

원심팬 음원 및 방사 음향장 해석

°전완호*, 이덕주**

An Analysis of the acoustic source and radiation acoustic field of centrifugal fans

Wan-Ho Jeon*, Duck-Joo Lee**

Abstract

The objective of this study is to understand the generation mechanism of sound and to develop a prediction method for the unsteady flow field and the acoustic pressure field of a centrifugal fan. Lowson's method is used to predict the acoustic pressure in a free field. A DVM(discrete vortex method) is used to model the centrifugal fan and to calculate the flow field. In order to compare the experimental data, a centrifugal fan and wedge introduced by Weidemann are used in the numerical calculation and the results are compared with the experimental data.

1. 서론

유체기계에 많이 사용되는 원심팬의 경우, 사용 에너지와 임펠러의 회전 각속도가 증가할수록 소음문제가 심각해지고 있다. 그래서 60년대 초부터 원심팬 소음을 해석하고, 소음원을 규명하려는 연구가 있었다. 그러나, 이러한 연구는 축류팬의 경우처럼 체계적이고 광범위하게 이루어지지 못했다. 결과적으로 항공기 엔진에 주로 사용되어 사용 초기부터 소음이 주요 관심사였던 축류팬은 소음원과 해석기법이 거의 정립되어 있으나, 원심팬은 일련의 단절적인 연구만 이루어졌고 체계적인 소음원 확립이나 해석기법이 정립되지 못했다. 물론 원심팬이 축류팬에 비해서 구조가 복잡하고,

유동을 해석하는 기법이 아직 저조한 것도 원심팬 소음에 관한 연구가 부진한 이유가 된다. 그래서 본 논문에서는 원심팬의 소음 해석 기법을 개발하고, 그것을 자유공간에서 웨지와 상호작용하면서 작동하는 임펠러의 소음 실험치와 비교한다.

원심팬 소음에 관한 연구는 주로 소음 저감 방법과 실험 해석 기법의 개발에 중점을 두고 이루어 졌다.[1-6] 이러한 방법은 소음 저감 기술만 증가 시켰을 뿐, 소음원이나 소음 발생 기구에 대한 아무런 정보도 주지 못했다. 원심팬 소음의 실험적 해석방법에 대한 연구는 Madison에 의해 1949년 시작되었다.[7] 그 이후 Maling이 1963년 Buckingham PI 법칙에 의해 앞쪽 굽음깃(forward curved blade)을 가진 원심송풍기의 광역소음에 대

* 한국과학기술원 항공우주공학과 박사과정

** 한국과학기술원 항공우주공학과 교수

한 차원해석을 수행하여 간단한 식을 만들었다.[8] Chanaud는 앞쪽굽음기 원심팬에 대한 실험에서 팬소음은 이극특성을 가진다고 결론내렸다.[9] 좀 더 광범위한 상사성에 대한 연구는 Weidemann에 의한 연구에서 시작되었다.[10] Weidemann은 소음 신호를 여러 무차원 변수를 지닌 함수의 곱으로 표시하면서 원심팬의 소음발생에 관여하는 함수와 방사에 관여하는 함수를 분리했다. 1975년에 Neise가 Weidemann의 결과를 이용하여 날개통과주파수 (blade passage frequency)와 그 조화주파수에 적용하여 상사법칙을 확인했다.[7] 또한 1982년에는 광역 소음에 적용하였다.[11] 그 후 회전실속(rotating stall)과 광역소음에 대한 연구가 상사법칙을 이용하여 계속 진행 중에 있다.[12-14]

