대학입시에서의 선택과목 등화에 대한 연구

박 성현, 김 춘원

서울대학교 자연과학대학 통계학과, 서울 특별시 관악구 신림동 산56-1

요 약

1999년 대학입학 수학능력고사(이하 수능)부터 새롭게 선택과목제와 표준점수제가 도입된다. 선택과목제는 수리탐구II 영역에서 공통과목외 한 개의 과목을 수험생 개인이 선택해서 보는 것을 의미하고, 표준점수제는 영역별 난이도를 조정하기 위해 각 영역의 원점수를 평균 50, 표준편차 10인 점수로 표준화시키는 것을 뜻한다. 선택과목이 있는 영역의 경우는 난이도차뿐만 아니라 각 선택과목 집단별로 일반적인 학업능력의 차이가 존재할 수 있다. 따라서 점수를 표준화시킬 때 과목별 난이도뿐만 아니라 그룹별 학업능력의 차이도 고려해야 한다. 지금까지 발표된 등화방법은 대표적으로 모수적 방법인 선형등화와 비모수적 방법인 백분위수등화가 있는데 이 두 가지 방법은 모두 각 그룹의 학업능력이 동일하다는 가정 하에 전개되어왔다. 따라서 본 논문에서는 우리 나라 입시상황에 적절한 그룹별 능력차이를 보정한 선형등화와 분위수 등화 방법을 비교해 보았다.

1. 선택과목 등화

Thorndike(1918)는 존재하는 것은 모두 양으로 존재하기에 가시적이든 비가시적이든 측정할 수 있다고 하였다. 인간의 능력은 비가시적인 잠재적 특성(latent trait)이므로 검사라는 도구를 사용하여 측정할 수 있다.(성태제,1994) 우리 나라의 대학입시제도는 학력고사제도에서 대학별 본고사제도, 수학능력고사에 이르기까지 여러 차례 변형되어 왔다. 1999년부터는 수능에서 새롭게 선택과목제와 표준점수제가 도입된다. 선택과목제는 이미 여러 차례 실시된 적이 있으며 매번 선택 과목별 난이도차와 관련해 논란이 있었다. 대학입학시험의 경우에는 난이도차뿐만 아니라 선택과목 집단별로 일반적인 학업능력의 차도 존재할 수 있으므로 난이도차와 능력차를 동시에 고려한 등화방법의 필요성이 제기된다.

우선 선택과목 집단별로 학생들의 일반적인 학업능력이 동일하다는 가정하에 전개된 등화방법을 살펴보자. 편의상 2개의 선택과목 1.2가 있다고 가정하고 선택과목1을 선택한 학생들의 점수를 X, 선택과목2를 선택한 학생들의 점수를 Y라 하자. X 의 분포함수를 $F(t)$, Y의 분포함수를 $G(t)$라 하면 두 과목사이에 난이도차가 존재하는 경우 두 분포는 일치하지 않아 기대값과 중앙값 등이 다르게 된다. 이 경우 점수 X를 점수 Y의 함수 $X^{*}=h_{Y}(X)$로 변환시켜 두 분포를 일치시킴으로써 선택과목간의 난이도차를 조정한다. 즉, X^{*}의 분포함수를 $F^{*}(t)$라하면

$$F^*(t) = P\{X^* \le t\} = P\{X \le h_Y^{-1}(t)\} = F(h_Y(t)) = G(t)$$

이므로

$$h_Y^{-1}(t) = F^{-1}(G(t))$$

이고

$$X^* = h_Y(X) = G^{-1}(F(X)) \quad (1)$$

이다.

여기서 만약 X와 Y의 분포가 각각 평균이 μ_X, μ_Y 이고 표준편차가 σ_X, σ_Y인 정규분포를 따르는 경우, 즉 $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2), Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ 이면 (1)은

$$X^* = h_Y(X) = G^{-1}(F(X)) = G^{-1}\left(\Phi\left(\frac{X-\mu_X}{\sigma_X}\right)\right) = \mu_Y + \sigma_Y \cdot \frac{X-\mu_X}{\sigma_X} \quad (2)$$

가 되며 (2)는 $X^* = a + bX$(단, $a = \mu_Y - \sigma_Y/\sigma_X \cdot \mu_X$, $b = \sigma_Y/\sigma_X$) 형태의 선형식이 되고 이것을 전문용어로 선형등화(linear equating)라 한다.(허명회,1994) 이때 X^*의 분포는 평균이 μ_Y 이고 표준편차가 σ_Y인 정규분포가 되어 Y의 분포와 일치하게 된다. 그런데 시험성적의 경우 원점수 0점은 0점으로 만점은 만점으로 등화되어야 하는데 선형등화는 이러한 성질을 만족시키지 못한다. 예를 들어 X 의 평균이 30, 표준편차가 20이고 Y의 평균이 60, 표준편차가 15인 경우 등화식 (2)는 $X^* = 60 + 15 \times \frac{(X-30)}{20}$ 이 되고 이때 0점,15점, 90점, 100점은 각각 37.5점, 48.75점, 105점, 112.5점으로 변환되므로 만점이 넘는 값이 생긴다.

