

새로운 슬라이딩 모드를 이용한 상태 관측기의 설계에 관한 연구

박 승 규, 안 호 균, 이 재 동*
 창원대학교 전기공학과

A Study on the Novel Sliding Mode Observer

Seung-kyu Park, Ho-kyun An, Jae-Dong Lee*
 Dept. of Electrical Engineering, Chang-Won National University.

Abstract

In this paper, a new sliding mode observer is proposed by introducing a new sliding surface. The new sliding surface is defined based on the augmented error system with virtual error state. The new sliding mode observer have more degree of freedom than the existing VSS observer. It can have dynamics on the sliding surface.

1. 서 론

가변구조제어는 파라미터와 외란에 둔감한 특성을 가지고 있으며, 그 개념과 구성이 간단하기 때문에 실제 여러 분야에서 많은 적용이 이루어지고 있다[1][2][3]. 상태관측기에 있어서도 가변구조, 즉 슬라이딩 모드의 개념이 도입되었다[4]. 그러나 제어기 구성과 근본적으로 다른점은 슬라이딩 평면을 구성하는데 있다. 슬라이딩 평면의 구성은 모든 상태들에 의해서 이루어지며 상태관측기에서도 같은 방법으로 슬라이딩 평면을 구성하려면 상태 오차들을 이용하여 구성하여야 하는데 모든 상태들이 측정가능하지 못함으로 인하여 상태 오차를 추정하는 과정에서 상태오차를 구하여 슬라이딩 평면을 구성하는 것은 불가능하다. 이러한 이유로 측정 가능한 상태오차만을 가지고 슬라이딩 평면을 구성해야하는 어려움을 가지고 있다. 측정 가능한 상태가 하나인 경우에는 슬라이딩 평면의 동특성 조차 가지지 못한다. 게다가 알고 있는 상태오차를 가지고 슬라이딩 평면을 구성한다 하더라도 슬라이딩 모드를 보장하는 입력을 구하려면 측정 불가능한 상태오차가 일정한 범위 안에 있어야 한다는 가정을 필요로 한다.

본 연구에서는 측정 불가능한 상태오차에 대한 가정은 어쩔 수 없다하더라도 슬라이딩 평면에 동특성을 추가함으로써 가변구조 상태관측기의 성능을 향상시킬 수 있는 가능성을 찾고자 한다. 동특성을 추가하는 방법은 가상의 상태오차 변수를 정의하고 그 상태의 동특성이 추가된 오차 시스템에 대하여 슬라이딩 평면을 구성하는 것이다. 기존의 가변구조 상태 관측기는 출력이나 일 때는 슬라이딩 평면의 개념을 전혀 포함하지 못하지만 본 연구에서 제안된 가변구조 상태 추정기는 초기시간부터의 슬라이딩 평면을 따라 상태오차의 궤적이 결정된다.

2. 슬라이딩 모드 상태 관측기

본 장에서는 기존의 상태추정기의 구성 방법에 대해서 살펴보고 다음장에서는 가상의 상태오차를 정의하고 기존의 슬라이딩모드 상태관측기를 기반으로 하여 새로운 슬라이딩모드 상태관측기를 구성하기로 한다.

2.1 슬라이딩 평면의 구성

다음과 같은 2차 계통을 다루기로 한다. 이 논문의 결론은 n-차 계통에 대해서도 일반성이 유지된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u \quad (1)$$

여기서, y는 측정 가능한 상태이고
 x는 측정 불가능한 상태이다.

