

순간 동적 사용자 최적 통행배정모형을 이용한 교차로에서 좌회전 금지 효과분석

김점산(서울대 도시공학과 석사과정) · 이성모(공학박사, 서울대 도시공학과)

<제 목 차 례>

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 1. 서론 | 3. 적용모형의 구축 |
| 1.1 연구의 배경 | 3.1. 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형의 도입 |
| 1.2 연구의 목적 및 내용 | 3.2. 가로망 표현기법의 개발 |
| 2. 이론연구 | 4. 모형의 적용 및 결과해석 |
| 2.1. 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형 | 5. 결론 및 제언 |
| 2.2. 가로망의 표현 | |

<요 약>

좌회전 제어에는 크게 좌회전을 금지하는 적극적인 제어에서 좌회전 신호와 좌회전 차선의 디자인 및 차선 설정과 같은 비교적 소극적인 제어가 있다. 기존의 좌회전에 관한 많은 연구는 대부분 후자의 소극적인 제어를 통한 제어효과를 파악하는데 주로 관심을 두었다.

좌회전금지의 효과분석 방법론에는 크게 교차로 및 링크(Link)와 네트워크(Network)의 두가지 차원의 접근 방법이 있다.

교차로 및 링크(Link) 차원의 분석은 TRANSYT 7F, PASSER IV 등과 같은 가로망에서 신호시간을 최적화 하는 모형과 NETSIM, COSIM과 같이 조건에 따라 실제 차량의 행태를 모사하는 시뮬레이션 모형 등에서 좌회전 신호현시를 주거나, 주지 않음으로써 전후의 변화를 관찰, 분석에 이용할 수 있다. 그러나, 이러한 접근방법은 개별교차로에서 현시운영에 따른 효과를 분석하기에는 용이할 지 모르나, 좌회전 금지에 따라 전환된 교통량을 합리적으로 처리하는데 문제를 가지고 있다.

이에 반해, 네트워크(Network) 차원의 분석은 좌회전 금지에 따른 거시적 수요변화를 파악하여, 좌회전 금지에 따라 전환된 교통량을 합리적으로 수용 할 수 있으며, 교차로 및 링크(Link) 차원의 분석기법과의 결합을 통해 개별교차로에서 현시운영에 따른 효과도 어느 정도 예견할 수 있을 것으로 예상되지만, 이에 관련한 연구가 전무한 형편이다.

본 연구의 목적은 네트워크(Network) 차원에서 좌회전 금지에 따른 효과 분석 모형을 정립하고, 가상 네트워크에 적용 그 유효성을 검증하여, 지역 네트워크의 개별교차로에서 좌회전 금지의 도입에 대한 의사결정의 기준을 마련하는데 있으며, 이를 위한 구체적 연구 내용은 다음과 같다.

- 첫째, 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형의 구조 및 특성 파악.
- 둘째, 기존 가로망 표현기법의 구조 및 특성파악.
- 셋째, 좌회전 금지에 따른 효과 분석을 위한 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형의 구축
- 넷째, 좌회전 금지에 따른 효과 분석을 위한 가로망 표현기법의 개발
- 다섯째, 가상 네트워크에서 구축된 모형을 통한 교차로에서 좌회전 금지 효과분석

1. 서론

1.1 연구의 배경

좌회전 교통류는 다른 어떤 교통류에 비하여 큰 교통영향을 갖게 된다. 따라서 교차로에서 좌회전을 허용할지 여부는 깊이 있게 분석하여 결정되어야 할 사항이다. 그러나 일반적으로 교차로에서 직진 통행과 함께 좌회전은 항상 허용되어야 하는 교통류로 인식되고 있다.

이와 같은 발상은 도로가 교차하는 곳이 아니어도 좌회전을 허용하여 별도의 교차로를 형성하는

등 교통네트워크에 많은 결절점을 형성하고, 기존에 형성된 결절점에 대해서도 비효율화를 촉진하여 전체 교통시스템의 역할을 저하하는 요인으로 작용할 수 있다.