원심팬의 음향장을 수치적으로 예측하는 것은 고차의 Navier-Stocks 방정식을 푸는 CAA (Computational AeroAcoustics)의 방법과 음향학적 analogy를 이용하여 유동장의 자료로 음향 방정식을 푸는 두 가지 방법이 있다. 그러나, NS 방정식을 이용한 방법은 대칭 흐름인 임펠러에만 적용되었고, 아직 비대칭 원심팬의 비정상 유동을 해석하기엔 많은 어려움이 따른다. 따라서, 본 연구는 유동장을 간단히 해석해서 소음 계산에 필요한 힘의 변화를 계산한 후 음향 analogy를 이용하여 음향장을 계산하는 방법을 이용한다. 즉, 유동장은 비정상 유동 계산에 많이 사용된 이산와류법을 이용하여 계산하고, 유동장에서 구한 임펠러 깃의 힘(압력)으로 임펠러 깃에서 비정상 압력의 교란에 의한 소음을 예측한다. 이것을 위해서 매시간 임펠러 깃의 각 요소에서 힘을 구하고, 움직이는 점 힘에 의한 먼 거리(far field) 음향장을 Lowson의 방법으로 예측한다. Lowson의 방법은 무한경계에서 이극이 움직이는 경우의 음향장을 예측하는 방법이므로 산란이나 회절의 효과는 고려되지 않으나 소음원의 규명이나 음압의 예측에는 쉽게 적용될 수 있다.[15] 웨지에 의한 산란이나 회절 반

사에 의한 효과를 고려하기 위해서 음향장 해석에 많이 사용되는 경계요소법을 도입하여 원심팬 음원에 의한 음향장 해석을 수행한다. 본 논문에서는 위 방법으로 Weidemann의 원심팬에 대한 유동 해석과 음향예측을 수행한 후 실험결과와 수치 계산 결과를 비교한다.

2. 본론

2-1. 연구에 사용된 무차원 변수

제일 중요한 변수로는 소음의 발생과 관련된 스트라울 수(St : Strouhal number)이다. 스트라울 수는 유동소음의 연구에서 주로 많이 사용되는 무차원수로 다음과 같이 정의된다.

$$St = \frac{\pi f D}{Z U} = \frac{f \hat{D}}{U} \quad (1)$$

여기서, D는 물체의 특성길이를 나타내고, U는 유동속도 그리고 Z는 임펠러 깃의 개수이다. 이 변수는 주파수를 무차원화 한 것으로 유동이 있는 실린더에서 발생하는 소리를 무차원화하는데 쓰인다. 위 정의에서는 특성길이를 $\hat{D}(=\pi D/Z)$ 로 나타낸 것으로 날개통과주파수인 경우 1 값을 갖도록 바꾼 것이다. 즉, St 수가 1 이면 날개통과주파수이고, 2 이면 그 첫번째 하모닉 주파수를 나타낸다.

다음으로는 소음의 발생과는 상관없이 오직 소음의 방향성과 물체에 의한 공명에 관계되는 변수를 살펴보자. 이 변수는 헬름홀츠 공명기의 공명주파수를 무차원화하면서 나온 변수로 헬름홀츠 수(He : Helmholtz number)라고 하고 다음과 같이 정의한다.

$$He = \frac{D}{\lambda} = \frac{f D}{c} = \frac{Z}{\pi} Ma \cdot St \quad (2)$$

이 변수 역시 주파수를 무차원 한 것이나, 물체의 운동과 관련된 변수는 고려되지 않았다. 즉 이 변수와 관련 있는 항은 물체의 길이와 파장만 관련 있는 것으로 주로 소음의 방향성이나 물

체에 의한 공명 등의 현상과 관련이 있다.

2-2. 원심팬 소음의 상사법칙

넓은 범위의 임펠러 크기에 따른 측정을 바탕으로 한 상사성에 대한 연구가 1970년 Weidemann에 의해서 이루어졌다.[10] Weidemann은 케이싱이 없는 뒤쪽 굽은깃(backward curved blade)을 가진 임펠러를 자유공간에서 실험하였다. 또한, 토온소음을 발생시키기 위하여 사각형 웨지를 사용했다. Weidemann에 의해 도출된 음압과 무차원 변수간의 관계는 다음과 같다.

$$K = F(Ma, Re, St, x_i / D, \varphi) \quad (3)$$

where $K_d = \frac{\Delta \tilde{P}}{P_0}$

여기서 $\Delta \tilde{P}$ 는 측정된 음압의 rms (root mean square) 값이고, P_0 는 기준 압력이다. 위 공식의 우측 항은 아래와 같이 된다.

$$K = Ma^\alpha Re^\beta F(St)G(He) \quad (4)$$

위 공식에 있는 무차원 변수는 아래와 같이 정의된다.