위의 시스템에 대한 상태 관측기는 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\dot{y}} \\ \hat{\dot{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{a}_{11} & \hat{a}_{12} \\ \hat{a}_{21} & \hat{a}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} K_1 \text{sgn}(\hat{x}_1 - x_1) \\ -LK_1 \text{sgn}(\hat{x}_1 - x_1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

슬라이딩 평면은 다음과 같이 구성된다.

$$s = \hat{x}_1 - x_1 = 0$$

식(2)에서 식(1)을 빼면 상태 관측기에 대한 오차 방정식은 다음과 같다

$$\dot{e}_y = a_{11} e_y + a_{12} e_x + K_1 \text{sgn}(\hat{y} - y) + D_1 \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\dot{e}_x = a_{21} e_y + a_{22} e_x - LK_1 \text{sgn}(\hat{y} - y) + D_2 \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서,

$$D \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} = [\hat{a}_{ij} - a_{ij}] \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

:파라미터 mismatch 항

스위칭 이득 K_1 은 슬라이딩 모드가 일어나도록 선정하여야 한다. 이것의 크기는 e_2 의 최대크기에 좌우된다.

2.2 슬라이딩 모드에서 상태 관측기의 특성

본 장에서는 상태 오차들이 슬라이딩 평면에 있을 때 상태 관측기의 동특성을 살펴보기로 한다. 이 과정에서 기존의 슬라이딩모드 상태관측기의 문제점이 무엇인지도 파악 하기로 한다.

슬라이딩 모드에서는 다음 방정식이 성립한다.

$$\begin{aligned} e_y &= \hat{y} - y \\ \dot{e}_y &= \dot{\hat{y}} - \dot{y} \end{aligned} \quad (5)$$

식(3)과(5)로부터 입력은 다음과 같이 표현된다.

$$K_1 \text{sgn}(\hat{y} - y) = -a_{12} e_2 - D_1 \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

e_2 에 대한 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{e}_2 = (a_{22} + L a_{12}) e_2 + F \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

여기서, $F = [L \ I] D$

이득 K_1 은 $e^T \cdot \dot{e} < 0$ 이 되도록 결정한다.

일반적인 슬라이딩모드 상태관측기에서의 문제점은 슬라이딩 평면에서의 특성에 대하여 살펴본다고 하지만 측정 가능한 상태 오차가 0으로 수렴한 다음 동특성이 고려되는 것으로 수렴되는 과정은 고려되지 않은 것이다. 그러므로 수렴하기 이전의 동특성부터 고려되는 슬라이딩모드 상태관측기의 구성이 필요하다.

3. 새로운 슬라이딩 평면을 이용한 상태 관측기의 구성

새로운 슬라이딩 모드 평면의 정의는 모든 상태가 측정 가능해야 구성할 수 있으며 슬라이딩모드 상태관측기에서는 오차 방정식을 가지고 슬라이딩 모드이론을 전개해야 하는데 상태 오차가 모두 측정 가능하지는 않으므로 이에 측정 가능한 상태 오차만을 가지고 새로운 슬라이딩 평면을 제안한다. 오차의 동특성을 원하는 대로 만들어 주기 위해 새로운 슬라이딩 평면은 가상의 상태 오차를 가지는 augmented 시스템을 기초로 하여 구해진다.

3.1 새로운 슬라이딩 모드를 이용한 슬라이딩 평면 구성

2차 계통의 시스템에 대한 슬라이딩모드 상태관측기는 다음과 같이 구성한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{y}} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{a}_{11} & \hat{a}_{12} \\ \hat{a}_{21} & \hat{a}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} K_1 \text{sgn}(\hat{x}_1 - x_1) \\ -L K_1 \text{sgn}(\hat{x}_1 - x_1) \end{bmatrix}$$

다음과 같이 슬라이딩모드 상태관측기 오차방정식을 고려한다.

$$\dot{e}_1(t) = a_{11} e_1 + a_{12} e_2(t) + Uvss + D_1 \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\dot{e}_2(t) = a_{21} e_1(t) + a_{22} e_2 - L Uvss + D_2 \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서, e_1 은 측정가능하며, e_2 는 측정 불가능 오차 상태, $Uvss = -K_1 \text{sgn}(\hat{x}_1 - x_1)$ 이다.

