고전적 시스템의 주파수 응답함수를 비교적 정확하게 구할 수 있는 기법을 연구하였다. 이렇게 얻어진 주파수 응답함수를 가지고 정상 랜덤가진을 받는 진동계 응답의 PSD를 간편하고 정확하게 구할 수 있고 자기상관함수 역시 정확하게 구할 수 있다. 이 방법은 비고전적 감쇠를 갖는 진동계에서 변환감쇠행렬의 비대각 성분을 무시하는 기존의 근사적 방법에 비해 매우 정확한 결과를 얻을 수 있다.

본 연구에서는 비고전적 감쇠를 갖는 랜덤진동계의 응답해석을 실수정규모드 기법을 적용하여 근사적으로 구하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 개념적으로 매우 간단하기 때문에 적용하기가 쉽고, 자유도의 크기가 클수록 이 방법의 장점이 더 크게 나타나며, 또한 비고전적 감쇠성분이 큰 경우에도 적용될 수 있는 장점을 갖고 있다.

## 2. 랜덤 가진을 받는 선형 진동계의 응답해석 기법

정상 랜덤프로세스일 경우 진동계의 응답  $y(t)$ 의 PSD,  $S_{yy}(\omega)$ ,와 자기상관함수,  $R_{yy}(\tau)$ ,의 관계는 다음과 같은 Wiener-Khintchine 관계식으로 표현된다<sup>[1-3]</sup>.

$$R_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega\tau} S_{yy}(\omega) d\omega \quad (1)$$

식(1)에서 만약  $S_{yy}(\omega)$ 가 음수가 아닌 실수이고 우함수(even function)이므로 식(1)은 다음과 같이 된다<sup>[3]</sup>.

$$R_{yy}(\tau) = 2 \int_0^{\infty} S_{yy}(\omega) \cos \omega\tau d\omega \quad (2)$$

식(2)에서 응답의 PSD,  $S_{yy}(\omega)$ 는 입력의 PSD와 주파수 응답함수를 이용해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S_{yy}(\omega) = H(\omega)^* S_{xx}(\omega) H(\omega)$$

여기서 
$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\xi) e^{-j\omega\xi} d\xi \quad (3)$$

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta) e^{-j\omega\theta} d\theta$$

이식과 같이 주파수 응답함수 및 입력의 PSD를 이용하면 적분을 통해 쉽게 진동계의 자기상관함수 및 응답의 PSD를 구할 수 있다. 그러나 진동계의 자유도가 매우 클 때 진동계의 계수행렬로부터 주파수 응답함수를 구하는 과정이 많은 계산량을 요하고 있다. 진동계의 주파수 응답함수를 얻는 일반적인 방법을 살펴보기 위해 다음과 같은 진동계를 고려한다.

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F(t) \quad (4)$$

여기에서  $M$ ,  $C$ ,  $K$ 는 각각 질량행렬, 감쇠행렬, 그리고 강성행렬을 나타내며 크기는  $n \times n$ 이다.  $y(t)$ 와  $F(t)$ 는 변위벡터와 외력을 나타내고 크기는  $n \times 1$ 이다. 본 연구에서  $F(t)$ 는 랜덤 프로세스를 뜻하고 있다. 시간영역에서 주파수 영역으로 변환하는 절차(라플라스 변환후, 라플라스 변수를  $j\omega$ 으로 치환)를 수행하면 식(4)는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{y}(\omega) = H(\omega) \bar{F}(\omega) \quad (5)$$

여기서  $H(\omega)$ 는 전달함수행렬 혹은 주파수 응답함수 행렬이라고 부르며 다음과 같이 표현된다.

$$H(\omega) = (K - M\omega^2 + jC\omega)^{-1} \quad (6)$$

식(6)이 정확한 결과를 나타내고 있지만 실제로 식(6)의 응용은 여러가지 요인에 의해 제한된다. 자유도가 큰 진동계의 경우, 행렬의 크기는 실제로 역행렬을 구하기에 불가능할 정도로 커진다. 또한 복소수 계수를 갖고 있는 행렬이 악조건일 때 역행렬을 구하면 수치오차는 매우 커지게 된다. 이와 같은 이유로 다음절에서는 실수정규모드를 이용하여 주파수 응답함수를 쉽게 계산하는 방법을 이용하여 비고전적 감쇠를 갖는 랜덤진동계를 근사적으로 해석하는 기법을 제시하고자 한다. 이 방법은 모든 비고전적 감쇠계에 대해 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있으며, 계산량이 매우 절감되는 장점을 갖고 있다.

