한국소성가공학회 '98춘계학술대회 논문집 pp.21~27

이방성 판재의 주름 발생 해석

손 영 진 , 박 기 철 , 김 영 석
경북대학교 기계공학과 대학원
포항 제철 기술 연구소 박판 연구팀
경북대학교 기계공학과

Analysis of wrinkling formation of anisotropic sheet metal

Young-Jin Son* , Kee-Cheul Park**,Young-Suk Kim***
*Graduate School, Kyungpook National University
**POSCO Technical Research Lab.
**Dept. of Mech. Eng., Kyungpook National University

Abstract

An analysis for the prediction of wrinkling formation in curved sheets during metal forming is presented. We construct "Wrinkling Limit Diagram"(WLD) which represent the combinations of the critical principal stresses for wrinkling formation in curved sheet elements subjected to biaxial plane stress. Here the scheme of plastic bifurcation theory for thin shells based on the Donnell-Mushtari-Vlasov shell theory is used.

In this study, the effects of the material variables (yield stress, plastic hardening coefficient, plastic anisotropic parameter, and so on) and sheet geometry on the critical conditions for wrinkling is carried out numerically.

Key words : wrinkling limit diagram, plastic bifurcation theory, normal anisotropy

1.서 론

여러 종류의 가공 조건하에서의 성형한계를 예측하는 일은, 소성 가공 이론 해석의 중요한 과제 중의 하나이다. 가공 불량이 되는 제 현상 중에서도 압축 응력장하에서 발생하는 좌굴 및 주름 그리고 인장 응력장에서 발생하는 넥킹은 그 대표적인 예이다. 특히 박판과 관을 소재로 하는 가공에 있어서는 이들이 사실상의 성형한계를 나타내는 경우가 많고, 그들의 발생을 예측하기 위해 수많은 연구가 진행되고 있다. Szacinski와 Thomson[1]이 디스크 주름 테스트와 YBT에서의 탄성과 소성 수직 이방성계수의 영향을, Neale[2-3]은 미소 곡면 요소에서 주름발생에 대한 등방성 재료물성값과 J_2D, J_2F의 영향을 밝혔고, Havranek[4]는 원형컵 가공시 벽면 주름발생 시점을 실험적으로 밝혔다. Tomita[5]는 YBT를 유한요소해석하여 이방성 계수와 재료물성이 주름발생과 성장에 미치는 영향을 규명하였다. 소성변형중에 발생하는 각종 소성불안정 해석에 기초가 되는 이론이 Hill[6-7]에 의해 전개, 정립된 소성불안정 및 분지이론이고, 최근에 김[8]은 Hill의 분지이론의 개념과 응용예를 해설하였다.

최근에 자동차 내외판넬을 비롯한 각종 판재가공부품의 소재두께는 점차 얇아지고, 강도가 증가하는 추세에서 주름 발생은 점

차 중요한 결함 요인이 되고 있다. 이들 주름은 때때로 아이어닝(ironing)으로 소거되기도 하나 주름이 발생하는 경우 외관상 결함은 무시할 수 없다.

본 연구에서는 판재 주름발생의 기본적인 특성들을 고려한 얇은 쉘에 대한 소성 좌굴 이론으로 해석하여 응력과 국부 형상에 따른 주름발생조건을 찾아보았고, Hosford의 이방성 항복함수를 이용하여 재료특성들이 주름발생에 미치는 영향을 규명하였다. 또한 일부 실험결과와 본 해석결과를 비교하여 본 해석의 타당성을 검토하였다.

2.이론 해석

일반적으로 판재의 가공면에 발생하는 주름은 좌굴의 한쪽 방향 파장이 매우 짧은 일종의 소성좌굴 현상이다. 복잡한 판재 가공에서 주름이 발생하는 경우 대개는 국부적인 부분에 한정되어 있으므로 주름발생해석은 국부면에 한정하였고 이에 따라 주름발생조건을 결정하였다.