선형등화가 정규분포를 가정한 모수적 방법이라면 분포에 대한 가정 없이 (1)을 그대로 사용하는 비모수적인 방법으로 분위수등화가 존재한다. 분위수등화는 두 변수의 각 분위수를 일치시키고 0점과 분위수 사이 및 만점사이는 직선으로 보간하는 방법이다. 사분위수 등화는 두 변수의 25%분위수, 50%분위수, 75%분위수와 0점, 만점을 일치시키고 각 점들 사이는 직선으로 보간하며 십분위수 등화는 두 변수의 10%분위수, 20%분위수, 30%분위수,.......,80%분위수, 90%분위수와 0점, 만점을 일치시키고 사분위수 등화와 마찬가지로 각 점들 사이는 직선으로 보간한다.

Y를 기준으로 한 X의 사분위수 등화 X^*를 구해보자. 변수 X의 100P%분위수를 X_P라 하 고 두 변수의 만점을 100이라 하면 우선 다섯 개의 점 (0,0) $(X_{0.25}, Y_{0.25}), (X_{0.5}, Y_{0.5})$, $(X_{0.75}, Y_{0.75})$,(100,100)을 일치시키고, 다음에는 각 점들 사이의 구간을 각 구간의 양끝 점을 잇는 선분에 의해 보간하며 구체적인 등화식을 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
X^* &= \frac{Y_{0.25}}{X_{0.25}} X &&, \ 0 \le X \le X_{0.25} \text{ 인 경우} \\
&= \frac{Y_{0.5} - Y_{0.25}}{X_{0.5} - X_{0.25}}(X - X_{0.25}) &&, \ X_{0.25} \le X \le X_{0.50} \text{ 인 경우} \\
&= \frac{Y_{0.75} - Y_{0.5}}{X_{0.75} - X_{0.5}}(X - X_{0.5}) &&, \ X_{0.5} \le X \le X_{0.75} \text{ 인 경우} \qquad (3) \\
&= \frac{100 - Y_{0.75}}{100 - X_{0.75}}(X - X_{0.75}) &&, \ X_{0.75} \le X \le 100 \text{ 인 경우}
\end{aligned}$$

이 경우 X가 0점인 경우는 X^*도 0점으로 변환되고 100점은 100점으로 변환된다. 선형등화는 고차원 모수를 필요로 하는 백분위수 등화의 저차원 근사로 생각할 수 있는데 미국 ETS의 실제 등화 작업에서 연구자들이 필요하다고 느끼고 있는 등화방법은 이 두 방법의 중간쯤 되는 방법이라고 한다(허명회,1994). 따라서 본 연구에서는 선형등화와 사분위수등화, 십분위수등화, 이십오분위수 등화를 적용해 보았다.

지금까지는 각 선택과목 집단별로 일반적인 학업능력이 동일하다는 가정하에 전개된 등화방법을 살펴보았으나 실제 대학입시 상황에서는 선택과목 수험생 집단간에 학업능력차가 존재한다. 이제 학생들의 능력차를 고려한 등화방법을 생각해 보자. 공통과목은 말 그대로 모든 수험생이 공통적으로 보는 과목이다. 따라서 그 점수를 가지고 수험생의 일반적인 학업능력을 측정해도 무리가 없다. 즉 공통과목 평균이 가장 높은 집단을 가장 우수한 집단으로 평가할 수 있다. 한국교육과정평가원에서는 99년 수능에서 잠정적으로 다음과 같은 방법을 책정하기로 했다.

선택과목K를 선택한 학생들의 모임을 집단 K라하자. 집단K의 공통과목 점수를 A_K, 선택과목 점수를 B_K라하면 능력차를 고려한 선형등화식은

$$B'_K = \frac{B-\overline{B_K}}{S_{B_K}} * S_{A_K} + \overline{A_k} \qquad (4)$$

이며 여기서 B'_K은 집단 K의 등화후 선택과목 점수이고 $\overline{A_K}$와 $\overline{B_K}$ 는 집단K의 공통과목과 선택과목 점수 평균, S_{A_K}와 S_{B_K} 는 집단K의 공통과목과 선택과목점수의 표준편차를 의미한다. 즉 선택과목 집단별로 공통과목 점수를 기준으로 선택과목 점수를 선형등화한다.