오차 방정식에 대한 가상의 오차 상태를 다음과 같이 정

의한다.

$$\dot{e}_3(t) = a e_1(t) \quad (a < 0) \quad (8)$$

가상의 오차 상태를 가지는 augmented 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{e}_1(t) = a_{11} e_1 + a_{12} e_2(t) + Uvss + D_1 \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

$$\dot{e}_2(t) = a_{21} e_1(t) + a_{22} e_2 - L Uvss + D_2 \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

$$\dot{e}_3(t) = a e_1(t) \quad (a < 0)$$

위의 가상의 상태를 가지고 다음과 같이 슬라이딩 평면을 구성한다.

$$s = c_1 e_1 + c_2 e_3 = 0 \quad (9)$$

여기서, $c = [c_1 \ c_2] = [1 \ -1]$ 이다.

상태 오차들이 슬라이딩 평면에 있도록 하면 다음 관계식을 만족한다.

$$\begin{aligned} e_1 - e_3 &= 0 \\ e_1 - e_3 &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

3.2 슬라이딩 모드에서의 상태관측기의 특성

식(8)을 식(6)의 오차 방정식에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$a e_1(t) = a_{11} e_1 + a_{12} e_2 + Uvss + D_1 \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad (11)$$

위의 식(11)으로부터

$$Uvss = (a + a_{11}) e_3(t) - a_{12} e_2(t) + D_1 \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad (12)$$

위의 관계식을 이용하면 e_2 에 대한 동특성 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_2(t) &= e_3(t) - L[(a + a_{11}) e_3(t) - a_{12} e_2(t)] \\ &\quad + F \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

여기서 상태 관측기의 이득 L 값은 적절히 선정하여야 한다.

3.3 슬라이딩모드 상태 관측기의 이득 K_1 결정

기존의 슬라이딩모드 상태관측기와 비교해 볼 때 슬라이딩 모드가 동특성을 가지고 있다.

식(8)과(10)으로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} e_1(t) - e_3(t) &= \frac{1}{a} \dot{e}_3(t) - e_3(t) \\ &= \dot{e}_3(t) - a e_3(t) \end{aligned}$$

그리고, 식(6), (8)과(10)으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \dot{e}_1(t) - \dot{e}_3(t) \\ &= a e_1(t) - a_{11} e_1(t) - a_{12} e_2(t) - Uvss \\ &= (a - a_{11}) e_1(t) - a_{12} e_2(t) - Uvss \end{aligned}$$

이득 K_1 은 슬라이딩 모드가 보장되도록 아래와 같은

조건이 만족되도록 선정한다.

$$\begin{aligned}
 & s(e, t) \cdot \dot{s}(e, t) < 0 \\
 & s \cdot \dot{s} = s(\dot{e}_1 - \dot{e}_3) \\
 & = (\dot{e}_3 - ae_3)[(a - a_{11})e_1 + a_{12}e_2 + U_{vss}] < 0
 \end{aligned}$$

a 값을 어떻게 선정하는가에 따라 a가 매우 작아지면 기존의 상태 관측기와 비슷한 특성을 가진다.

4. 시뮬레이션

다음과 같은 2차 계통의 상태관측에 대해서 살펴보기로 한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 + \Delta & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$$

여기서 $|\Delta| < 1$

기존의 VSS 상태관측기와 새로운 VSS 상태관측기를 구성하여 시뮬레이션한 결과는 아래의 그림과 같다.