가공을 받고 있는 판재요소에 대하여 Fig.1과 같은 형상과 응력상태를 가정한다. 주 곡률반경 R_1 과 R_2 와 판재두께 t 는 요소 내에서 일정하다고 본다. 또한 주름발생 전 응력상태 (σ_1, σ_2, τ) 는 주름발생조건을 찾기 위하여 설정한 국부요소 내에서 균일한 막응력 상태에 있다고 간주한다. 단파장 주름발생 모드는 진폭이 작아 Donnell-Mushtari-Vlasov (DMV)의 얇은 쉘이론으로 해석할 수 있는 점을 이용해서 단순화하였다. 좌굴이 발생하는 순간에 부가적인 신장증분($\dot{E}_{\alpha\beta}$)과 굽힘 변형률($\dot{K}_{\alpha\beta}$)이 판재요소에 생성된다. 이들은 다음 식과 같다.[2]

$$\dot{E}_{\alpha\beta}=\frac{1}{2}(\dot{U}_{\alpha,\beta}+\dot{U}_{\beta,\alpha})+b_{\alpha\beta}\dot{W}$$
$$\dot{K}_{\alpha\beta}=-\dot{W}_{,\alpha\beta} \quad (1)$$

여기서 $\dot{U}_\alpha$ $(\alpha,\beta=1,2)$ 는 주 곡률 반경 방향의 변위 증분이고, $\dot{W}$는 판재 중심면에 수직방향으로 생기는 증분 좌굴 변위량이다. $b_{\alpha\beta}$ 는 좌굴전 상태의 중립면 곡률텐서이며 콤마(,)는 중립면 좌표계에 대한 covariant 미분을 표시한다. 위의 증분 변형률로 좌굴이 발생하는 순간의 증분 응력 합력($\dot{N}^{\alpha\beta}$)과 증분 굽힘모멘트($\dot{M}^{\alpha\beta}$)를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{N}^{\alpha\beta}=t\,\overline{L}^{\alpha\beta\chi\gamma}\,\dot{E}_{\chi\gamma}$$
$$\dot{M}^{\alpha\beta}=\frac{t^3}{12}\,\overline{L}^{\alpha\beta\chi\gamma}\,\dot{K}_{\chi\gamma} \quad (2)$$

여기서, $\overline{L}$는 평면응력 상태에서 $\dot{\sigma}^{\alpha\beta}=\overline{L}^{\alpha\beta\chi\gamma}\,\dot{\varepsilon}_{\chi\gamma}$ 로 작용하는 계수이다. 이 계수는 좌굴전에 판재는 균일한 막응력 상태에 있다는 가정에 의하여 국부요소에서 균일한 값을 가진다.

좌굴발생에 대한 한계조건을 결정하기 위하여 다음과 같은 '좌굴범함수'를 고려하였다.

$$F(\dot{U}_\alpha,\dot{W})=\int_S[\dot{M}^{\alpha\beta}\dot{K}_{\alpha\beta}+\dot{N}^{\alpha\beta}\dot{E}_{\alpha\beta}+N^{\alpha\beta}\dot{W}_{,\alpha}\dot{W}_{,\beta}]dS \quad (3)$$

S는 주름이 발생하는 영역의 판재 중립면이다. 모든 가용변형장 $\dot{U}_\alpha$, $\dot{W}$에 대하여 $F>0$인 조건은 좌굴이 일어나지 않음을 의미한다. 역으로, 좌굴은 어떤 영이 아닌 변형장에서 $F=0$일 때 처음으로 가능하게 된다. 좌굴주름 발생이 Fig.2와 같은 단파장의 얇은 모드로 되는 것에 다음과 같은 변형장을 고려하였다.

$$\dot{W}= A t\cos\left[\frac{\lambda}{l}(X_1\cos\theta+X_2\sin\theta)\right]$$
$$\dot{U}_1 = B t\cos\left[\frac{\lambda}{l}(X_1\cos\theta+X_2\sin\theta)\right] \quad (4)$$
$$\dot{U}_2 = C t\cos\left[\frac{\lambda}{l}(X_1\cos\theta+X_2\sin\theta)\right]$$