좌회전의 통행의 제어는 교차로의 효율적인 활용과 넓은 차원에서는 교통 네트워크의 효율적인 활용을 위해서는 필수적으로 검토되어야 할 사항이다. 좌회전 제어에는 크게 좌회전을 금지하는 적극적인 제어에서 좌회전 신호와 좌회전 차선의 디자인 및 차선 설정과 같은 비교적 소극적인 제어가 있다. 기존의 좌회전에 관한 많은 연구는 대부분 후자의 소극적인 제어를 통한 제어효과를 파악하는데 주로 관심을 두었다.

좌회전금지의 효과분석 방법론에는 크게 교차로 및 링크(Link)와 네트워크(Network)의 두가지 차원의 접근방법으로 대별할 수 있으며, 구체적으로 다음과 같은 특징을 가지고 있다.

교차로 및 링크(Link) 차원의 분석은 TRANSYT 7F, PASSER IV 등과 같은 가로망에서 신호시간을 최적화하는 모형과 NETSIM, COSIM과 같이 조건에 따라 실제 차량의 행태를 모사하는 시뮬레이션 모형 등에서 좌회전 신호현시를 주거나, 주지 않음으로써 전후의 변화를 관찰, 분석에 이용할 수 있다. 그러나, 이러한 접근방법은 개별교차로에서 현시운영에 따른 효과를 분석하기에는 용이할지 모르나, 좌회전 금지에 따라 전환된 교통량을 합리적으로 처리하는데 문제를 가지고 있다.

이에 반해, 네트워크(Network) 차원의 분석은 좌회전 금지에 따른 거시적 수요변화를 파악하여, 좌회전 금지에 따라 전환된 교통량을 합리적으로 수용 할 수 있으며, 교차로 및 링크(Link) 차원의 분석기법과의 결합을 통해 개별교차로에서 현시운영에 따른 효과도 어느 정도 예견할 수 있을 것으로 예상되지만, 이에 관련한 연구가 전무한 형편이다.

그러나, 최근 교통류와 차량의 미시적 행태를 기초로 한 동적 통행배정 모형분야의 획기적 발전으로 네트워크(Network) 차원의 분석을 통해 좌회전 금지에 따른 거시적 수요변화를 파악하여, 좌회전 금지에 따라 전환된 교통량을 합리적으로 수용, 그 효과를 파악하기 위한 돌파구가 마련되었다.

특히, Ran, Boyce 그리고 LeBlanc (1993)에 의해 개발된 교통량 전파 제약조건(flow propagation constraint)을 가진 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형(instantaneous DUO route choice model)은 이 분야의 가장 발전된 형태의 모형으로, 이미 “최적제어이론을 이용한 동적 통행배정 모형의 적용에 관한 연구(오세현, 1995)”에서 KOTI의 과부하 시 지체식을 적용한 순간 동적 통행배정모형을 구축, 사례연구를 통해 차량의 미시적 행태에 기초로 한 이 통행배정 모형 유효성을 검증한바 있다.

더불어, 가로망 분석에서 실제의 물리적 가로망을 표시함에 있어서, 분석에 적합하도록 Mid-Block 노드체계, SDI의 가로망 표현기법 등과 같은 분석 가로망 표현기법의 개발됨에 따라, 통행배정에 의해 각 링크별 교통량뿐만 아니라 회전 교통량까지 산정 할 수 있는 길을 열었다. 한 예로 최기주박사는 “U-TURN을 포함한 가로망 표현 및 최단경로 구현” 연구에서 U-TURN을 포함한 가로망 표현 및 알고리즘을 개발 TRANPLAN을 이용 최단경로 통행배정을 구현한 바 있다.

1.2. 연구의 목적 및 내용

본 연구의 목적은 네트워크(Network) 차원에서 좌회전 금지에 따른 효과 분석 모형을 정립하고, 가상 네트워크에 적용 그 유효성을 검증하여, 지역 네트워크의 개별교차로에서 좌회전 금지의 도입에 대한 의사결정의 기준을 마련키 위한 틀을 개발하는데 있으며, 이를 위한 구체적 연구 내용은 다음과 같다.