## 3. 비고전적 감쇠를 갖는 랜덤 진동계의 근사적 해석기법

랜덤 가진을 받는 일반적인 진동계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F(t) \quad (4)$$

진동계(7)의  $M, K$ 에 대한 고유치 해석 후, 고유벡터로 구성되는 모드행렬  $S$ 를 구하여 모드좌표로 변환하면 ( $y = Sq$ ), 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{q} + \tilde{C}\dot{q} + \Omega^2 q &= g(t) \\ S^T M S &= I, S^T C S = \tilde{C} \end{aligned} \quad (7)$$

$$S^T K S = \Omega^2, S^T F(t) = g(t)$$

여기서  $I$ 는 크기가  $n$ 인 항등행렬,  $\Omega^2$ 는 대각성분이 고유치로 구성된 대각행렬이다. 즉,  $\Omega^2 = \text{diag}[\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2]$ 이다. 그리고  $g(t)$ 는 모드좌표를 뜻한다. 일반적으로 변환된 감쇠행렬  $\tilde{C}$ 는 대각행렬이 아니다. 이 식에서 변환된 감쇠행렬  $\tilde{C}$ 가 대각행렬이 아닐때, 진동계는 비고전적 감쇠를 갖는다고 말한다. 만일 진동계가 비고전적 감쇠를 갖는다면, 변환된 감쇠행렬은 다음과 같이 대각성분과 비대각성분으로 나누어 표현할 수 있다.

$$\ddot{q} + (A + R)\dot{q} + \Omega^2 q = g(t) \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}_{nn} \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{C}_{12} & \tilde{C}_{1n} \\ \tilde{C}_{21} & \ddots & \tilde{C}_{2n} \\ \tilde{C}_{n1} & \tilde{C}_{n2} & 0 \end{bmatrix} \Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

이 경우 변환 감쇠행렬  $\tilde{C}$ 의 비대각성분에 의해 식(8)는 연성을 갖게 된다. 식(7)의 전달함수행렬을  $h(\omega)$ 라 하고 식(4)의 전달함수행렬을  $H(\omega)$ 라 한다면  $H(\omega)$ 와  $h(\omega)$ 의 관계식은 좌표 변환 관계식을 이용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$H(\omega) = S h(\omega) S^T \quad (9)$$

만일  $R=0$  일 때(고전적 감쇠를 갖을 때), 식(9)의 모든 계수가 대각행렬이므로  $h(\omega)$ 은 간단하고 정확하게 계산된다. 이 경우 고유모드는 실수로 표현되며, 진동계의 주파수 응답을 실수 정규모드를 이용하여 매우 간단하게 얻을 수 있다. 그러나 비고전적 시스템인 경우  $R \neq 0$ 이기 때문에  $h(\omega)$ 를 정확하게 구하는 것은 매우 어렵다. 이 경우,  $h(\omega)$ 를 근사적으로 구하는 방법을 기술하면 다음과 같다. 식(9)에서 비대각성분  $R$ 을 무시하고 근사적으로 비결합시키면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\ddot{q}_a + A\dot{q}_a + \Omega^2 q_a = g(t), t \geq 0 \quad (10)$$

식(10)에서  $q_a$ 는 근사화 된 식의 해를 뜻한다. 식(8)에서 식(10)을 빼고,  $q - q_a = e$ 라 놓으면, 다음과 같은 오차방정식(error equation)을 얻게 된다.

$$\ddot{e} + A\dot{e} + \Omega^2 e = -R\dot{q}_a, t \geq 0 \quad (11)$$

이제 근사화에 따른 오차  $e$ 는 무한 수열로 표시한 후, 라플라스 영역에서 그 합을 구하여 주파수 응답함수를 계산하는 방법을 제시한다. 식(11)에  $q = e + q_a$ 을 대입하면 다음식을 얻는다.