여기서,

$$l=\sqrt{Rt} \quad (5)$$

위의 식(4)에서 A, B와 C는 상대적인 변위 진폭을 나타내는 상수이고 θ 는 Fig.2에서와 같이 주름이 발생하는 각이며 λ 는 무차원의 파동수 (wave number)이다. 주름의 파장은 Fig.2에서 L이며 다음과 같이 구해진다.

$$L=\frac{2\Pi l}{\lambda} \quad (6)$$

변형장 (4)를 좌굴 범함수 (3)에 대입하여 영역 S 에서 적분하면, (3)은 다음과 같이 된다.

$$F=\frac{1}{2}St\left(\frac{t}{l}\right)^2 \boldsymbol{u}^T\boldsymbol{M}\boldsymbol{u} \quad (7)$$

여기서 $\boldsymbol{u}=(A,B,C)$로 변위의 진폭 벡터이다.

발생모드가 식(4)와 같은 좌굴은 이에 따른 좌굴 범함수 $F=0$ 인 조건에서 발생가능하다. 식(7)에서 이 조건이 성립하려면 $\boldsymbol{M}$ 행렬값이 영이 되어야 한다. 이러한 조건을 구하여 단파장좌굴이 생기는 한계 응력상태인 $\sigma_1^{cr}, \sigma_2^{cr}, \tau^{cr}$ 를 결정하기 위해서는 특정한 비례하중에 대하여 $\boldsymbol{M}$ 의 행렬값을 식(4)의 파동모양에 대한 인자인 λ 와 θ 에 대하여 최소값을 영으로 하는 최소화 절차를 이용하였다. 이렇게 얻어진 응력과 λ 그리고 θ 는 주름발생조건과 형태를 말해 준다. 미지수는 응력 상태와 λ , θ 이다. 응력상태에 대해서는 특정한 비례 하중이 작용하는 경우를 가정하여서 푸는 방식을 취하면 미지수는 한개가 된다. 따라서 전체 미지수는 세 개이고 풀어야 하는 식은 다음과 같은 비선형 연립방정식이다.

$$D=det\boldsymbol{M}=0\ ,\quad \frac{\partial D}{\partial\lambda}=\frac{\partial D}{\partial\theta}=0 \quad (8)$$

식(8)은 Newton-Raphson 방법에 의해 수치적으로 풀 수가 있다.

3.구성 방정식

평면 등방성재료에 대한 Hosford의 항복함수는 다음과 같다.[9]

$$\left[\frac{1}{(1+\bar{R})}\{\sigma_1^a+\sigma_{II}^a+\bar{R}(\sigma_1-\sigma_{II})^a\}\right]^{1/a}=\bar{\sigma}=f \quad (9)$$

또는,

$$\left[\frac{1}{(1+\bar{R})}\{|K_1+K_2|^a+|K_1-K_2|^a+\bar{R}|2K_2|^a\}\right]^{1/a}=\bar{\sigma}=f \quad (10)$$

여기서 σ_1 , σ_{II}는 주응력이고, 이들은 σ_1, σ_2, τ와 다음의 관계가 있다.

$$K_1=\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2},\quad K_2=\sqrt{\left(\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\right)^2+\tau^2} \quad (11)$$

지수 a 는 bcc금속에 대해서는 6으로, fcc금속에 대해서는 8으로 알려져 있다. $\bar{\sigma}$ 는 유효응력이다. 수직이방성 재료에 대해 Hosford의 항복조건식은 a = 2의 경우는 Hill의 1948년 이방성 항복조건식이 되고 a가 커질수록 Tresca의 항복조건에 가까워지는 것을 나타낸다.