첫째, 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형의 구조 및 특성 파악.

둘째, 기존 가로망 표현기법의 구조 및 특성파악.

셋째, 좌회전 금지에 따른 효과 분석을 위한 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형의 구축

넷째, 좌회전 금지에 따른 효과 분석을 위한 가로망 표현기법의 개발

다섯째, 가상 네트워크를 통한 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형을 이용한 네트워크 내 개별

2. 이론연구

2.1. 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형

가. 사용자 최적

동적 통행배정모형에서는 하루하루의 통행 평형은 고려할 필요가 없으며, 그 대신 정확한 교통정보와 효과적인 교통제어를 통하여 통행자들의 교통 및 통행 행태를 최적으로 제어하고, 그에 따라 영향을 미칠 수 있어야 한다. 그러므로 동적 통행배정에서는 더 이상 사용자 평형(user equilibrium)이라는 말을 사용하지 않고 사용자 최적(user-optimal)이라는 말을 사용한다.

나. 순간 동적 통행선택

순간 동적 사용자 최적 통행선택은 다음과 같은 가정을 말한다. “각각의 운전자는 특정한 출발시간을 가지며, 현재 교통상황에 대한 완벽한 정보를 가지고 각 교차로마다 순간 순간 최상의 경로를 찾고자 한다.” 이러한 형태의 경로선택은 순간 통행시간(instantaneous travel time)의 최소화라고 정의할 수 있다.

다. 순간 동적 사용자 최적상태

동적모형에서 문제를 정식화하는 것은 각 통행자가 기점이나 중간 노드에서 목적지로 통행 시, 그의 순간 통행시간(instantaneous travel time)을 최소화하는 경로를 사용한다는 선택 영역에 기초한다. 이에 따라 전형적인 정적 사용자 평형 상태를 동적으로 일반화시키면 다음과 같다.

“링크 통행시간에 기초한 순간 동적 사용자 최적 상태: 만약 각 순간, 각 의사결정 노드(decision node)에서의 각 O/D쌍에 대해, 사용되고 있는 모든 경로에 대한 순간 통행시간이 최소 순간 경로 통행시간과 같다면 네트워크상의 동적 교통류는 링크 통행시간에 기초한 동적 사용자 최적 상태에 있다.”

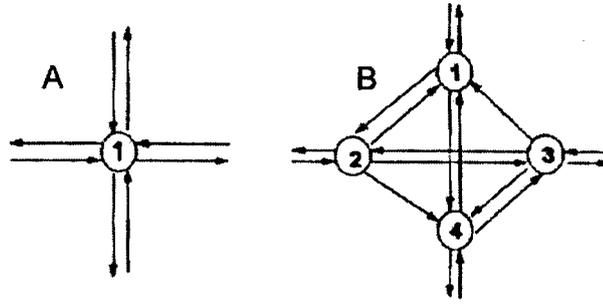
라. 동적 통행시간

도로교통정보체계(ATIS)에서는 통행자에게 필요한 두가지 정보, 즉 현재와 미래의 통행시간 정보가 있다. 현재의 통행시간 정보는 현재 상황에서의 순간적인 링크 통행시간으로 부터 얻어지며, 미래의 통행시간 정보는 링크 통행시간의 예측을 통해 구할 수 있다.

2.2. 가로망의 표현

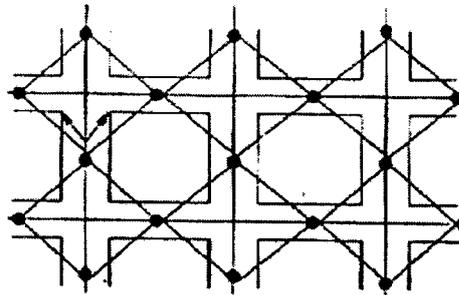
가로망은 여객과 화물이 운반되어지는 도로와 이들 도로간의 교차점(Intersection)으로 구성되어지는 교통체계의 3대 필수요건 중의 하나이다. 통행배정 또는 가로망 분석에서 이러한 실제의 물리적 가로망을 표시함에 있어서 여러 가지의 표현 양식이 가능하다. 실제의 가로망 표현방식은 결과의 요구수준 또는 계산상의 부담 등에 따르는 함수로 볼 수 있다.

