

## 적응 퍼지 제어를 이용한 도립진자의 제어

이동빈, 고재호, 유창완, 임화영  
 광운 대학교 제어계측 공학과

### A Study on the Adaptive Fuzzy Control of an Inverted Pendulum

Lee Dong-Bin, Ko Jae-ho, Ryu Chang-wan, Yim Wha-Yeong  
 Dept. of Control and Instrumentation Eng. KwangWoon Univ.

**Abstract** - This paper represents fundamental developments in Fuzzy and Neural approaches. The Fuzzy Controller(FC) and plant are cascaded in Adaptive framework. Each of which produces its outputs. The adjustable parameters all pertain to the fuzzy controller is implemented as an Adaptive FC to adjust the environments of the plant. There is an error measure block which is a difference between the actual state and desired state. We introduce error back propagation algorithm in neural method. To speed up convergence, we follow a steepest decent in the sense that each parameter set update leads to a smaller error measure and is learned by this methodology. Inverted pendulum is a typical testbed to measure the effectiveness of nonlinear control system. finally we simulated the adaptive fuzzy controller to be able to bring back to the upright position of the its angle and angular velocity.

#### 1. 서 론

퍼지 제어기는 플랜트에 쉽게 적용할 수 있는 장점이 있으나 정밀 제어를 위해서는 많은 시행착오를 거쳐야 하므로 플랜트의 환경에 적응할 수 있는 제어기의 파라메타 변화가 필요로 하게 된다. 본 논문의 적응 퍼지 제어기는 전방향성 구조로서 입력에 종모양의 소속 함수를 사용하였으며 추카모도 모델과 곱의 추론 엔진 그리고 센터 에버리지 디퍼지파이어로 구성하였다. 플랜트에 적용키 위해 단계별 출력값과 기준 모델과의 차가 존재하는 오

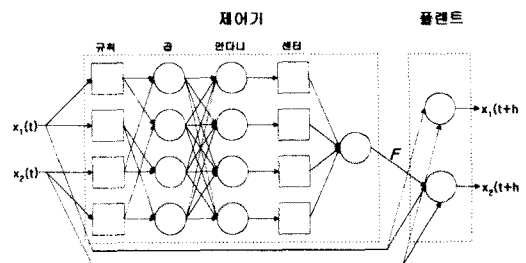
차 벡터가 있고 각 파라메타를 update하기 위해서 체인 규칙을 이용한 오차역전과 알고리즘을 사용하여 전체 오차를 최소로 하는 방향으로 최급 강하법을 사용하였다. 입력의 소속 함수와 출력의 센터 파라메타를 변화시키는 적응 퍼지 제어기로서 비선형성의 대표적인 플랜트인 도립 진자를 제어하는 것을 보여주었다.

#### 2. 본 론

퍼지 시스템에서 파라메타는 총 16개로서 입력의 각도와 각속도에 대해 각각 2개의 종합수를 사용하여 12개이고 출력의 센터값의 4개이다. 각 단계별 플랜트의 출력값과 기준 모델과의 차가 오차벡터에서 전체 오차가 최소로 되도록 출력하여 미분하고 그 파라메타를 한 번씩 변화하는 알고리즘을 사용하였다.

##### 2.1 퍼지 제어기 설계

퍼지 제어기의 입력은 그림1에서 제어대상인 도립 진자의 각도와 각속도로서 각각 2개의 종합수를 사용하여 4개의 규칙베이스를 기반으로 하고 미분하기 쉽도록 곱의 추론 엔진을 사용하였으며 출력은 센터에버리지 디퍼지파이어를 이용한 만다니 모델을 사용하여 플랜트의 입력으로 들어간다.



< 그림 1 > 퍼지 제어기

• 소속 함수 :

$$g_{bell\_mf} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-c}{a}\right)^2 b}$$

a는 a-cut 0.5에서 함수의  $\frac{1}{2}$  폭

b는 기울기

c는 중앙점

• 만다니 퍼지 모델

$$u = \frac{w1 * z1 + w2 * z2 + w3 * z3 + w4 * z4}{w1 + w2 + w3 + w4}$$

## 2.2 플랜트-도립전자

도립 전자 제어 시스템은 비선형 시스템의 대표적인 예로 제어 이론의 성능을 입증하는 플랜트로 많이 이용되고 있으며 진자를 직립인 상태로 유지하는 것이 적응퍼지 제어 시스템의 목적이다. 플랜트의 방정식과 상태변수 그리고 그 파라메타 (표1)는 다음과 같다.