$\dot{\sigma}_{\alpha\beta}=\overline{L}_{\alpha\beta\chi\gamma}\dot{\varepsilon}^{\chi\gamma}$ 의 형태로 된 구성식을 J_2 유동이론(flow theory)을 이용해서 평면응력문제에 대한 $\overline{L}_{\alpha\beta\chi\gamma}$를 구해보면

$$\overline{L}_{\alpha\beta\chi\gamma}=L_{\alpha\beta\chi\gamma}-\frac{L_{\alpha\beta33}L_{33\chi\gamma}}{L_{3333}} \quad (12)$$

여기서

$$L_{ijkl}=L^e_{ijkl}-\frac{L^e_{ijrs}\frac{\partial f}{\partial\sigma_{rs}}\frac{\partial f}{\partial\sigma_{pq}}L^e_{pqkl}}{H'+\frac{\partial f}{\partial\sigma_{pq}}L^e_{pqrs}\frac{\partial f}{\partial\sigma_{rs}}} \quad (13)$$

L^e_{ijkl}는 탄성변형에 대한 강성계수행렬을

나타내고 H는 순간경화율이다. 판재 재료의 단축 인장 응력-변형률 관계는 아래와 같은 지수형태 경화식을 갖는 것으로 모델링하였다.

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_Y} = \begin{cases} \frac{E}{\sigma_Y}\bar{\varepsilon} & \bar{\sigma} \le \sigma_Y \\ \left(\frac{E}{\sigma_Y}\bar{\varepsilon}\right)^n & \bar{\sigma} > \sigma_Y \end{cases} \quad (14)$$

여기서 σ_Y는 항복응력, n은 가공 경화지수, E는 탄성계수, ν는 포와송 비이다.

4.해석 결과

수치해석에서 사용한 재료의 물성치는 Table.1에 나타내었다.

이하에서는 항복함수의 지수 a의 값, 가공경화지수, 이방성 계수, 항복 응력, 판재의 두께가 주름발생한계에 미치는 영향을 규명하였다. 또한 현재 자동차 내외판넬로 널리 사용되고 있는 세가지 재료에 대한 주름발생한계에 대해 검토하였다. 모든 해석에 있어서 $R_2/R_1=0.5$, $\nu=0.3$ 으로 하였다.

Fig.4는 항복함수의 지수 a의 값에 따른 주름발생한계를 나타낸다. 주응력비가 음의 값을 가지는 응력상태에서는 a 값에 관계없이 주름발생 경향이 비슷하나, 주응력비가 양의 값을 가지면 상당한 차이를 보였다. 이는 Hosford의 항복곡면이 a가 클수록 주응력비가 양인 영역에서 높은 응력하에서 발생하고 있는데 반해 주응력비가 음인 영역에서는 항복응력의 차이가 작은 것과 관련이 있는 것으로 생각된다. 한편 a 값이 커지면, 2축 인장/압축상태에서 항복곡면상에 코너가 존재하는 효과가 생기고, 이는 J_2변형 이론(deformation theory)을 적용한 경우와 같이 주름발생한계를 낮추는 결과를 준다.

가공경화지수 n값에 따른 주름발생한계를 Fig.5에 나타내었다. n값이 작은 경우가 모든 주응력비에서 작은 응력하에서 주름발생이 쉬움을 알 수 있다. 이는 분지해석에 의하면[8,10] 순간 경화율 H가 한계경화율과 같아지는 점에서 국부넥과 같은 소성불안정이 발생하기 시작하므로 n값이 작을수록 재료가 한계 경화율에 더 빨리 도달해 주름발생이 쉬워지는 것으로 생각할 수 있다.

Fig.6은 주름발생한계에 대한 항복응력 σ_Y의 영향을 나타낸 것이다. 항복응력이 높을수록 주름이 쉽게 발생함을 알 수 있다. Fig.7은 판재성형에서 중요한 직교이방성계수 $\bar{R}$의 주름발생한계에 미치는 영향을 나타낸다. 등방성 재료의 경우 ($\bar{R}=1$)와 이방성재료의 경우 ($\bar{R}=0.69$, 1.36, 2)의 해석을 비교한 결과, 주응력의 비가 양인 범위에서 $\bar{R}$가 클수록 주름발생이 억제되나, 주응력비가 음인 범위에서는 이와 반대 경향이 있음을 알 수 있다. 그러나 항복응력이나 가공경화지수의 영향과 비교하면 주름발생에 이방성계수의 영향이 그다지 나타나지 않음을 알 수 있다.