실제 가로망은 <그림 2.1>의 A와 같이 교차로를 단일 노드로 처리하는 방안이 있을 수 있고 B와 같이 1개의 실제교차점을 4개의 노드로 분리하여 회전의 실제상황을 모델링 작업에 반영할 수도 있다.



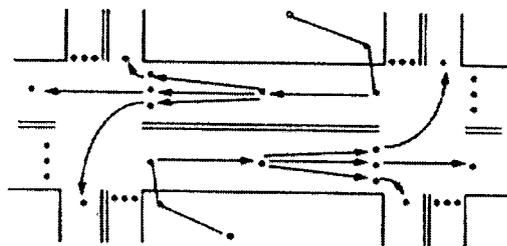
<그림 1> 그림 1의 가로망 표현

또 다른 방식의 가로망 표현은 몇몇 교통계획 모형에서 쓰이고 있는데 이는 블록의 중간 (Midblock)에 노드를 설정함으로써 <그림 1>에서 보듯이 교차로를 노드로 표현하는 방식과는 다소 차이가 있다. 이를 그림으로 도식화하면 <그림 2>과 같이 나타낼 수 있다. 이는 실제적으로 가로망에 노드나 링크의 수에 있어서의 이득이 없지만 회전교통량의 총량을 방향별로 간파하기 쉬운 장점이 있다.



<그림 2> Mid-Block 노드체계

속칭 SDI (Stochastic Dynamic Incremental) 모형로 알려진 교통계획모형에서는 구체적인 링크 인식을 위해서 노드체계를 개발하였는데 <그림 3>에 나타난 바와 같이 교차로에서 각 접근로의 우측에 노드를 3개씩 부여하여 방향별 이동을 파악할 수 있게 하였고 이는 <그림 2>의 기본적 미드블럭 노드체계위주의 가로망표현에 보다 정밀한 방향성을 부여한 것이라고 볼 수 있다. 그러나 노드 및 링크의 수가 어떤 면에서는 불필요하게 증가하는 단점이 있다.



<그림 3> SDI모형의 가로망 표현

최근에는 지리정보체계(GIS: Geographic Information System)에서도 가로망 분석이 들어오면서 점, 선, 면으로 이루어지는 GIS구성요소에서 상호간의 관계를 나타내 주는 위상관계가 가로망 모델에서도 기본적으로 반영되어지고 있다.

3. 적용모형의 구축

3.1. 순간 동적 사용자 최적 통행배정모형의 도입

동적 통행배정에서의 중요한 문제점은 전통적인 BPR 유형의 식(교통량-지체 함수)이 시간에 따라 변하는 교통 네트워크에 이용될 수 없다는 것이다. 즉, BPR 유형의 함수는 교통류를 정적 상태로

가정하고 있으며, 이러한 가정은 시간에 따라 교통량이 변하는 교통 네트워크에서는 타당하지 않다. 따라서 동적 통행배정모형을 위해 시간에 따라 변하는 링크 통행시간 함수를 개발하는 것은 매우 중요하다.

가. 링크 순행시간의 도출

순행속도는 대상 네트워크의 도로 여건과 지역 여건에 따라 좌우된다는 것을 의미한다. 따라서 순행속도에 의한 링크 통행시간은 다음과 같이 간략히 나타낼 수 있다.

$$g_{1a}(k) = 3600 \frac{l_a}{w_a} \quad \text{<식 3.1>}$$

여기서, \bar{w}_a 는 도로여건과 지역여건에 따른 순행속도를 나타낸다.