$$\ddot{e} + (A+R)\dot{e} + \Omega^2 e = -R\dot{q}_a, t \geq 0 \quad (12)$$

식(12)의 모양은 식(8)와 동일하며, 다만  $q$ 와  $g(t)$  대신에 각각  $e$ 와  $-R\dot{q}_a$ 으로 대치되었다. 여기서 비대각성분  $R$ 을 무시하는 근사적 비결합방법을 다시 적용하고, 근사화 된 식의 해를  $u_0$ 라 하면 식(12)은 다음과 같이 된다.

$$\ddot{u}_0 + A\dot{u}_0 + \Omega^2 u_0 = -R\dot{q}_a, t \geq 0 \quad (13)$$

식(12)에서 식(13)을 빼고,  $e - u_0 = e_1$ 라고 놓으면 다음식을 얻는다.

$$\ddot{e}_1 + A\dot{e}_1 + \Omega^2 e_1 = -R\dot{e}_a, t \geq 0 \quad (14)$$

이 식에  $e = e_1 + u_0$ 을 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\ddot{e}_1 + (A+R)\dot{e}_1 + \Omega^2 e_1 = -R\dot{u}_0, t \geq 0 \quad (15)$$

근사적 비결합 방법을 다시 식(15)에 적용하고, 그 결과식의 해를  $u_1$ 이라 하면 식(15)는 다음과 같이 된다.

$$\ddot{u}_1 + A\dot{u}_1 + \Omega^2 u_1 = -R\dot{u}_0, t \geq 0 \quad (16)$$

식(15)에 적용한 비결합 방법에 의한 오차를  $e_1 - u_1 = e_2$ 라 할 때,  $e_2$ 는 다음식을 만족한다.

$$\ddot{e}_2 + (A+R)\dot{e}_2 + \Omega^2 e_2 = -R\dot{u}_1, t \geq 0 \quad (17)$$

그러므로 모든 정수  $k \geq 1$ 에 대해 다음과 같은 반복척법을 정의 할 수 있다.

$$e_k = e_{k-1} - u_{k-1}, e_0 = e \quad (18)$$

$$\ddot{u}_k + A\dot{u}_k + \Omega^2 u_k = -R\dot{u}_{k-1}, t \geq 0 \quad (19)$$

$$\ddot{e}_k + (A+R)\dot{e}_k + \Omega^2 e_k = -R\dot{u}_{k-1}, t \geq 0 \quad (20)$$

여기서  $u_0$ 는 식(13)에 의해 계산 할 수 있다.

식(18)으로부터

$$e - \lim_{k \rightarrow \infty} e_k = \sum_{k=1}^{\infty} (e_{k-1} - e_k) = \sum_{k=1}^{\infty} u_{k-1} \quad (21)$$

식(21)에서 모든  $u_k$ 는 비결합 된 계의 해이므로 매우 쉽게 계산할 수 있다. 또한  $k$ 가 증가함에 따라  $e_k$ 가 0으로 수렴함을 미분방정식의 유일성을 이용하여 쉽게 확인할 수 있다. 따라서 오차  $e$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$e = q - q_a = \sum_{k=0}^{\infty} u_k \quad (22)$$

식(22)에서 모드좌표공간에서 응답  $q$ 는 다음식에 의해 나타낼 수 있다.

$$q = q_a + \sum_{k=0}^{\infty} u_k \quad (23)$$

여기서  $q_a, u_k, (k=0,1,\dots,\infty)$ 은 모두 비결합된 운동방정식의 해이다. 식(10)과 식(13) 그리고 식(19)을 이용하여 주파수 응답을 구하면 다음식과 같다.

$$h(\omega) = [I_n + Z(\omega) + Z^2(\omega) + \dots]G(\omega) \quad (24)$$

여기서  $G(\omega)$ 와  $Z(\omega)$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$G(\omega) = (\Omega^2 - I_n \omega^2 + jA\omega)^{-1} \quad (25)$$