$$Re = \frac{UD}{\nu}, Ma = \frac{U}{c}, St = \frac{fD}{U}, He = \frac{D}{\lambda} \quad (5)$$

여기에서, ν 와 λ 는 동점성 계수와 음파의 파장을 나타내고, Z 는 깃의 개수를 나타낸다. 또, St 는 스트라얼 수(Strouhal number)로서 값이 1인 것은 날개통과 주파수를 나타내고, He 는 헬름홀츠 수(Helmholtz number)로서 임펠러 직경과 방사되는 파장의 비이다. 스트라얼 수는 음원과 관련 있고, 헬름홀츠 수는 U 가 없으므로 오직 음압의 방사에만 기여하는 변수이다. 위식의 첫 두 항은 끝전 속도(tip mach number)와 점성효과 그리고 임펠러 직경의 효과 등을 나타낸다. 그리고, $F(St)$ 은 생성된 소리의 spectral 분포를 나타내고, $G(He)$ 는 형상에 관계된 변수이다. 즉, 첫 세 항이 소리의 생성에 관련된 항이고 나머지 항이 소리의 방사특성, 공명, 산란 등과 관계 있는 항이다.

Weidemann의 실험결과는 토온소음에 대하여 $\alpha_d = 2.6$, $\beta_d = 0.2$ 이고, 광역소음에 대하여 $\alpha_r = 2.6$, $\beta_r = 0.0$ 이다. 토온소음의 경우 방사되는 음향파위는 다음과 같다.

$$W \sim U^{5.6} D^{2.4} \quad (6)$$

이러한 Weidemann 공식의 장점은 팬소음을 소음발생에 관한 항과 소음방사에 관한 항으로 나누어서 생각하는 것이다. 그러므로 본 연구에서는 실험에 의한 소음 발생 함수인 $F(St)$ 를 수치 기법에서 구한 $F(St)$ 와 비교하여서 본 기법이 원심팬의 소음 발생에 관련된 함수를 잘 예측함을 검증했다.

2-3. 원심팬의 유동장 해석

본 논문의 유동장 해석에 사용된 방법은 이산와류법으로 비정상 상태의 유동장을 해석하는데 많이 사용되는 방법이고, 원심팬의 경우 유동장 해석에 계속 사용되고 있는 방법이다.[15,16,17] 원심팬은 그림 1과 같이 임펠러에 사각형 웨지가 있는 Weidemann이 실험한 형상이다. 원심팬의 직경은 0.28(m), 내경은 0.112(m)이고 입구각과 출구각은 23.4°와 33.5°이다. 임펠러와 웨지의 간격은 0.0028(m)이다. 임펠러는 같은 유량계수(flow coefficient)에서 작동하며, 유량계수는 다음과 같다.

$$\varphi = \frac{Q}{\pi D b V_{ip}} \approx 0.14 \quad (7)$$

흐름은 이차원, 비정상, 비점성 흐름으로 가정한다. 임펠러의 각 깃은 이산와류로 모사하고, 임펠러는 일정한 회전 각속도로 회전하며, 매 시간 임펠러의 깃 끝전에서 후류 와류가 흘러져서 이동한다. 웨지는 용출패널(source panel)로 모사한다. 위의 가정과 모델을 이용하여 계산한다.[15]

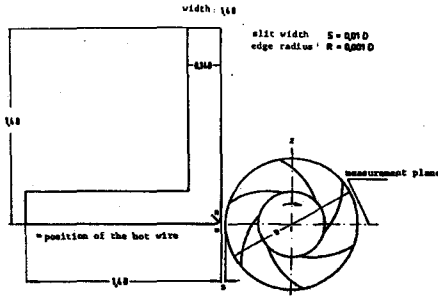


Fig. 1 Dimensions of the impeller and wedge.[10]

구속와류와 후류 와류의 크기 그리고 용출 패널의 세기는 모든 요소의 제어점 \vec{x}_{cj} ($j=1, \dots, nc$) 에서 그 점에 수직한 상대속도가 영이라는 경계조건과 total circulation이 보존되어야 한다는 Kelvin조건에 의해서 구해진다.[15]