나. 교차로 지체시간의 도출

본 연구에서는 "ATIS 적용을 위한 동적 통행모형의 응용에 관한 연구(전경수, 이성모, 1998년)"에서 순간 동적 사용자 최적 통행배정 모형과 결합, 시간에 따라 변하는 교통 상황을 가장 적절히 묘사할 수 있는 교차로 지체 시간로 제시한 다음과 같은 식과 같다.

$$\begin{aligned} g_{2a} &= g_{2a_1}(k) + g_{2a_2}(k) \\ &= 32 + 1.13 \times A [1 + (\lambda \rho(k)) + (\lambda \rho(k))^2 + (\lambda \rho(k))^3 + (\lambda \rho(k))^4] + \\ &\quad 900 \Delta k (\rho_a(k))^2 [(\rho_a(k) - 1) + \sqrt{(\rho_a(k))^2 + \frac{4\rho_a(k)}{Q_a \Delta k}}] \end{aligned} \quad \text{<식 3.2>}$$

여기서 $g_{2a_1}(k)$ 는 균일지체(uniform delay)이며, $g_{2a_2}(k)$ 는 특정한 통행기간동안 도착한 차량에 의해 경험되는 과포화 지체와 임의(random)도착의 효과를 포함하는 과부하지체(overflow delay)로 다음의 식으로 표현 할 수 있다.

다. 링크 통행시간 함수의 도출

본 연구에서 적용할 링크 통행시간함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} c_a(k) &= g_{1a}(k) + g_{2a_1}(k) + g_{2a_2}(k) = 3600 \frac{l_a}{w_a} + \\ &\quad 32 + 1.13 \times A [1 + (\lambda \rho(k)) + (\lambda \rho(k))^2 + (\lambda \rho(k))^3 + (\lambda \rho(k))^4] + \\ &\quad 900 \Delta k (\rho_a(k))^2 [(\rho_a(k) - 1) + \sqrt{(\rho_a(k))^2 + \frac{4\rho_a(k)}{Q_a \Delta k}}] \end{aligned} \quad \text{<식 3.3>}$$

여기서, $\rho_a(k) = \frac{v_a(k)}{Q_a}$

라. 적용모형의 구축

도출된 링크통행시간 함수 $c_a(k)$ 는 $v(k)$ 만의 함수이다. 따라서 이산시간으로 분리된 목적함수와 비선형(NLP)프로그램은 다음과 같이 정식화될 수 있다.

$$\min Z = \sum_{k=0}^K \sum_a \int_0^{v_a(k)} c_a(\omega) d\omega \quad \text{<식 3.11>}$$

s.t

$$x_{ap}^{ij}(k+1) = x_{ap}^{ij}(k) + u_{ap}^{ij}(k) - v_{ap}^{ij}(k) \quad \forall a, p, i, j, k = 1, \dots, K \quad \text{<식 3.12>}$$

$$E^{ij}(k+1) = E^{ij}(k) + \sum_{a \in B(j)} \sum_p v_{ap}^{ij}(k) \quad \forall i, j \neq i, k = 1, \dots, K \quad \text{<식 3.13>}$$

$$\sum_{a \in A(i)} \sum_p u_{ap}^{ij}(k) = f^{ij}(k) \quad \forall i \neq j, k = 1, \dots, K \quad \text{<식 3.14>}$$

$$\sum_{a \in B(n)} v_{ap}^{ij}(k) - \sum_{a \in A(n)} u_{ap}^{ij}(k) = 0 \quad \forall n, p, i, j, k = 1, \dots, K \quad \text{<식 3.15>}$$

$$x_{ap}^{ij}(k) = \sum_{b \in B} \{x_{bp}^{ij}[k + \tau_a] - x_{ap}^{ij}(k)\} + \{E_p^{ij}[k + \tau_a(k)] - E_p^{ij}(k)\}$$

$$\forall a \in B(n); n \neq i, p, i, j, k = 1, \dots, K \quad \text{<식 3.16>}$$

$$x_{ap}^{ij}(k+1) \geq 0, u_{ap}^{ij}(k) \geq 0, v_{ap}^{ij}(k) \geq 0 \quad \forall a, p, i, j, k = 1, \dots, K \quad \text{<식 3.17>}$$