Fig.8은 주름발생한계에 대한 재료두께 t의 영향을 나타낸 것이다. 두께가 얇을수록 주름이 쉽게 발생됨을 알 수 있다. 즉, 곡률과 두께의 비가 쉘의 변형에 영향을 미치므로 같은 두께인 경우는 곡률 반경 R의 값이 클수록 주름이 쉽게 발생한다.

본 해석의 타당성을 검증하기 위한 실험데이타가 존재하지 않아 河合 望의 원형컵 성형실험[11]에서 얻은 몸체주름의 발생한계에 관한 자료를 이용하여 본 해석결과의 타당성을 검토하였다. 河合의 실험결과는 몸체주름 발생시의 한계펀치높이로 나타나

있어 본 해석결과와 비교를 위해 다음과 같이 원형컵 성형공정을 간단히 묘사하였다. 즉 Fig.3의 원형컵 딥드로잉 과정에서 플랜지부에서 평형조건은

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = -\frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) \qquad (15)$$

또한 비가공경화 재료와 플랜지부의 변형을 평면변형상태로 가정하면 Hosford의 항복조건은

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \left\{\left(\frac{1+\overline{R}}{2^{-a+1}+\overline{R}}\right)\overline{\sigma}^a\right\}^{\frac{1}{a}} \qquad (16)$$

식(16)을 (15)식에 대입해 풀면, 다이립부 ($r = r_2$)에서의 반경방향응력 σ_r과 원주방향응력 σ_θ은 각각

$$\sigma_r = \left\{\left(\frac{1+\overline{R}}{2^{-a+1}+\overline{R}}\right)\overline{\sigma}^a\right\}^{\frac{1}{a}} \ln\frac{r_0}{r_2} \qquad (17)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r - \left\{\left(\frac{1+\overline{R}}{2^{-a+1}+\overline{R}}\right)\overline{\sigma}^a\right\}^{\frac{1}{a}}$$

가 된다. 시편의 두께변화를 무시한 조건에서 높이 h인 컵의 벽을 형성하기 위해서 플랜지부에서 원형블랭크가 빨려 들어가야 할 외주반경 r_0를 구하면

$$r_0 \fallingdotseq \sqrt{-2r_2h + r_1^2} \qquad (18)$$

가 된다. 따라서 컵벽주름 발생시의 컵의 높이 h_{cr}를 알고 있으면 식(18),(17)로부터 r_0 , σ_r , σ_θ 가 근사적으로 구해진다. 이 실험에서 얻은 데이터와 본 수치해석의 결과를 Fig.9에 비교하였다. Fig.9로부터 본 해석결과는 河合의 실험결과와 같이 항복응력의 증가에 따라 주름발생시의 반경방향 인발응력이 증가하는 경향을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

Fig.10는 자동차용 내외판넬에 자주 사용되고 있는 세 재료[12]에 대해서 주름발생 경향을 나타낸 것이다. 그림으로부터 CHSP35E, DDQ, 5182-0 순으로 주름이 빨리 발생되고 있음을 알 수 있다. 이는 앞의 고찰들을 검토해보면 그 차이를 명확히 알 수 있다. 즉 CHSP35E재료는 항복응력이 크고 가공경화지수가 낮으므로 가장 빨리 주름이 생기게 된다.

또한 이상의 고찰로부터 현재 널리 사용되고 있는 자동차용 재료를 대상으로 할 경우 $n, \sigma_Y, \overline{R}$ 의 허용범위에 따른 주름발생한계의 변화는 적은 반면, 두께 t의 변화에 따른 주름발생한계의 변화는 훨씬 넓다는 것을 알 수 있다. 이는 자동차 패널의 프레스 공정에서 발생하는 주름제어를 위한 지침을 줄 것이다.