- $x_1$  : 각도
- $x_2$  : 각속도
- $\dot{x}_1 = x_2$

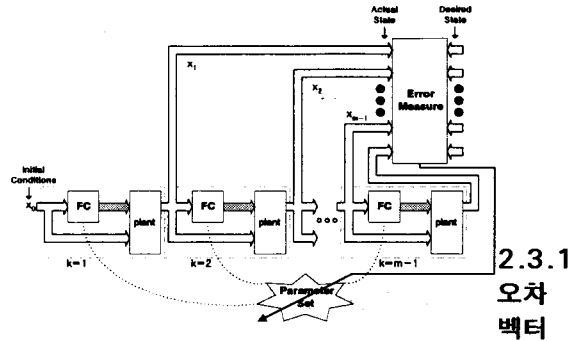
$$\ddot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \sin x_1 \cos x_1}{m_c + m}}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} + \frac{\cos x_1}{m_c + m} \cdot u$$

$x_1$	진자의 속도	6 degree
$x_2$	진자의 각속도	6 degree/sec
$u$	제어 입력	Newton
$m$	진자의 질량	0.127 kg
$g$	중력 가속도	9.81 m/s <sup>2</sup>
$m_c$	수레의 질량	0.186 kg
$l$	진자 길이의 반	0.3 m

<표 1.> 상태 변수와 시스템 파라미터

## 2.3 적응 퍼지 제어 시스템

적응 퍼지 제어 시스템은 퍼지 제어기(FC)의 각 단계를 연결하여 구성되고 입력은 플랜트의 초기 상태가 되고 출력은 m-1개의 상태가 된다. FC에 들어있는 모든 파라메타는 그림 2에 나타나있고 오차 벡터의 출력에 의해 update된다.



### 2.3.1 오차 벡터

< 그림 2 적응 퍼지 제어 시스템 > 이 오차 벡터에는 적응 퍼지 제어기의 각 단계별 실제 출력( $x(k)$ )과 플랜트의 원하는 상태( $x_d(k)$ )를 비교한 것이 존재한다. 원하는 상태는 0이 되므로 아래의 식과 같이 되고  $x(k)$ 는  $u(k)$ 는 과도 응답을 막기 위해 첨가하였으며  $\lambda$ 는 비례상수로서 클 경우에는 전체 오차가 커지고 적을 경우에는 수렴 속도가 늦어질 수 있으므로 적당한 값을 취해야 한다. 1/2은 미분할 때 편이하기 위함이다.

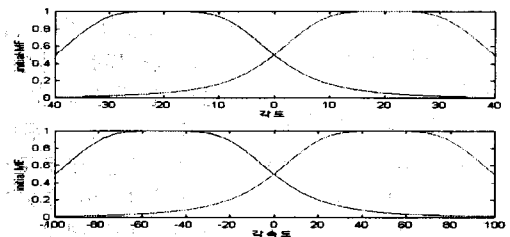
$$E = 1/2 \sum_{k=1}^m (x(k) - x_d(k))^2 + 1/2 * \lambda \sum_{k=0}^m (u(k))^2$$

### 2.3.2 오차 역전파와 최급 강하법

비선형 최적화의 하나로서 신경망 가운데 오차 역전파(back-propagation) 알고리즘을 이용하여 파라메타를 적응적으로 update하도록 하였다. 실제 출력과 목표 출력과의 오차 제곱의 합이 최소가 되도록 학습의 반복 회수로서 성능이 평가될 수 있으며 오차를 줄이는 방향으로 미분하여 목표값에 도달하도록 그 오차의 경사값과 변화율에 따른 최급 강하법을 사용하였으며 수렴속도에 적응키 위해 시스템 사이즈를 변경하는 알고리즘도 병행하여 제시하였다. 또한 지역 최소점으로 수렴하는 것을 방지하도록 적절한 모멘텀을 주어 빠져 나오는 알고리즘도 사용하였다.

- $X_{next} = X_{now} - k * g / \|g\|$ , k는 스텝사이즈
- $g = \partial E / \partial a$ , a는 파라메타

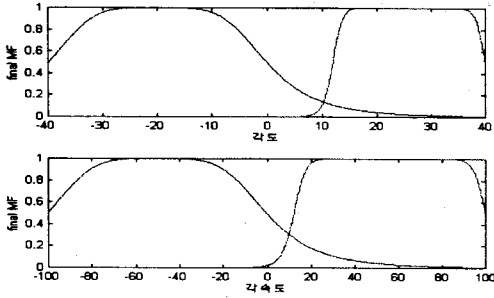
$$\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial \theta} * \frac{\partial \theta}{\partial u} * \frac{\partial u}{\partial w} * \frac{\partial w}{\partial a}$$