$$Z(\omega) = -j\omega G(\omega)R \quad (26)$$

식(25)은 괄호안의 모든 행렬이 대각행렬이므로 쉽게 역행렬을 구할 수 있다. 따라서 식(24)는 식(9)와 함께 비고전적 감쇠시스템의 주파수 응답함수 행렬을 계산하는 방법이 된다. 본 연구에서 제시한 방법은 식(6)과는 달리 역행렬의 방법을 사용하지 않으므로 계산량이 매우 적고 비고전적 감쇠계의 모드주파수응답을 쉽게 계산할 수 있다. 일반적으로  $Z(\omega)$ 의 놈(norm)이 1보다 적으므로 식(24)는 빠르게 수렴하는 수열이다. 행렬  $Z(\omega)$ 가 영행렬(zero matrix)이 될 경우는 진동시스템이 고전적으로 감쇠되는 경우이며, 실수모드간에 연성이 없는 경우이다. 일반적으로 식(24)에서 수열의 두 번째 항 혹은 세 번째 항까지만 계산하여 전달함수를 구하면 식(6)에서 역행렬을 통해서 구한 정확한 전달함수에 접근한다. 만약, 식(24)에서 전달함수의 오차를  $\epsilon \|G(\omega)\|$ 의 범위 내로 줄이고자 할 때 식(24)에서 계산되어야 할 항의 수는 다음과 같이 유도된다.

$$N \geq \frac{\ln[\epsilon(1 - \|Z(\omega)\|)]}{\ln\|Z(\omega)\|} \quad (27)$$

식(27)에서,  $\epsilon$ 는 허용오차를 기술하는 임의의 상수이며,  $N$ 는 허용오차 범위 내에 들기 위해 계산에 고려해야 할 항의 수를 뜻하며,  $\|Z(\omega)\|$ 는 식(26)에서 정의한 행렬  $Z(\omega)$ 의 유도 놈(induced-norm)이다. 예를 들어  $\|Z(\omega)\| = 0.2$  그리

고  $\varepsilon = 0.05$  혹은 5% 일 때  $N = 2$  가 된다. 만약 식(24)에서 계산해야 될 항의 수를 증가시키면 정확도는 얼마든지 증가시킬 수 있다. 본 연구에서 제시한 방법은 자유도가 큰 진동계를 해석할 경우 유용성이 크게 된다. 식(24)에서 구한  $h(\omega)$  을 가지고 실제좌표공간에서  $H(\omega)$  는 식(9)의 관계식으로부터 구할 수 있고 식(2)과 식(3)을 이용해 비고전적 감쇠를 갖는 랜덤진동계에서 응답의 PSD와 자기상관함수를 근사적으로 구할 수 있다.

#### 4. 예 제

본 절에서는 지금까지 얻어진 이론적 결과를 설명하기 위해 정상 랜덤가진을 받는 실제 항공기 착륙장치에 적용시켜 보았다. 활주로 노면의 랜덤성은 보통 균일한 랜덤 프로세스로 간주할 수 있다. 이러한 가정하에서 항공기의 속도가 일정하다면 노면 가진력은 정상 랜덤 프로세스가 된다. 활주로 노면의 가장 일반적이고 보편적으로 활용되

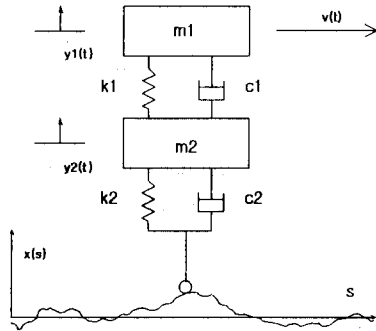


Fig. 1 Simplified model of an aircraft landing gear 는 통계학적 모델은 다음식과 같이 표현된다<sup>15, 16)</sup>.

$$R_{xx}(\xi) = \sigma^2 e^{-\alpha|\xi|}, (\xi = s_1 - s_2) \quad (28)$$

식(28)과 같은 실제적인 활주로 노면의 모델은 백색잡음을 일차 형상 필터를 통과시켜 얻어질 수 있다.

$$\frac{dx}{ds} + \alpha x = k_w w(s) \quad (29)$$

여기서,

$w(s)$  = zero mean 을 갖는 백색잡음 ,

$$E[w(s_1)w^T(s_2)] = Q\delta(s_1 - s_2)$$

$k_w = \sigma\sqrt{2\alpha}$  (백색잡음의 크기)

$\sigma = x$  의 표준편차

$\alpha$  = 상관관계 파라메타

$s$  = 공간 변수(space variable)

공간 변수  $s$  는  $t$  의 함수이므로 형상 필터를 표현한 식(29)을  $t$  의 함수로 표현하기 위해 연쇄의 법칙(chain rule)을 사용하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = -\alpha x + s k_w w(s(t)) \quad (30)$$

식(30)에서 항공기 속도가 일정하다고 가정하면  $\dot{s}$  는 상수가 된다. 항공기 착륙장치는 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 활주로 노면과의 접촉방법이 점접촉인 2 자유도를 갖는 선형시스템으로 모델링 할 수 있다. 이 착륙장치 모델에서 노면에서의 가진력을 제외한 모든 외력을 무시할 때 다음과 같은 운동방정식을 얻는다.