선형등화는 대학입시 상황에 적용하기에 곤란한 단점을 가지고 있으므로 대안으로 본 논문에서는 학생들의 능력차를 보정한 비모수적 등화를 제안하고자 한다. 즉 학생들의 능력차를 보정하는 측도로 선형등화와 마찬가지로 공통과목 점수를 사용하며 각 집단별로 공통과목 점수를 기준으로 선택과목 점수를 분위수 등화한다. 이때 선택과목 점수의 P분위수와 Q분위수를 B_P, B_Q라 하고 공통과목 점수의 P분위수와 Q분위수를 A_P, A_Q라 하면 B_P와 B_Q (Q<P)사이의 값들은 기울기가 $\frac{A_P - A_Q}{B_P - B_Q}$ 이고 점 (B_P, A_P)를 지나는 직선 (5)에 의해 등화된다.

$$B^* = \frac{A_P - A_Q}{B_P - B_Q}(B - B_Q) + A_Q \quad \text{단,} \ B_P \le B \le B_Q \qquad (5)$$

따라서 선택과목 점수의 분위수 변화량($B_P - B_Q$)에 비해 공통과목 점수의 분위수 변화량 ($A_P - A_Q$)이 클수록 기울기가 커지며 기울기가 클수록 등화후의 점수차도 커지므로 선택과목 점수의 변별력을 높인다고 말할 수 있다. 예를 들어 공통과목 점수의 사분위수가 25점,40점, 55점이고 선택과목 점수의 사분위수가 12.5점, 20점, 23점이라면 선택과목 점수의 분위수 변화량은 각각 20-12.5=7.5점과 23-20=3점이고 공통과목 점수의 분위수 변화량은 40-25=15점과 55-40=15점이다. 즉 학생들의 능력차는 15점으로 동일하지만 20과 23 구간에 존재하는 수험생들은 선택과목 점수차가 아래 구간에 있는 수험생에 비해 적으며 이것을 선택과목 시험의 변별도가 떨어졌다고 해석할 수 있다. 사분위수 등화식을 적용하면 12.5와 20사이보다 20과 23사이에서 등화식의 기울기가 크므로 20과 23사이는 등화후에 점수차가 커진다.

2. 시뮬레이션에 의한 비교

2.1 자료생성

자료 생성은 통계분석 패키지인 SAS 의 난수발생함수를 이용했다. 일반적인 경우로 수험생들의 점수가 정규분포를 따른다고 가정하고 공통과목 점수(만점은 80점)와 선택과목 점수(만점은 40점)들간의 상관관계를 고려하면 이변량정규분포를 생각할 수 있다. 공통과목 점수의 평균이 μ_A, 표준편차가 σ_A이고 선택과목 점수의 평균이 μ_B, 표준편차가 σ_B 이고 공통과목 점수와 선택과목 점수의 상관계수가 ρ일 때, 우선 일변량정규분포를 이용해 공통과목 점수를 생성한 후 공통과목 점수 A=a가 주어졌을 때, 선택과목 점수의 분포가 평균 $\mu_B+\frac{\sigma_B}{\sigma_A}\rho(a-\mu_A)$, 분산 $\sigma_B^2(1-\rho^2)$인 정규분포임을 이용해 선택과목 점수를 생성한다.(Johnson & Wichern, 1992) 이때 모수값으로는 $\sigma_A=12$, $\sigma_B=7$, $\rho=0.7$을 사용했다. 이과생의 경우 4개의 선택과목중 하나를 선택하게 되므로 4개의 선택과목 집단이 있다고 가정하고 각 집단별로 4개 집단의 공통과목 평균과 선택과목 평균이 모두 다른 경우(자료1로 표기)와 공통과목 평균은 같고 선택과목 평균이 다른 경우(자료2로 표기), 즉 일반학업능력은 같고 난이도차이만이 존재하는 두 가지 경우의 자료를 생성했다.

정규분포외에도 치우침이 있는 분포(자료3으로 표기)와, 쌍봉이 있는 분포의 자료(자료4로 표기)를 생성했다. 치우침이 있는 분포는 공통과목 점수를 생성할 때 정규분포에서 난수를 발생시키는 과정에서 평균값보다 큰 자료의 일정비율에 대해 평균보다 작은 값으로 변환시킴으로써 자료가 왼쪽에 치우치도록 했고 쌍봉이 있는 분포는 평균이 다른 두 개의 정규분포를 가중 평균한 아래의 오염정규분포를 이용해 공통과목 점수를 생성했다.

$$A=\varepsilon_1\cdot N(\mu_1,\sigma_1^2)+\varepsilon_2\cdot N(\mu_2,\sigma_2^2) \qquad \text{단, } \varepsilon_1+\varepsilon_2=1 \tag{6}$$

공통과목 점수를 생성한 후에는 정규분포에서와 마찬가지 방법으로 선택과목 점수를 생성했다.