여기서 구해진 후류 와류는 매 시간 흘러지고, 그 점에서의 유도속도에 의해서 이동한다. 후류 와류의 이동에 사용한 방법은 2차의 Runge-Kutta 방법이다. 또한 매시간 음향장 계산에 필요한 깃의 힘을 비정상 베르누이 공식에 의해서 계산한다.[15]

$$F_{nj} = \rho \left\{ \vec{u}(\vec{x}_c) \cdot \vec{\tau} \frac{\Gamma_{bj}}{\Delta s_j} + \frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=1}^l \Gamma_{bk} \right\} \Delta s_j \quad (8)$$

여기서, $\vec{\tau}_j$ 는 j 번째 요소의 접선벡터를 나타내고, Δs_j 는 j 번째 요소의 길이를 나타낸다.

2-4. 원심팬의 음향장 계산

본 논문에서 계산하는 음향장은 임펠러가 회전하면서 웨지와 상호 작용하여 발생하는 비정상 힘의 교란에 의한 소음이다. 특히 사용된 형상과 같이 임펠러와 웨지가 가까이 있는 경우는 토음소음이 우세하고, 비정상 힘의 교란만으로 충분

히 예측이 가능하다. 그래서 힘의 교란에 의한 이극소음이 우세하다는 가정하에 Lowson의 움직이는 점 힘(point force)에 의한 음향장을 예측하는 식을 이용한다. 이 식은 다음과 같다.[15,18]

$$\rho - \rho_0 = \left[\frac{x_i - y_i}{4\pi a_0^3 r^2 (1 - M_r)} \left\{ \frac{\partial F_i}{\partial t} + \frac{F_i}{1 - M_r} \frac{\partial M_r}{\partial t} \right\} \right] \quad (9)$$

식에서 첫 항은 힘의 비정상 변화에 의한 음압을 나타내고, 두 번째 항은 가속도(회전)에 의한 음압을 나타낸다. 여기서 a_0 는 음속(speed of sound)을 나타내고, F_i 는 힘을 r 은 관찰자와 음원 간의 거리를 나타낸다. 또, x 는 관찰자의 위치를 y 는 음원의 위치를 낸다.[18]

식 (9)은 한 점원이 움직이는 경우의 음향장이다. 본 연구에서는 임펠러의 깃을 작은 요소로 나누고 각 요소에서의 힘을 점 힘으로 계산하였으므로 식(9)를 전체 임펠러 요소에 대하여 중첩하면 임펠러의 회전에 의한 음향장을 계산할 수 있다. 또한 이 식은 자유공간이라는 가정하에 소음원의 방사를 예측하는 식으로 물체가 있는 경우 물체와의 상호작용에 의한 방사효과는 해석할 수 없다.

원심팬에 의한 음향장 계산을 위한 경계요소법은 일반적으로 많이 사용되는 직접 경계요소법을 이용했다.(식 (10))

$$C(P)\phi(P) = \int_S \left[\phi(Q) \frac{\partial G}{\partial n}(P, Q) - \frac{\partial \phi}{\partial n} G(P, Q) \right] dS(Q) \quad (10) \\ + \int_{Q_\infty} Q_\infty G(P, X_\infty) dv$$

여기서 Q_∞ 는 음원으로 원심팬에 의한 음원을 나타낸다.

3. 계산 결과

3-1. 원심팬의 유동장 해석

계산은 Weidemann 이 실험한 형상(그림 1)에

대하여 수행하였으며, 임펠러의 직경은 0.28(m)이고, 회전 각속도는 1200 rpm 에서 4100 rpm 까지 증가 시키면서 해석하였다. 해석은 무차원 시간 (임펠러가 한 바퀴 회전하면 1)으로 30 까지 계산했다.

3000rpm 의 회전 각속도로 회전할 때 흘러지는 후류 와류의 분포가 그림 2 에 무차원 시간에 따라 있다. 그림에서 사용된 기호 중 원은 시계방향으로 회전하는 와류이고 삼각형은 반시계 방향으로 회전하는 와류이다. 또한 기호의 크기는 와류의 세기를 나타낸다. 임펠러는 반시계 방향으로 회전한다.