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = C_x \dot{x} + K_x x \quad (31)$$

여기서,

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix}$$

$$C_x = \begin{bmatrix} 0 \\ c_2 \end{bmatrix}, K_x = \begin{bmatrix} 0 \\ k_2 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

식(31)과 같이 표현되는 항공기 착륙장치는 비고전적 감쇠를 갖고 있음을 쉽게 확인할 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 기법을 적용하여 응답의 자기상관함수를 계산하고자 한다. 식(30)으로부터  $x$  의 PSD를 구하면 다음식과 같다.

$$S_{xx}(\omega) = \frac{2s^2\sigma^2\alpha}{\pi(\omega^2 + s^2\alpha^2)} \quad (32)$$

식(3)을 착륙장치에 적용하여 다시 나타내면 다음과 같이 된다.

$$S_{yy}(\omega) = H^*(\omega)S_{xx}(\omega)H(\omega) \quad (33)$$

본 연구에서 사용된 착륙장치의 파라메타 값은 실제 항공기인 KTX-1의 값을 사용하였으며, Table 1에 나타내었다.

Table 1. Parameters of an aircraft landing gear

Parameter Name	Numerical Value(SI)
Sprung Mass	1189.2(kg)
Unsprung Mass	19.1(kg)
Stiffness Coefficient of Absorber	57831.6(N/m)
Stiffness Coefficient of Tire	900000(N/m)
Damping Coefficient of Absorber	6455.9(N·s/m)
Damping Coefficient of Tire	0(N·s/m)

본 연구에서 제시한 방법의 유용성을 증명하기 위해 주파수 응답함수 행렬을 구하는 3 가지 방법을 본 예제에서 사용하였다. 즉 역행렬을 이용해 정확한 주파수 응답함수 행렬을 구하는 방법, 변환된 감쇠행렬의 비대각성분을 무시하고 주파수 응답함수를 구하는 근사적 방법, 그리고 본 연구에서 제시한 새로운 방법이다. 이 3 가지 방법을 사용하여 항공기 착륙장치의 응답 PSD를 구하였으며, 또한 식(2)에 해당되는 자기상관함수를 구하고 그 결과를 비교하였다.

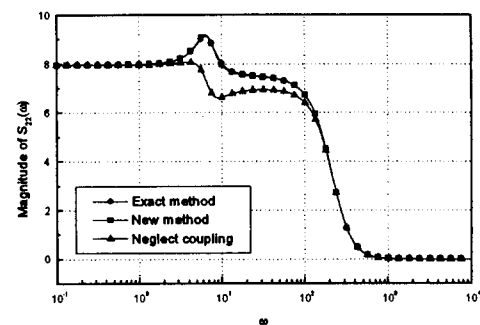
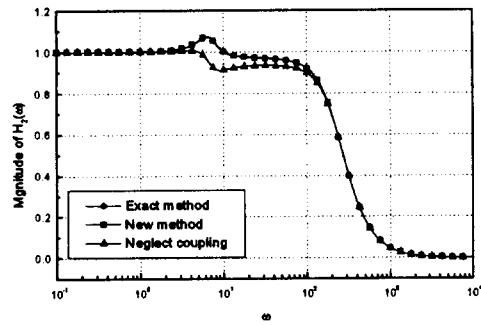
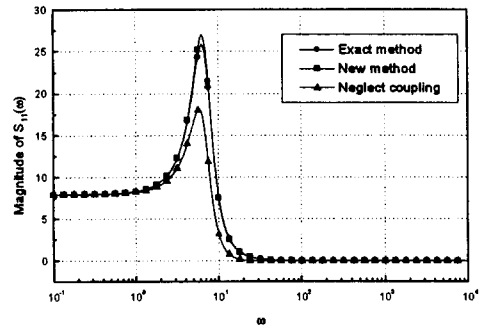
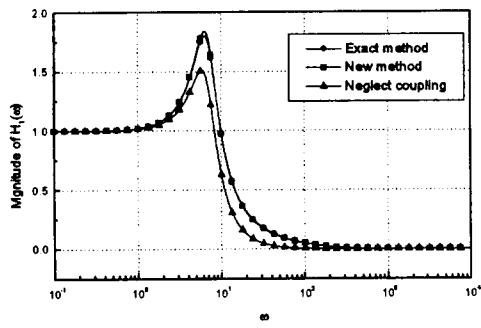