2.2. 분위수 구하기

분위수 등화를 위해 분위수를 구하자. 확률변수 X의 $100p$ % ($0<p<1$) 분위수 ξ_p는 $\Pr(X<\xi_p)\le p$, $\Pr(X\le\xi_p)\ge p$ 를 만족하는 값이다.(Hogg & Craig, 1970) 그러나 본 연구에서는 분석의 편의상 자료의 개수를 n이라할 때 $100p$% 분위수로 $[n\cdot p]$ 번째 순서통계량값을 사용했다(이때 []는 가우스 기호임). 만약 111개의 자료에서는 27번째, 55번째, 83번째 순서통계량이 각각 25%, 50%, 75% 분위수가 된다.

2.3 분석 결과

표1. 정규분포(자료1)의 기초통계량

GR	M1	M2	S1	S2	P1	P2	Q1	Q2	R1	R2	N
1	39.6	20.4	11.9	7.3	30.6	14.9	39.6	20.4	47.0	25.5	299
2	45.7	14.8	11.7	6.4	37.7	10.4	44.8	14.4	54.2	18.8	290
3	48.6	14.8	11.8	7.1	41.4	9.6	47.6	14.9	56.9	19.4	297

정규분포 자료에 대해 각 선택과목 집단(GR=1,2,3,4)별로 공통과목 점수(첨자1)와 선택과목 점수(첨자2)의 평균(M), 표준편차(S), 25%분위수(P), 50%분위수(Q), 75%분위수(R), 자료수(N)가 표1에 제시되어 있다. 공통과목 점수의 평균값으로 능력을 측정한다면 집단1,2,3,4순으로 학생들의 능력이 향상된다. 집단1과 집단2를 비교하면 집단1보다 집단2의 공통과목 평균이 높은데 선택과목 점수의 평균은 반대로 나타나므로 선택과목2가 선택과목1보다 문제가 어려웠다고 결론지을 수 있다. 따라서 집단2에 속한 수험생들은 집단1의 수험생보다 등화시 점수를 더 많이 올려주어야 한다. (4)을 이용해 구한 선형등화식 (7)을 보면 절편이 6.4와 18.6으로 앞서 말한 점이 잘 반영되었다고 할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&GR=1 \quad B'=(B-20.4)*11.9/7.3 +39.6=1.6*B+6.4\\
&GR=2 \quad B'=1.8*B+18.6\\
&GR=3 \quad B'=1.7*B+24.0\\
&GR=4 \quad B'=1.6*B+17.3
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

분위수 등화도 집단별로 학생들의 능력차와 선택과목별 난이도를 보정해 준다. 사분위수 등화에서 0점과 25%분위수사이의 구간에 존재하는 선택과목 점수는 표1에서 기울기가 P1/P2 이고 원점을 지나는 직선에 의해 등화 된다. 실제로 기울기를 구해보면 각각 2.1, 3.6, 4.3, 2.8 이며 집단3의 기울기가 가장 큰 이유는 선택과목점수의 25%분위수와 공통과목 점수의 25%분위수 비가 다른 집단보다 크기 때문이다. 그림1은 집단3의 선형등화와 사분위수 등화식을 그래프로 표현한 것으로 X축은 선택과목 원점수, Y축은 선형등화후 점수와 분위수 등화후의 점수이다. 직선은 선형등화식이며 꺾인 선이 분위수 등화식이다. 그림에서 양끝구간인 0점과 25%분위수사이, 75%분위수와 만점사이의 구간에서 그 외 구간에 비해 선형등화와 사분위수 등화사이에 큰 차이가 생기는 것을 확인할 수 있다. 이것은 0점을 0점으로 만점을 만점으로 변환시키려는 제약조건으로 인해 생기는 결과이며 그림2의 이십오분위수 등화식과 그림1의 사분위수 등화식을 비교해 보면 구간이 더 세분화될 수록 양끝구간에서의 문제점이 완화된다는 것을 알 수 있다. 따라서 양끝구간에서는 다른 구간보다 분위수를 세분화하여 적용하는 것도 하나의 해결안이 된다고 생각하며 두 변수의 최대값과 최소값을 일치시키는 방법도 생각할 수 있다.

표2. 자료1의 등화후의 기초 통계량

Variable	N	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum
A (공통과목)	1181	45.6	12.3	5.5	79.0
B (선택과목)	1181	17.4	7.5	0.1	38.4
B1(선형등화)	1181	45.6	12.3	11.9	85.7
B2(사분위수)	1181	44.2	14.2	0.4	76.7
B3(십분위수)	1181	45.4	12.8	0.6	77.7
B4(이십오분위수)	1181	45.3	13.3	0.5	77.2

표2에서 선형등화는 등화후에 공통과목 점수와 평균, 표준편차가 같아짐을 알 수 있다. 즉, 선형등화는 평균과 분산을 동일하게 만드는 등화법임을 확인할 수 있다. 분위수 등화는 등화후에 기준변수(공통과목 점수)와 평균, 분산이 일치하지 않는다. 그러나 표5에서 사분위수 등화보다는 십분위수 등화가, 십분위수 등화보다는 이십오분위수 등화의 평균과 분산이 공통과목 점수의 평균과 분산에 더 근접하고 있음을 알 수 있다. 표2에서 선형등화(B1)의 경우 최대값이 만점을 넘고

최소값은 다른 등화값에 비해 큰데 이것을 표3을 통해 자세히 살펴보자.