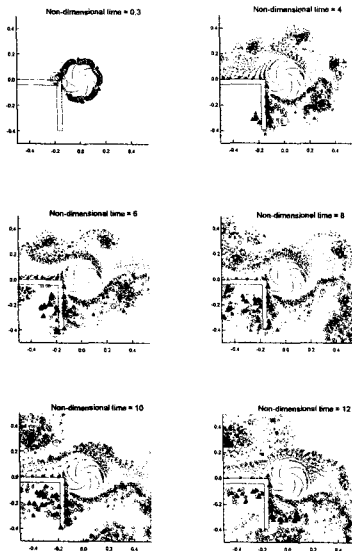


Fig. 2 Distribution of shed vortices with time.(3000 rpm)

임펠러의 깃이 웨지를 지나갈 때 흘러지는 와류의 방향이 시계방향(원)에서 반시계 방향(삼각형)으로 바뀌는 것과 와류의 세기가 커지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 변화는 주기적으로 이루어지며(1 회전에 6 번씩) 수두의 비정상 교란도 이러한 상호작용 때문이다. 무차원 시간 12 초의 그림에서 후류의 분포가 웨지 부근을 제외하고는 안정된 것을 확인할 수 있다.

3-2. 원심팬의 소음 해석

Weidemann 이 소음을 측정한 자료가 그림 3 에 있다.

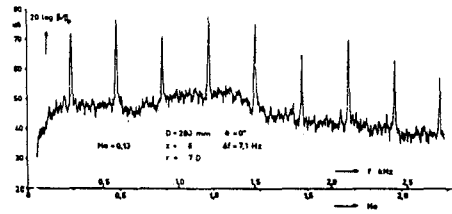
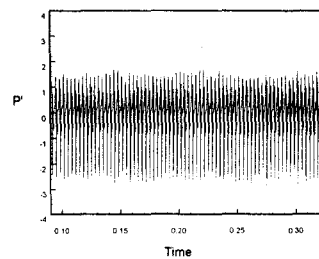


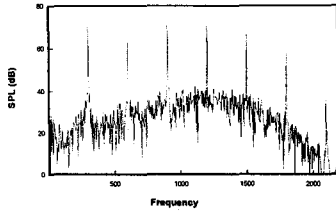
Fig. 3 Measured noise spectrum by Weidemann[10]

그림 3 의 회전각속도는 3000rpm 이고 BPF 인 300Hz 와 그 조화주파수에서 피크가 생기는 것을 볼 수 있고, 이 원심팬의 소음 특성은 BPF 의 토운 소음이 아주 지배적이다.

소음 계산은 무차원 시간 3 이상의 유동장을 이용해 transient 신호가 계산되지 않는다. 그래서 본 연구는 무차원 시간 4 부터 29 까지의 25 동안의 유동장 자료를 가지고 Lowson 공식으로 관찰점에서 음압 신호를 예측했다. 3000 rpm 의 경우 계산된 음압 신호의 시간 변화와 주파수 대역 소음이 그림 4 에 있다. 그림 3 과 4 의 주파수 대역 신호를 비교해 보면 피크의 위치와 크기가 거의 일치함을 볼 수 있다. 그러나 6 번째 조화주파수 이후는 계산에 의한 예측치가 실험치의 값보다 작게 예측됨을 확인할 수 있다.



(a) Time signal of the calculated sound pressure



(b) FFT of the calculated sound pressure

Fig. 4 Predicted sound pressure at 3000 rpm

그러므로 본 연구의 계산결과는 5 번째 피크까지 사용한다.

식 (4)의 마하수 지수인 α 값을 결정하기 위하여 회전 각속도를 변화 시키면서 전체 음압 레벨을 계산한 그림이 그림 5에 있다.