$$E_p^{ij}(k+1) \geq 0, \quad \forall p, i, j, k = 1, \dots, K \quad \text{<식 3.18>}$$

$$E_p^{ij}(1) = 0, \quad \forall p, i, j \quad \text{<식 3.19>}$$

$$x_{ap}^{ij}(1) = 0, \quad \forall a, p, i, j \quad \text{<식 3.20>}$$

3.2. 가로망 표현기법의 개발

전 절에서 구축한 순간 동적 사용자 최적 통행배정 모형은 기존의 정적인 모형에 비해 시간에 따라 변하는 교통 상황을 가장 적절히 모사 한다고 보여진다. 그러나, 이 모형은 개별교차로에서 유효 녹색시간을 교통상황에 따라 방향별 현시(좌회전, 직진) 역시 동적으로 변화된다는 가정을 하고 있다.

다시 말해, 배정된 개별 교차로의 좌회전이 직진보다 많을 경우, 좌회전 현시는 그 비율에 따라 늘어 나게 되는 것이다. 이와 같은 가정은, 일반적으로 고정된 방향별 현시길이를 가지고 있는 도시 가로체계 내에서의 좌회전 현시길이 조정, 좌회전 금지 등의 좌회전 제어와 좌회전 차선수 선정 등의 도로운영의 변화에 따른 효과를 분석하기 어렵다.

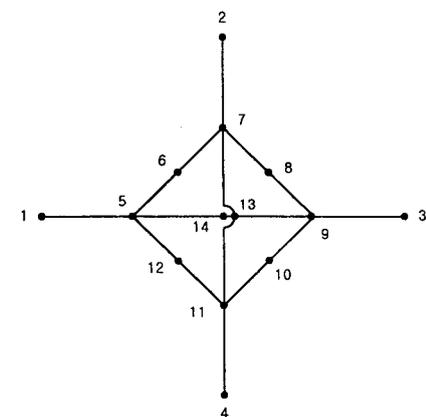
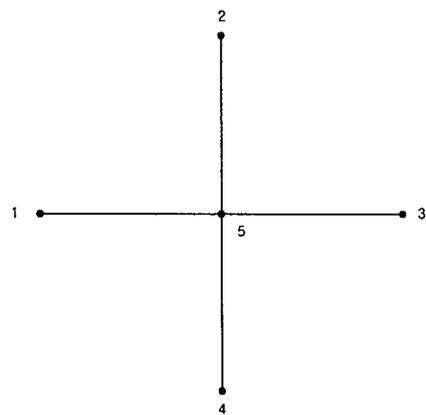
따라서 실제 가로망 형태를 분석에 적합한 분석 가로망 형태로 변환하여야 한다. 이러한 과정을 통하여, 고정된 방향별 현시길이 혹은 좌회전 금지를 고려한 순간 동적 사용자 최적 통행배정 모형에 따른 개별 교차로별 회전 교통량의 산정이 가능하다. 다시 말해, Mid-Block 노드체계를 이용한 네트워크 내 개별교차로에서 좌회전 금지 효과분석이 가능한 것이다.

본 연구에서는 분석 가로망 표현방법으로 가로망에 노드나 링크의 수에 있어서의 이득이 없지만 회전교통량의 총량을 방향별로 간파하기 쉬운 장점이 있는 Mid-Block 노드체계를 기초로 하여, 순간 동적 사용자 최적 통행배정 모형에 적합한 다음과 같은 기법을 개발하였다.

실제 가로망의 표현에 따른 교차로구조는 <그림 4>의 윗 그림과 같고, 링크 특성 입력값은 <표 1>과 같으며, 실제 교통량이 순간 동적 사용자 최적 통행배정 모형을 통해 개별 교차로별 회전 교통량의 산정하기 위한 분석 가로망로 변환되었을 때, 교차로구조는 <그림 4>의 아래 그림과 같고, 링크 특성 입력값은 <표 2>와 같이 달라진다.