표3. 자료1의 원점수와 등화후 점수 비교

GR	원점수	선형등화 점수	사분위수 등화	십분위수 등화	이십오분위수 등화
1	0	6.4	0	0	0
1	3.4	11.9	7.0	7.8	8.1
1	38.4	67.8	76.4	76.3	75.0
1	40	**70.4**	80	80	80
2	0	18.6	0	0	0
2	0.1	18.8	0.4	0.5	0.6
2	34.3	80.3	73.1	73.4	74.0
2	40	**90.6**	80	80	80
3	0	24	0	0	0
3	0.7	25.2	3.0	4.1	6.4
3	37.1	87.1	76.7	77.2	77.7
3	40	**92**	80	80	80
4	0	17.3	0	0	0
4	3.0	22.1	8.4	10.7	12.3
4	37.7	77.6	76.6	76.8	76.9
4	40	**81.3**	80	80	80

표3은 각 집단별로 0점과 만점, 최소값과 최대값에 대해 등화후의 점수를 구한 결과이다. 선형등화 점수는 (7)을 이용해 구할 수 있다. GR2와 GR3, GR4에서 선형등화후에 80점 이상의 점수가 생긴 반면 GR1 에 속한 사람은 원점수가 만점이어도 선형등화후에 만점을 받지 못한다. 즉 어떤 과목을 선택했느냐에 따라 이익 혹은 불이익을 받는 학생이 생긴다. 이론적으로 0점이 0점으로 40점이 80점으로 등화되기 위해서는 (4)에서 $S_{A_K}=2S_{B_K}$, $\overline{A_K}=2\overline{B_K}$ 를 만족해야 한다. 다시 말해 공통과목 점수와 선택과목 점수의 평균과 표준편차의 비율이 2:1 이면 된다. 따라서 출제위원들이 이 점을 고려해서 문제를 낸다면 선형등화를 사용할 경우에 생기는 단점을 완화시킬 수 있으리라 생각한다. 표3에서 각 집단별로 최대값과 최소값을 살펴보면 사분위수 등화에서 십분위수 등화, 이십오분위수 등화로 갈수록 최소값과 최대값은 증가하는 경향이 있음을 알 수 있다. 이것은 분위수가 세분화됨에 따라 양끝 구간에서 기울기가 감소함기 때문이다. 분위수 등화는 0점을 0점으로 만점을 만점으로 변환시키며 공통과목 점수와 선택과목 점수의 분위수 변화량의 비율에 의해 각 구간의 기울기가 결정된다. 따라서 특정 분포를 가정하지 않는다는 측면에서는 분포에 로버스트하지만 구간별로 분포의 형태에 따라 등화식이 달라진다는 면에서는 분포의 성질을 잘 반영해 주는 등화방법이라고 할 수 있다.

그림3은 자료3의 선형등화와 이십오분위수 등화식의 그래프이다. 표3에서 자료3의 GR=4 인 경우의 공통과목 점수의 왜도(skew1)를 보면 음수이므로 왼쪽으로 꼬리가 긴 자료임을 알 수 있다. 자료가 많이 있는 오른쪽 부분은 분위수 등화식의 기울기가 왼쪽에 비해 작은 것을 그래프에서 확인할 수 있다.