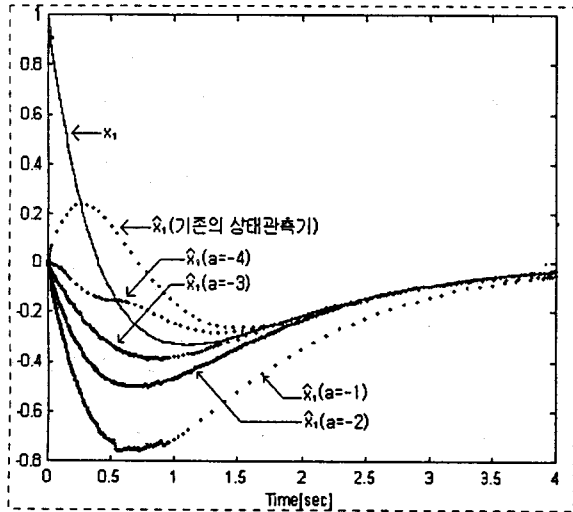


그림 1. 기존의 VSS 상태관측기와 새로운 VSS 상태관측기의 상태추정치 \hat{x}_1

그림 1.은 x_1 에 대한 기존의 VSS 상태관측기의 추정상태와 a 값의 변화에 따른 새로운 VSS 상태관측기의 추정상태들을 나타내고 있다. 그림 2.에서는 x_2 에 대한 기존의 VSS 상태관측기의 추정상태와 a 값의 변화에 따른 새로운 VSS 상태관측기의 추정상태들을 나타내고 있다. 그림 3에서 새로운 VSS 상태관측기의 슬라이딩 함수의 크기로 보아 오차가 슬라이딩 궤적을 거의 벗어 나지 않음을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 가상의 오차상태를 정의하여 새로운 슬라이딩 평면을 구성함에 따라 슬라이딩 평면에 동특성이 추가되는 새로운 VSS 상태관측기를 제안하였고 가상의 오차상태방정식의 파라미터값 a의 변화에 따른 VSS 상태관측기의 성능향상의 가능성을 보였다.

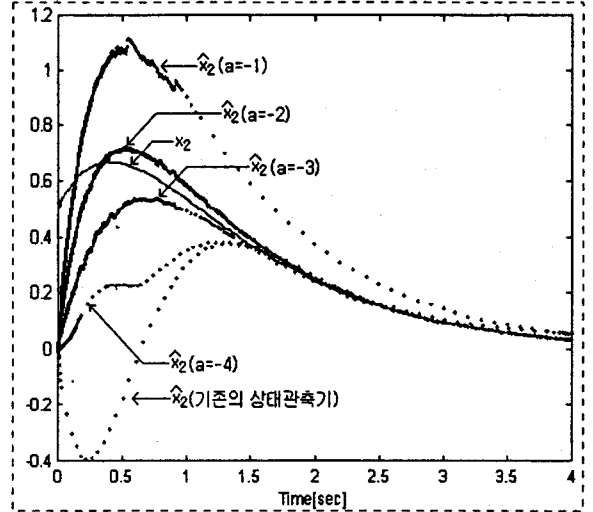


그림 2. 기존의 VSS 상태관측기와 새로운 VSS 상태관측기의 상태추정치 \hat{x}_2

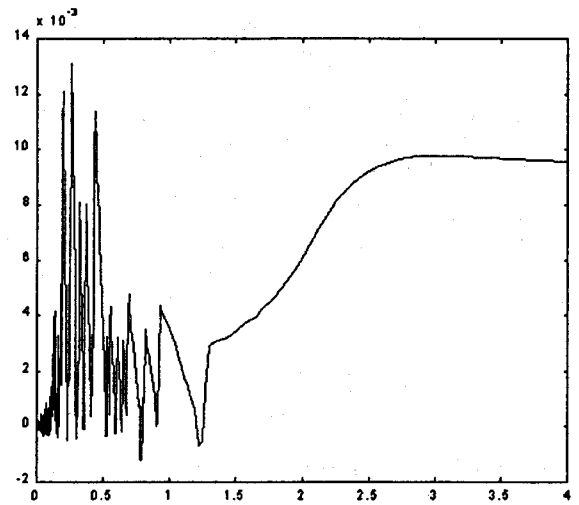


그림 3 새로운 VSS 상태관측기의 슬라이딩 함수의 크기

[참고 문헌]

- [1] HUNG, J.Y., GAO, W., HUNG, J.C. : 'Variable structure control : A survey,' IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 40, No.1 1993, pp.2-22
- [2] UTKIN, V.I. : 'Sliding modes and their application in variable structure systems'(Moscow, Mir Publishers, 1978)
- [3] ITKIS, U. : 'Control systems of variable structure' (JOHNWILLY & SONS, New York, 1976)
- [4] S. Sangwongwanich, S. Doki, T. Yonemoto, S. Okuma : 'Adaptive Sliding Observers for Direct Field-Oriented Control of Induction Motor'(IEEE, 1990)