Fig.2 Magnitude of frequency responses  $H_1, H_2$

Fig.4 Power spectral density of aircraft and wheel/tire displacement

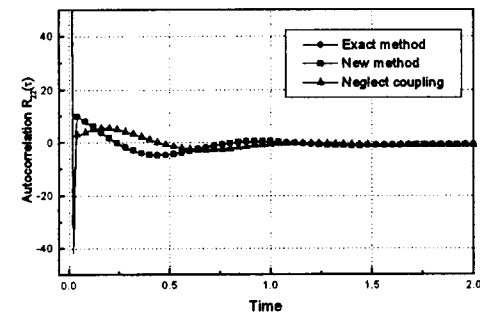
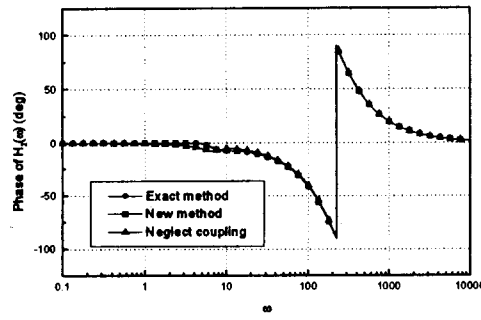
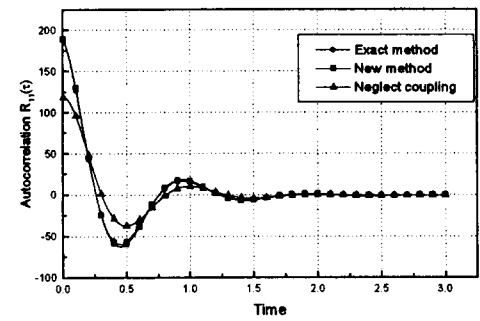
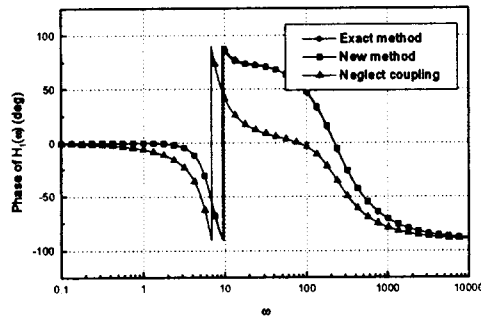