5. 결 론

이방성 판재를 Hosford의 항복식을 사용했을 때, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. Hosford의 항복조건식에서 a 의 값이 클수록 주름이 쉽게 발생한다.
2. 가공경화지수(n)가 낮을수록, 항복응력(σ_Y)이 높을수록, 두께(t)가 얇을수록 주름이 빨리 발생한다.
3. 주름발생의 제어를 위해서는 가공경화지수, 항복응력, 이방성계수보다 재료의 두께를 조정하는 것이 보다 효과적이다.
4. 검토한 세가지 대표적인 자동차용 강판재료중에서 CHSP35E, DDQ, 5182-0순으로 주름이 빨리 발생한다.

참고 문헌

(1)A.M.Szacinski and P.F.Thomson, J. Materials Proc. Tech., Vol.35, pp.213-226 (1992)

(2)K.W.Neale and P.Tubcu, Int.J.Mech. Sci., Vol.30, pp.1595-1608 (1989)

(3)H.Ameziane-Hassani and K.W.Neale,

J.Mech.Sci.,Vol.33,No.1,pp.13-30(1991)
(4)J.Havranek, J.Australian Ins.Metals, Vol.20, No.2, pp.114-119(1975)
(5)Y.Tomita and A.Shindo, Int.J.Mech. Sci., Vol.30,No.12, pp.921-931(1988)
(6)R.Hill, J.Mech.Phys.Solids, Vol.5, pp.153-161 (1957)
(7)R.Hill, J.Mech.Phys. Solids, Vol.6, pp.236-240 (1958)
(8)김영석, 자동차공학회,"소성 불안정과 분지해석의 개요(1)",Vol.20, No.1, pp.14-22 (1998)
(9)W.F.Hosford, 7th North Amer. Metal -working Res. Conf., pp191-196(1979)
(10)김영석, 소성역학-이론과 응용, 경북대기계공학부, (1997)
(11)河合 望, 塑性と加工,Vol.18, No.203, pp.1016-1026 (1977)
(12)김영석, 박기철, 대한기계학회논문집, 제20권, 제7호,pp2246-2256(1996)

Table.1 Mechanical properties of tested materials[12]

Mat.	t (mm)	E (GPa)	YS (MPa)	TS (MPa)	$\overline{R}$ 15%	n 10-20%
5182-0	0.88	66.1	137	280	0.69	0.29
DDQ	0.88	200	169	291	1.81	0.22
CHSP35E	0.88	200	220	372	1.36	0.19

5182-0 : Al-Mg Alloy

DDQ : Deep Drawing Quality of sheet

CHSP35E : Cold-rolled High Strength steel Plate

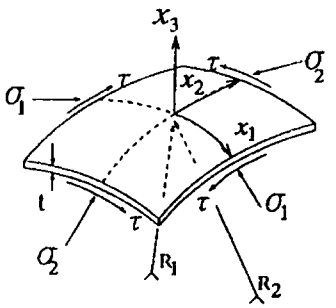

Fig.1 Geometry and loading of curved sheet element

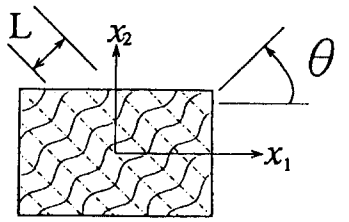

Fig.2 Short-wavelength wrinkling mode for sheet element

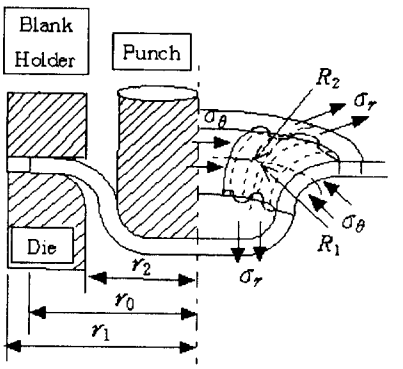

Fig.3 Scheme of geometric shape of deep-drawing process

r_1 = initial blank radius

r_0 = current blank radius

r_2 = radius at die lip

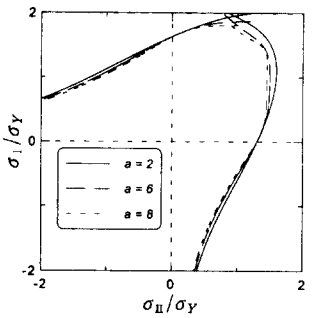

Fig.4 Critical stress state for various constant a

(t=0.88, $\overline{R}$=1.36, n=0.19, σ_Y=220)

