

## 지연입력을 가진 서보시스템의 상태추정자 설계

공정자, 허옥열, 정갑균  
인하대학교 전기공학과

### A state estimator design for servo system with delayed input

Kong Jeong-Ja, Huh Uk-Youl, Jeong Kab-Kyun.  
Dept. of Electrical Engineering, INHA University

**Abstract** - This thesis deals with the design problem of the state estimator for digital servo system. Digital servo system has input time delay, which depends on the size of control algorithm. The delayed input is a factor that brings out the state estimation error. So, in order to reduce this state estimation error of the system, we proposes a state estimator in which the delayed input of the system is considered.

At first, a discrete-time state-space model is established accounting for the delayed input. Next, the state estimator is designed based on this model. we employ Kalman filter algorithm in design of the state estimator.

The performance of proposed state estimator is exemplified via some simulations and experiment for servo system. And robustness of the proposed estimator to modelling error by variation of the system parameter is also shown in these simulations.

## 1. 서 론

대부분의 속도 서보시스템은 엔코더와 같은 위치 또는 속도 센서로부터 속도 정보를 얻는다. 일반적으로 엔코더를 사용한 속도 측정은 엔코더 출력 펄스 수와 펄스간의 시간 간격을 계산하여 이루어진다. 이 방식은 평균속도를 측정하는 것으로 측정 시간 지연을 유발한다. 속도 제어의 샘플링 시간이 짧아질수록 이 지연시간은 속도제어의 응답특성을 나쁘게 하는 요소로 작용한다. 특히 저속영역에서는 엔코더 출력 펄스간의 간격이 늘어나 이러한 측정 지연시간은 응답특성에 더 많은 영향을 미친다. 어떤 시스템에서는 매우 느린 속도에서의 속도응답특성이 위치제어에 있어서 매우 중요하고, 전체 시스템의 성능을 결정한다.

그러므로 이러한 단순한 순시 속도 측정 방식으로는, 특히 저속영역에서 해상도가 떨어지게 되어 실제 속도와 추정 속도와의 오차가 커지고, 제어시스템의 특성이 나빠진다. 이에 측정 지연 시간을 최소화하는 방식을 사용함으로써 속도 제어시스템의 특성을 개선시키는 제안들이 나오고 있다. 즉 외란 토오크 관측자를 사용하여 순시 속도를 측정하는 방식(1), 엔코더 정보와 더불어 전기자 권선 전류를 측정하여 순시 속도를 추정하는 방식(2), 상태 관측자를 구성하여 순시 속도를 추정하는 방식(3)(4) 등이 그것이다.

그러나, 실제의 제어시스템에는 측정 지연 시간 이외에 제어입력의 시간지연이 존재한다. 입력 지연시간은 제어 알고리즘의 크기에 의존하는 양으로, 입력 지연시간은 이에 비례한다고 볼 수 있다. 이러한 입력지연은 순시 속도 추정방식에서 추정오차를 유발시키는 또 하나의 요소로 작용하므로, 시스템의 정확한 상태 추정이나 정밀

제어 측면에서는 고려되어야 할 요소이다. 기존의 추정 방식만으로는 이러한 지연입력에 의한 오차발생의 문제를 해결하기 어렵다.

이에 본 논문은 입력지연에 의한 추정오차를 줄일 수 있는 추정방식을 제안한다. 먼저, 시간 지연이 존재하는 시스템에 대하여 입력의 시간지연이 반영된 이산시간 상태공간 모델을 세우고, 이 시스템모델에 대하여 상태 추정을 한다. 상태 추정자에는 확률적 외란을 포함하고 있는 동적 시스템에 대하여 선형, 불변항의 알고리즘을 제공하는 최적의 상태 추정자인 칼만 필터를 적용한다.

제안한 방식의 추정 성능을 입력지연이 존재하는 속도 서보시스템을 대상으로 한 모의실험과 실험을 통하여 검증한다. 모의실험에서는 입력지연을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 추정 성능을 비교하고, 실험에서는 제안한 추정자를 사용하여 속도 제어를 한 경우와 입력지연을 고려하지 않은 칼만 필터 알고리즘을 적용한 추정자를 적용한 경우의 제어 성능을 비교함으로써 제안한 방식이 제어 성능을 보다 개선시킴을 보인다.