<표 1> 실제 가로망의 표현에 따른 링크 특성 입력값

from node	to node	링크길이 (Km)	신호주기 (초)	유효녹색시간 (초)	차선수	포화교통류율 (대/시)
1	5	0.30	130	70	4	2000
2	5	0.20	130	50	3	2000
3	5	0.30	130	70	4	2000
4	5	0.20	130	50	3	2000
5	1	0.30	130	130	4	2000
5	2	0.20	130	130	3	2000
5	3	0.30	130	130	4	2000
5	4	0.20	130	130	3	2000



<그림 4> 실제 가로망과 분석가로망의 비교

<표 1> 실제 가로망의 표현에 따른 링크 특성 입력값

from node	to node	링크길이	신호주기	유효녹색시간	차선수	포화교통류율
1	5	0.15	130	130	4	2000
2	7	0.10	130	130	3	2000
3	9	0.15	130	130	4	2000
4	11	0.10	130	130	3	2000
5	1	0.15	130	130	4	2000
5	6	0.15	130	15	4	2000
5	12	0.15	130	Undefined	4	2000
5	14	0.15	130	55	4	2000
6	5	0.15	130	130	3	2000
6	7	0.10	130	130	3	2000
7	2	0.10	130	130	3	2000
7	6	0.10	130	Undefined	3	2000
7	8	0.10	130	10	3	2000
7	13	0.10	130	40	3	2000
8	7	0.10	130	130	3	2000
8	9	0.15	130	130	4	2000
9	3	0.15	130	130	4	2000
9	8	0.15	130	Undefined	4	2000
9	10	0.15	130	15	4	2000
9	14	0.15	130	55	4	2000
10	9	0.15	130	130	4	2000
10	11	0.10	130	130	3	2000
11	4	0.10	130	130	3	2000
11	10	0.10	130	Undefined	3	2000
11	12	0.10	130	10	3	2000
11	13	0.10	130	40	3	2000
12	5	0.15	130	130	4	2000
12	11	0.10	130	130	3	2000
13	7	0.10	130	130	3	2000
13	11	0.10	130	130	3	2000
14	5	0.15	130	130	4	2000
14	9	0.15	130	130	4	2000

<참고 문헌>

국내

1. 오세현, "최적제어이론을 이용한 동적 통행배정모형의 적용에 관한 연구", 서울대 박사학위논문, 1995. 8.
2. 전경수, 이성모, "TIS 적용을위한 동적 통행모형의 응용에 관한 연구", ITS국제 학술대회, 1998. 10.
5. 최기주, 'U-TURN을 포함한 가로망 표현 및 최단경로의 구현', 대한교통학회지, 제 13권 제 3호, 1995.

국외

1. Akcelik R., "The Highway Capacity Manual Formula for Signalized Intersections," ITE Journal, 58(1988), pp. 23-27.
2. Boyce D.E., Ran B. and LeBlanc L.J., "Dynamic User-Optimal Traffic Assignment: A New Model and Solution Techniques," Presented at First Triennial Symposium on Transportation Analysis(Montreal, Canada., 1991).
3. Friesz T.L., Luque F.J., Tobin R.L. and Wie B.-W., "Dynamic Network Traffic Assignment Considered as a Continuous Time Optimal Control Problem," Operations Research, 37(1989), pp. 893-901.
4. Hurdle V.F., "Signalized Intersection Delay Models - A Primer for the Uninitiated," Transportatin Research Record, 971(1984), pp. 96-105.
5. Janson B.N., "Dynamic Traffic Assignment for Urban Road Networks," Transportation Research, 25B(1991), pp. 143-161.
6. Kirk D.E., Optimal Control Theory: An Introduction(Englewood Cliffs, NJ. : Prentice-Hall, 1970).
7. McShane W.R. and Roess R.P., Traffic Engineering(Englewood Cliffs, NJ. : Prentice Hall, 1990).
8. Mahmassani H.S. and Chang G.L., "On Boundedly Rational User Equilibrium in Transportation Systems," Transportation Science, 21(1987), pp. 89-99.