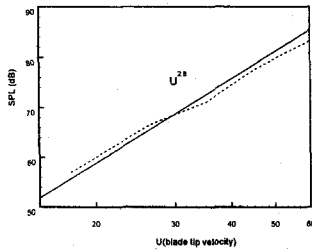


Fig. 5 Determination of the exponent of Mach number
(Dashed : Calculated)

음압레벨을 실험치와 동일하게 비교하기 위하여 120Hz 미만의 값은 고려하지 않았다. 그림에서 계산에 의한 결과는 실험에 의한 결과인 2.8에 비례하는 것을 확인할 수 있었다. 이것은 본 계산이 한 회전 각속도의 경우 음압을 정확히 예측할 뿐만 아니라 회전 각속도가 증가할 때 발생하는 소음의 경향까지 예측할 수 있음을 나타내고 있다. Re 수의 지수는 실험치인 0.2를 사용하면 다음의 결과를 얻는다.

$$K_d \sim Ma^{2.8} Re^{0.2} \quad (10)$$

여기서 K 음압의 무차원수이다. 이것은 실험치와 동일한 결과이다.

3-3. 원심팬 소음의 상사법칙 적용

본 논문은 우선 BPF와 관련된 피크 주파수만 고려한다. 실험에 의한 결과와 비교하기 위해서 F 함수인 “spectral distribution function”를 비교했다. 비교의 편의를 위해서 F 함수를 무차원하지 않은 F_1 함수를 구해보면 그림 6과 같다. 그림에서 실선인 본 계산결과가 일점쇄선인 실험결과와 거의 비슷한 값을 나타냄을 알 수 있다.

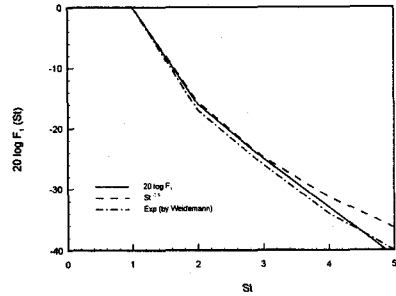


Fig 6. Comparison of the F_1 function.

3-4. 경계요소법을 이용한 원심팬 음향장 해석

웨지에 의한 반사나 산란효과를 Lowson의 방정식이 나타낼 수 없으므로 실험치와 직접적인 비교를 하면 각 피크치 주파수에서 약 6~8dB 정도의 차이가 발생한다. 이러한 차이는 경계요소법을 도입해서 웨지에 의한 반사나 산란 효과를 고려해 주면 없어지게 된다. 경계요소법을 이용한 계산 결과가 그림 7에 있다. 그림에서 실선이 자유공간에서 예측한 소음이고, 사각점이 경계요소법을 이용해서 피크 주파수에서 계산한 값이며 원이 실험에 의한 값이다. 자유공간과 실험치는 차이가 있는 반면 경계요소법에 의한 결과와는 2~3dB 이내로 잘 일치함을 확인할 수 있다.

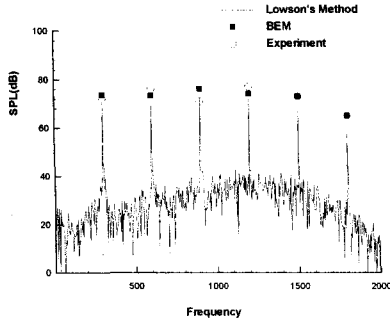


Fig. 7. Calculated SPL with measured data.

4. 결론

원심팬 소음을 해석하는 기법을 개발하고, Weidemann 이 실험한 형상에 대해서 해석하고 상사법칙을 적용하였다. 원심팬의 소음 계산은 acoustic analogy 의 일종인 Lowson 의 방정식을 이용하였고, 필요한 유동장 자료를 얻기 위하여 원심팬의 유동장을 해석했다. 유동장은 비정상 유동 해석에 사용되는 이산와류법을 이용하였고, 무차원 시간 30 까지 해석하였다. 계산된 음압을 3000rpm 의 회전 주파수에서 실험치와 비교하여 만족할 만한 예측치를 얻었다. 또한 rpm 의 변화 - 즉 임펠러 끝전 속도의 변화 - 에 따른 음압의 변화를 알기 위해 rpm 을 1200 부터 4100 까지 변화시키면서 임펠러 끝전 속도와 음압의 관계를 계산하였으며, 실험 결과와 마찬가지로 2.8 승의 비례관계를 얻을 수 있었다. 또한 수치계산에 의한 결과로 F 함수를 계산하여서 상사법칙이 수치기법에 의한 결과에도 적용될 수 있음을 확인했다. 본 수치 기법이 음의 발생에 관한 함수인 $F_1(S)$ 는 실험치와 거의 동일한 값으로 예측할 수 있다. 즉 본 계산기법이 음의 발생에 해당하는 음원을 정확히 예측할 수 있음을 확인했다. 또한 경계요소법을 이용한 계산 결과 웨지에 의한 반사, 산란효과를 고려하면 실험치와 거의 일치하는 소음 값을

예측할 수 있음을 확인했다.