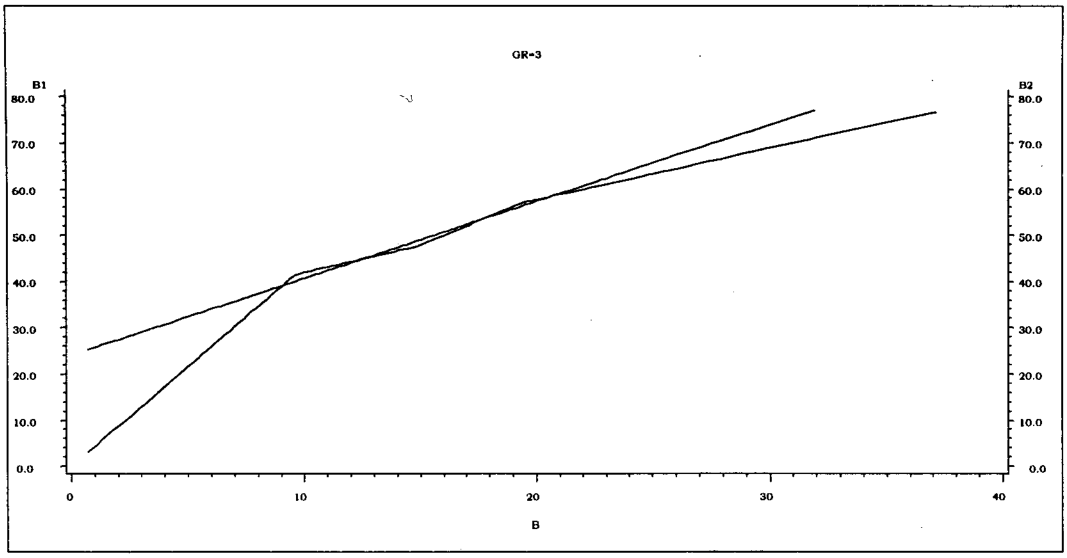

그림 1 정규분포(자료1)의 선형등화와 사분위수 등화 (GR=3)

x 축은 선택과목 점수(B), y 축은 선택과목의 선형등화 점수(B1)와 사분위수 등화 점수(B2)이며 직선이 선형등화식이고 꺾인 선이 사분위수 등화식이다.

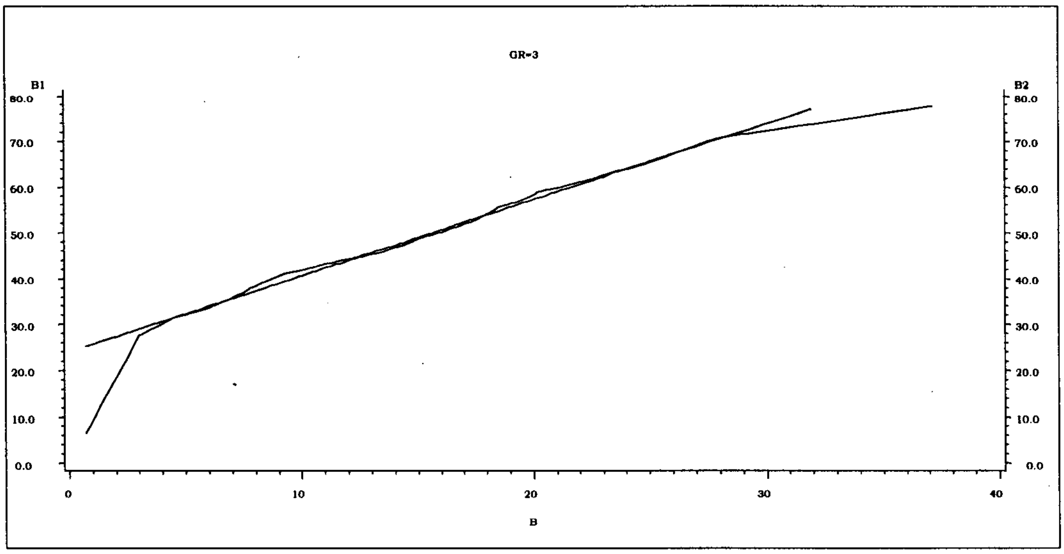

그림 2 정규분포(자료1)의 선형등화와 이십오분위수 등화 (GR=3)

x 축은 선택과목 점수(B), y 축은 선택과목의 선형등화 점수(B1)와 이십오분위수 등화 점수(B2)이며 직선이 선형등화식이고 꺾인 선이 이십오분위수 등화식이다.

그림1과 그림2는 같은 자료에 대한 사분위수 등화식과 이십오분위수 등화식이다. 두 그림의 중간부분은 별 차이가 없으나 양끝 부분을 비교해 보면 그림1보다 그림2가 직선(선형등화)과 꺾인 선(분위수 등화)이 일치하는 부분이 많다.

표4. 각 자료(자료2, 자료3, 자료4)의 기초 통계량

NORMAL DISTRIBUTION -선택과목 평균이 다른 경우(자료2)

GR	M1	M2	S1	S2	MIN1	MIN2	MAX1	MAX2	SKEW1	SKEW2	N
1	45.5	17.4	11.8	7.3	11.5	0.4	78.1	35.4	0.06	0.05	298
2	45.7	20.2	12.6	6.9	0.6	0.2	80.0	36.5	-0.19	-0.12	299
3	45.2	21.4	11.8	7.0	10.8	5.1	75.4	38.9	0.02	0.10	297
4	43.5	24.1	11.7	6.7	11.3	8.0	78.1	39.5	-0.04	-0.18	289

SKEWED DISTRIBUTION(자료3)

GR	M1	M2	S1	S2	MIN1	MIN2	MAX1	MAX2	SKEW1	SKEW2	N
1	38.6	19.7	12.7	7.4	8.5	2.9	77.2	39.4	0.35	0.16	299
2	43.7	13.6	14.6	7.0	8.3	0.1	76.1	35.3	-0.16	0.29	274
3	48.1	15.2	15.4	7.7	6.0	0.1	78.8	39.0	-0.62	0.17	281
4	50.5	20.2	16.6	8.1	10.3	0.6	79.6	39.1	-0.73	-0.22	285