< 그림 3 각도에 대한 소속함수 >

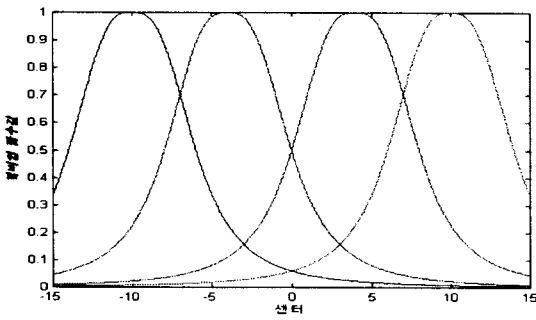
$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \frac{\partial E}{\partial \theta} * \frac{\partial \theta}{\partial u} * \frac{\partial u}{\partial z}, z \text{는 센터}$$

같다.



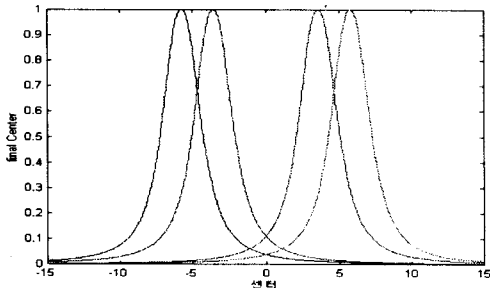
< 그림 4 학습후 각도에 대한 소속함수 >

## 2.4 시뮬레이션 결과



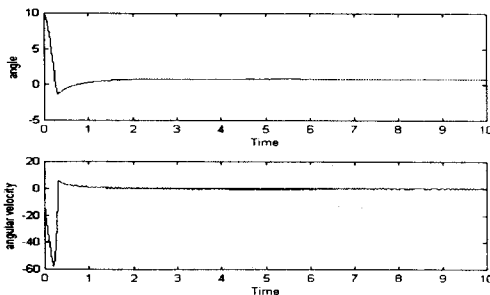
< 그림5 초기 결론부 소속 함수 >

입력부의 소속 함수에 종 함수를 사용하여 초기상

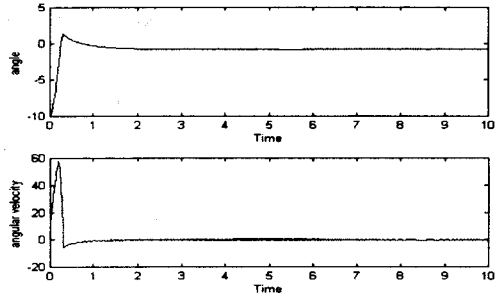


< 그림 6 학습후 결론부 소속 함수 >

태와 적응된 후의 결과와 센터값의 변화는 다음과



< 그림 7 시뮬레이션 결과 1 >



< 그림 8 시뮬레이션 결과 2 >

	각 도[deg]	각속도[deg/sec]
초기 상태	10	-10
초기상태	-10	10

## 3. 결 론

적용 퍼지를 적용하였을 때 오차 벡터를 이용한 알고리즘으로 도립 진자에 적용할 수 있는 파라메타를 update하여 제어하는 것을 이 논문에서는 보여주었고 일반 퍼지 제어를 사용한 경우에 비해 시행착오를 줄일 수 있었다. 그러나 오차에 대한 미분으로 파라메타를 변화시키는 계산과정에서 시간이 다소 걸리는 문제점과 거리까지 고려한 실제의 플랜트에 적용했을 때의 변화가 이 후의 과제로 남는다.

## (참 고 문 헌)

- [1] J.-S.R. Jang, C.-T. Sun, E.Mizutani, "Neuro-Fuzzy and Soft Computing", Prentice-Hall, 1997
- [2] L.X. Wang, "Adaptive Fuzzy systems and Control", Prentice-Hall, 1994
- [3] L.X. Wang, "A course in Fuzzy systems and Control", Prentice-Hall, 1997
- [4] J.-S.R. Jang, C.-T. Sun, "Neuro-Fuzzy Modelling and Control", The Proceedings of the IEEE, pp.1-29, march 1995
- [5] K.J. Astrom, B. Wittenmark, "Adaptive Control", Addison Wesley, 1995
- [6] J.-S.R. Jang, "Self-Learning Fuzzy Controllers Based on Temporal Back Propagation", IEEE Trans. on Neural Networks, 3(5) pp.714-723, 1992
- [7] J.-S.R. Jang, "Anfis: Adaptive-network based fuzzy inference systems", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, 20(2), pp.419-435, 1993
- [8] L.H. Tsoukalas, R.E. Uhrig, "Fuzzy and Neural Approaches in Engineering", John Wiley & Sons, Inc. , 1997