참고문헌

1. W. Neise, "Noise Reduction in Centrifugal Fans : A Literature Survey," Journal of Sound and Vibration, Vol. 45, 1976, pp.375-403.
2. W. Neise, "Review of Noise Reduction Methods for Centrifugal Fans," J. of Engineering for Industry, Vol. 104, May 1982, pp.151-161.
3. T. F. Embleton, "Experimental Study of Noise Reduction in Centrifugal Blowers," Journal of the Aeroacoustical Society of America, Vol. 35, 1963, pp.700-705.
4. L. A. Lyons and S. Platter, "Effect of Cut-Off Configuration on Pure Tones Generated by Small Centrifugal Blowers," Journal of the Aeroacoustical Society of America, Vol. 35, 1963, pp.1455-1456.
5. W. Neise and G. H. Koopmann, "Reduction of Centrifugal Fan Noise by Using Resonators," Journal of Sound and Vibration, Vol. 73, 1980, pp.297-308.
6. G. H. Koopmann, D. J. Fox and W. Neise, "Active Source Cancellation of the Blade Tone Fundamental and Harmonics in Centrifugal Fans," Journal of Sound and Vibration, 1988
7. W. Neise, "Application of Similarity Laws to the Blade Passage Sound of Centrifugal Fans," Journal of Sound and Vibration, Vol. 43, No. 1, 1975, pp.61-75.
8. G. C. Maling, "Dimensional Analysis of Blower Noise," Journal of the Aeroacoustical Society of America, vol. 35, 1963, pp.1556-1564.
9. R. C. Chanaud, "Aerodynamic Sound from Centrifugal-Fan Rotors," Journal of the Aeroacoustical Society of America, Vol. 37, 1965, pp.969-974.
10. J. Weidemann, "Analysis of the relations between acoustic and aerodynamic parameters for a series of dimensionally similar centrifugal fan rotors," NASA TT

F-13,798, 1971

11. W. Neise and B. Barsikow, "Acoustic Similarity Laws for Fans," Trans. of the ASME, Vol. 104, May 1982, pp.162-168.
12. P. H. Bent , D. K. McLaughlin and D. E. Thompson, "The Influence of Discharge Configuration on the Generation of Broadband Noise in Centrifugal Turbomachinery," DGLR/AIAA 92-02-099, pp.607-614.
13. L. Mongeau, D. E. Thomson and D. K. McLaughlin, "Sound Generation by Rotating Stall in Centrifugal Turbomachines," Journal of Sound and Vibration, Vol. 163, No. 1, 1993, ppl.1-30.
14. L. G. Tetu, D. E. Thompson and D. K. McLaughlin, "Aeroacoustic Similarity of Centrifugal Turbomachinery of Different Geometries," AIAA 93-4371.
15. 전완호, 유기완, 이덕주, 이승갑, "진공청소기 원심팬의 유동과 소음원 해석", 한국소음진동공학회지 제 7 권 1 호, 1997, pp.99-116
16. M. Kiya and A. Kusaka, "Discrete-Vortex Simulation of Separated Unsteady Flow in a Centrifugal Impeller," Invited Lecture at Soviet Union-Japan Symposium on Computational Fluid Dynamics, September 1988, pp.1-5.
17. Evangelos E. Morfiadakis, Spyros G. Voutsinas and Dimitris E. Papantonis, "Unsteady Flow Calculation in a Radial Flow Centrifugal Pump with Spiral Caing," International J. for Nummerical Meth. in Fluids, Vol. 12, 1991, pp.895-908.
18. M.V. Lowson, "The Sound Field for Singularities in Motion," Proc. R. Soc. London, Ser. A. 286, 1965, pp.559-572