BIMODAL DISTRIBUTION(자료4)

GR	M1	M2	S1	S2	MIN1	MIN2	MAX1	MAX2	SKEW1	SKEW2	N
1	38.4	19.8	18.4	9.1	0.2	0.9	76.5	39.5	-0.06	0.14	290
2	44.1	14.6	17.6	8.1	5.0	0.0	79.3	36.6	-0.06	0.34	270
3	48.9	15.8	17.7	8.2	9.3	0.1	79.8	34.0	-0.17	-0.03	267
4	50.5	20.2	17.2	8.4	8.2	1.1	79.9	38.7	-0.25	0.00	277

MIN1, MIN2 공통과목과 선택과목 최소값　MAX1, MAX2 공통과목과 선택과목 최대값
SKEW1, SKEW2 공통과목과 선택과목 왜도　N　자료수

표5. 표4자료의 등화후의 기초통계량

NORMAL DISTRIBUTION(선택과목 평균이 다른 경우) (자료2)

Variable	N	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum
A	1183	45.0	12.0	0.6	80.0
B	1183	20.8	7.4	0.2	39.5
B1	1183	45.0	12.0	9.2	75.5
B2	1183	44.6	13.4	0.5	78.7
B3	1183	45.0	12.7	0.5	78.6
B4	1183	45.0	12.2	0.8	78.3

SKEWED DISTRIBUTION(자료3)

Variable	N	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum
A	1139	45.1	15.5	6.0	79.6
B	1139	17.3	8.1	0.1	39.4
B1	1139	45.1	15.5	9.8	95.7
B2	1139	44.1	15.9	0.4	78.8
B3	1139	44.7	16.1	0.5	79.1
B4	1139	45.1	15.7	0.9	79.2

BIMODAL DISTRIBUTION(자료4)

Variable	N	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum
A	1104	45.4	18.3	0.2	79.9
B	1104	17.7	8.8	0	39.5
B1	1104	45.4	18.3	0.2	91.9
B2	1104	44.2	18.9	0	79.0
B3	1104	45.1	18.5	0	78.9
B4	1104	45.3	18.4	0	79.2

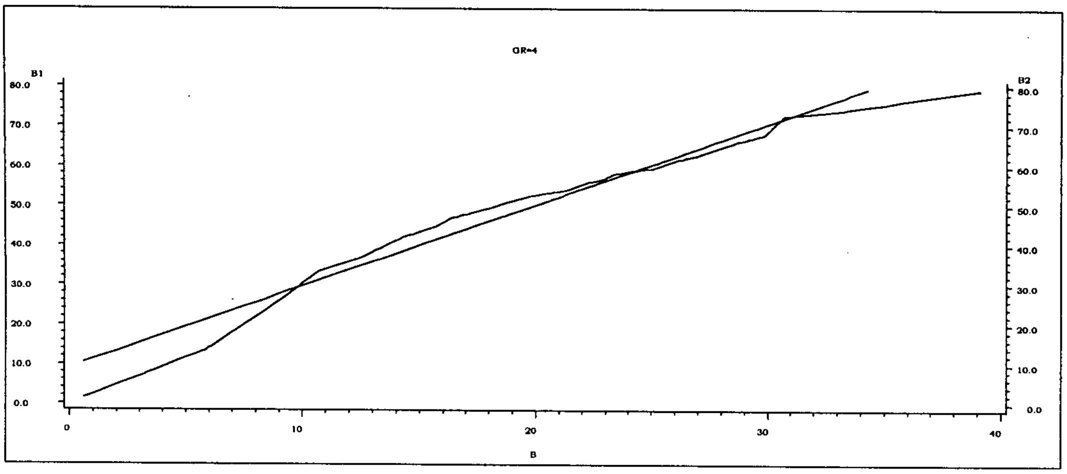

그림 3 치우침 있는 분포의 선형등화와 이십오분위수 등화 (GR=4)
x 축은 선택과목 점수(B), y 축은 선택과목의 선형등화 점수(B1)와 이십오분위수 등화 점수(B2)이며 직선이 선형등화식이고 꺾인 선이 이십오분위수 등화식이다.