Fig.3 Phase of frequency responses  $H_1, H_2$

Fig.5 Autocorrelation functions  $R_{11}(\tau), R_{22}(\tau)$

정상 랜덤가진을 받는 비고전적 감쇠를 갖는 항공기 착륙장치의 주파수 응답함수 행렬 계산 결과를 Fig.2-3 에 나타내었다. Fig.2-3 의 위 그림  $H_1$  은 노면의 변위  $x(t)$  을 입력으로 하고 항공기 질량의 변위  $y_1$  를 출력으로 하는 주파수 응답함수를 나타내고 있으며, 아래 그림  $H_2$  는  $x(t)$  를 입력으로 하고 착륙장치 휠/타이어의 변위  $y_2$  를 출력으로 하는 주파수 응답함수를 뜻한다. 그림에서 보듯이 본 연구에서 제시한 방법은 역행렬을 사용하여 직접 구한 주파수 응답함수와 매우 유사함을 볼 수 있다. 이 방법은 역행렬을 사용하지 않기 때문에 계산량을 매우 절감시킬 수 있는 장점을 갖고 있다. 시스템의 자유도가 커질수록 계산량은 더욱더 절감된다. 변환감쇠행렬의 비대각성분을 무시하는 방법은 계산이 간단하여 실제 공학적 응용에서 많이 사용하고 있다. 그러나 모달감쇠행렬의 비대각성분은 모드간의 연성을 뜻하므로 이를 무시하면 계산량이 매우 적은 반면에 오차가 많이 발생하는 것을 볼 수 있다. Fig.4 에서는 항공기 질량 및 휠/타이어의 변위에 대한 응답의 PSD 를 구하여 비교하였다. 본 연구에서 제시한 방법은 매우 정확한 주파수 응답함수를 얻을 수 있기 때문에 응답의 PSD 도 정확한 값에 접근하고 있음을 볼 수 있다. 다음 응답의 자기상관함수를 응답의 PSD 를 변환하여 계산한 후, 결과를 Fig.5 에 나타내어 비교하였다. 여기서도 본 연구에서 제시한 방법으로 얻어진 자기상관함수는 정확한 값에 접근하고 있음을 확인할 수 있다. 이와 같이 비고전적 감쇠를 갖는 랜덤 진동계에 본 연구에서 제시한 방법을 사용하면 매우 간단하고 정확하게 응답의 PSD 와 자기상관함수를 구할 수 있다.

## 5. 결론

외부 감쇠장치가 부착된 구조물의 경우나 구조물에 사용된 여러 재료의 에너지 흡수율에 현격한 차이가 있을 때 진동계는 대부분 비고전적으로 감쇠하는 계가 된다. 본 연구에서는 이러한 비고전적 감쇠를 갖는 진동계가 랜덤 가진을 받을 때 응답을 해석하는 기법에 대해 연구하였다. 주파수 응답함수를 이용하여 응답의 PSD 를 구할 때, 비고전적으로 감쇠하는 시스템은 변환감쇠행렬의 비대각성분에 기인하여 모드간의 연성이 존재하며 이로 인해 주파수 응답을 계산할 때 계산량이 많게 된다. 본 연구에서는 실수정규모드를 이용해 주파수 응답을 매우 정확하게 계산하는 방법을 제안하였으며, 제안된 방법을 사용하여 응답의 PSD 와 자기상관함수를 간단하

고 매우 정확하게 구할 수 있었다. 이 방법은 비고전적 감쇠를 갖는 어떠한 정상 랜덤 진동계에도 적용 가능하다.

## 후 기

본 연구는 1996 년도 한국과학재단 특정기초 연구(과제번호 96-0200-07-01-3)의 지원을 받아 수행된 연구결과의 일부이며, 이에 관계자에게 감사드린다.

## 참고문헌

1. Soong, T. T., and Mircea Grigoriu, Random Vibration of Mechanical and Structural Systems, Prentice-Hall, 1993.
2. Newland, D. E., An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis, Longman Group, London, 1975.
3. Crandall, S. H., and Mark, W. D., Random Vibration in Mechanical Systems, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1963.
4. Caughey, T. K. and O'Kelly, M. E. J., 1965, "Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems," ASME J. Appl. Mech., Vol. 32, pp. 583-588.
5. Meirovitch, L., 1967, "Analytical Method in Vibrations," Macmillan, New York.
6. Foss, K. A., 1958, "Co-ordinates which Uncouple the Equations of Motion of Damped Linear Dynamic Systems," ASME J. Appl. Mech., Vol. 25, pp. 361-364.
7. Vigneron, F. R., 1986, "A Natural Modes Model and Identities for Damped Linear Structures," ASME J. Appl. Mech., Vol. 53, pp. 33-38.
8. Clough, R. W. and Mojtahedi, S., 1988, "Earthquake Response Analysis Considering Non-proportional Damping," Earthquake Eng. Struc. Dyn., Vol. 16, pp. 29-43.
9. Tsai, H. and Kelly, J. M., 1988, "Nonclassical Damping in Dynamic Analysis of Base-Isolated Structures with Internal Equipment," Earthquake Eng. Struc. Dyn., Vol. 16, pp.29-43.
10. Seireg, A. and Haward, L., 1967, "An Approximate Normal Mode Method for Damped Lumped Parameter Systems," ASME Journal of Engineering for Industry, PP. 597-604.
11. Hammill, W. J. and Andrew, C., 1971, "Receptance of Lumped Parameter System Containing Discrete Number of Sources," Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 13, pp. 296-301.