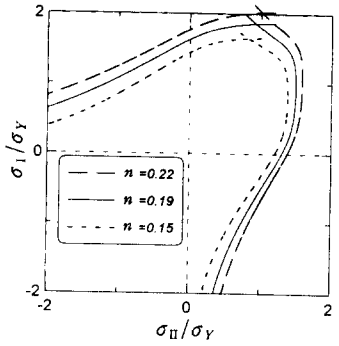

Fig.5 Critical stress state for various hardening n
(t=0.88, a=6, $\overline{R}$=1.36, σ_Y=220)

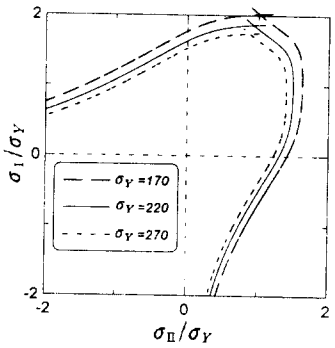

Fig.6 Critical stress state for various yield stress σ_Y
(t=0.88, a=6, $\overline{R}$=1.36, n=0.19)

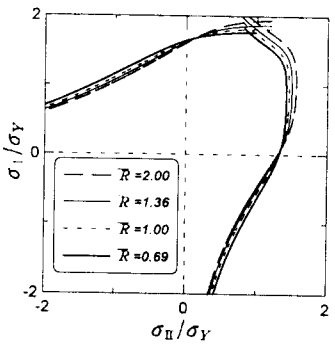

Fig.7 Critical stress state for various anisotrpic parameter $\overline{R}$
(t=0.88, a=6, n=0.19, σ_Y=220)

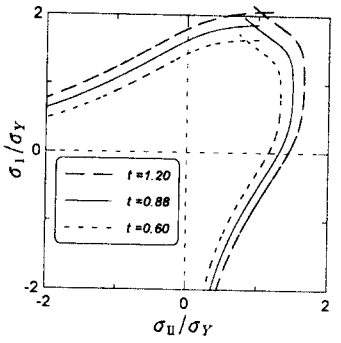

Fig.8 Critical stress state for various sheet thickness t
(a=6, $\overline{R}$=1.36, n=0.19, σ_Y=220)

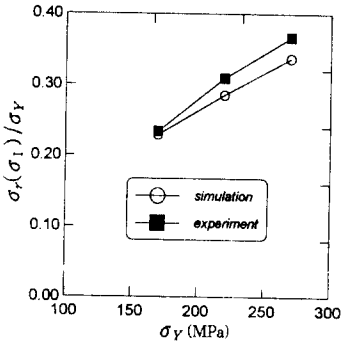

Fig.9 Comparison of critical drawing stress between simulation and experiment obtained from Ref.[11] where
$\overline{\sigma}=150+500\,\overline{\varepsilon}^{0.79}$, R_1=72.1, R_2=7.0, t=0.8

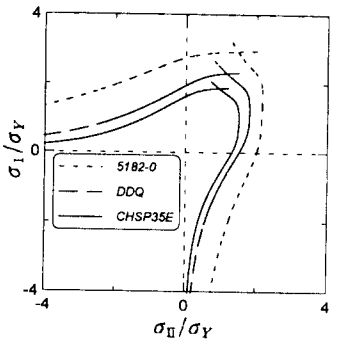

Fig.10 Critical stress state for various materials (t=0.88, a=6, $\overline{R}$=1.36)