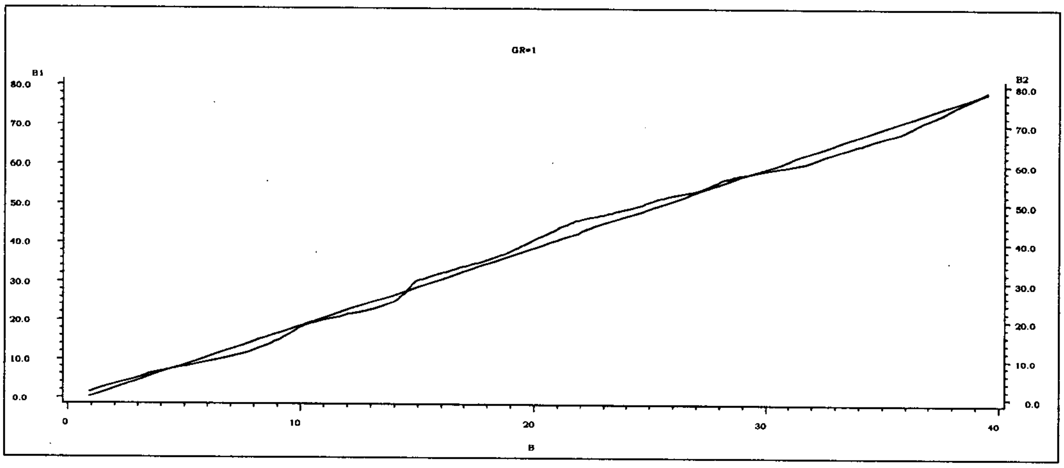

그림 4 쌍봉이 있는 분포(자료4)의 선형등화와 이십오분위수 등화 (GR=1)
x 축은 선택과목 점수(B), y 축은 선택과목의 선형등화 점수(B1)와 이십오분위수 등화 점수(B2)이며 직선이 선형등화식이고 꺾인 선이 이십오분위수 등화식이다.

그림4에서 쌍봉이 있는 분포는 평균이 같은 정규분포에 비해 가운데 부분에 자료가 적게 분포되어 있어 가운데 부분의 분위수 변화량이 정규분포 자료보다 크며, 따라서 그 부분의 분위수 등화식의 기울기가 크다. 반면 봉우리 부분에는 자료가 많이 몰려 있어 분위수 변화량이 작고 따라서 분위수 등화식의 기울기도 작아진다.

선형등화 (2)는 분포의 형태에 관계없이 평균과 분산만 같으면 그 등화식이 동일하며 정규분포를 가정한 모수적 방법이므로 정규분포가 아닌 치우침이 있는 분포나 쌍봉이 있는 분포의 경우에는 부적절한 결과가 나올 수 있다. 분위수 등화는 특정 분포를 가정하지 않은 비모수적 방법이므로 정규분포뿐만 아니라 다양한 분포 형태에 적용 가능하다. 시뮬레이션 결과 정규분포와 치우침이 있는 분포, 쌍봉이 있는 분포중 선형등화와 분위수 등화가 가장 일치한 분포는 정규분포이고 두 등화식이 가장 일치하지 않은 자료는 치우침이 있는 분포이다.

4. 결론

공통과목 점수를 기준으로 한 선택과목 점수의 선형등화와 분위수 등화는 모두 선택과목의 난이도차와 선택과목 집단별 능력차이를 보정해 주는 역할을 한다. 선형등화는 정규분포를 가정한 모수적 방법으로 0점을 0점으로, 만점을 만점으로 변환시키지 못하는 치명적인 단점을 가지고 있다. 99년 수능의 경우, 수험생의 성적이 정규분포를 따르고 집단별로 공통과목 점수의 평균이 선택과목 점수의 평균의 두 배가 되고 공통과목 점수의 표준편차가 선택과목 점수의 표준편차의 두 배가 되도록 문제를 출제할 수 있다면 이러한 단점을 제거할 수 있다.

분위수 등화는 특별한 분포를 가정하지 않은 비모수적 방법으로 다양한 분포에 적용 가능한 강건한(robust) 등화 방법이다. 몇 분위수 등화를 사용할 것인가는 자료의 형태에 따라 유연성 있게 결정 가능하다고 생각하며 사분위수 등화보다는 십분위수 등화나 그 이상의 등화를 권하고 싶다.

참고문헌

[1] 성태제(1994) 대학별고사를 위한 문항분석, 표준점수, 검사동등화, 한국통계학회 논문집 제1권 1호

[2] 허명회(1994) 새 대학입시의 통계적 계획과 분석, 한국통계학회 논문집 제1권1호

[3] 한국교육과정평가원 1999년도 수능표준점수제 방안 ,미발표 문서

[4] Hogg, R. V and Craig, A. T(1970), Introduction to Mathematical Statistics, Fourth Edition , p30, London, Collier Macmillan Publishers

[5] Johnson, R. A and Wichern, D. W(1992) , Applied Multivariate Statistical Analysis, 138-139, Prentice-Hall, Inc., *Englewood Cliffs, New Jersey*

[6] Thorndike, E. L(1918). The nature, purposes and general methods of measurements of educational products. In G. M. Whipple(Ed.), *The Measurement of Educational Products, 17th yearbook of the National Society for the Study of Education, Part II*,16-24. Bloomington, IL: Public School Co.