## 2. 본 론

### 2.1 입력지연을 고려한 모델에 대한 상태추정자

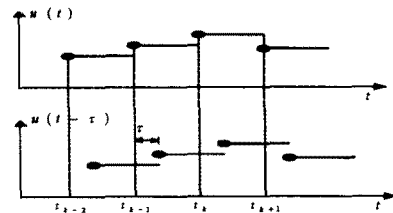


그림 1. 시간 지연

그림 1.은 연속시간 시스템에 대한 Zero-Order Hold 샘플링 한 경우에 대한  $t$ 시간만큼의 지연을 설명하는 것이다. 여기서,  $\tau$ 는 샘플링 주기  $T$  보다 작다고 가정한다. 이 시스템에 대한 연속시간 상태공간 모델은 아래의 식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax(t) + Bu(t-\tau) \\ z(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

(1)의 시스템에 대하여 Zero-Order Hold 샘플링할 때, 이산시간 상태공간 공칭모델은 다음의 관계식(2)와 같다.

$$\begin{aligned} x_k &= \Phi x_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} + \Gamma_0 u_{k-1} \\ z_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (2)$$

이식에서  $\Phi$ ,  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$ 는 각각 아래와 같다.

$$\begin{aligned}\Phi &= e^{AT} \\ \Gamma_0 &= \int_0^{T-r} e^{As} ds B \\ \Gamma_1 &= e^{A(T-r)} \int_0^r e^{As} ds B\end{aligned}\quad (3)$$

식(2)에서  $u_{k-2}$ 는  $t_{k-1}$ 점에서 볼때, 한 샘플링 시간 이전의 입력이다. 식(2)의 이산시간 상태공간 공칭모델에 시스템잡음  $\xi$ 과 측정잡음  $\eta$ 을 고려하면 시스템의 모델은 아래의 식(4)과 같다.

$$\begin{aligned}x_k &= \Phi x_{k-1} + \Gamma_0 u_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} + \Lambda \xi_{k-1} \\ z_k &= Cx_k + \eta_k\end{aligned}\quad (4)$$

시스템 잡음과 측정잡음의 기대값과 상호분산은 다음의 식과 같다고 가정한다.

$$\begin{aligned}E\langle \xi_k \rangle &= 0, \quad E\langle \eta_k \rangle = 0 \\ E\langle \xi_{k-1} \xi_k^T \rangle &= Q_{k-1}, \quad E\langle \eta_k \eta_k^T \rangle = R_k\end{aligned}$$

또한, 추정자의 초기값과 사후 추정오차 상호분산의 초기값을 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned}\hat{x}_0(+) &= E\langle x_0 \rangle \\ P_0(+) &= \text{Var}\langle x_0 \rangle\end{aligned}$$

이로부터 칼만 필터를 적용한 추정 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

$$\hat{x}_k(-) = \Phi \hat{x}_{k-1}(+) + \Gamma_0 u_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} \quad (5)$$

$$P_k(-) = \Phi P_{k-1}(+) \Phi^T + \Lambda Q_{k-1} \Lambda^T \quad (6)$$

$$\bar{K}_k = P_k(-) C_k^T [C_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1} \quad (7)$$

$$P_k(+) = [I - \bar{K}_k H_k] P_k(-) \quad (8)$$

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + \bar{K}_k [z_k - C \hat{x}_k(-)] \quad (9)$$

식(5)는 상태의 사전추정으로 지연입력이 고려된 값이다. 이로부터 식(9)의 사후추정의 결과에도 지연입력이 고려되는 결과를 얻는다. 식(6)과 식(8)은 각각 사전추정오차 상호분산행렬과 사후추정오차 상호분산행렬이고, 식(7)은 칼만이득행렬이다.

## 2.2 서보시스템의 적용

### 2.2.1 이산시간 상태공간모델

전동기의 회전 각속도를  $\omega$ , 전동기의 회전 위치를  $\theta$ , 외란 토크를 포함한 입력 토크를  $u$ 라 하면, 서보시스템의 연속시간 상태공간모델은 상태  $x$ 를  $x = [\omega \ \theta]^T$ 로 정의할 경우, 다음의 식(10)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= A x + B u \\ z &= C x\end{aligned}\quad (10)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{F}{J} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 1]$$

식에서  $J$ 는 시스템의 관성모멘트,  $F$ 는 마찰 계수를 나타낸다.

이러한 연속시간 상태공간모델에 대하여  $r$ 만큼의 시간 지연을 고려하고, 시스템 잡음과 측정 잡음을 고려한 이산시간 상태공간 모델은 다음의 식(11)으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}x_k &= \Phi x_{k-1} + \Gamma_1 u_{k-2} + \Gamma_0 u_{k-1} + \Lambda \xi_{k-1} \\ z_k &= Cx_k + \eta_k\end{aligned}\quad (11)$$

(11)식에서 시스템잡음과 측정잡음은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\xi_k &= u_{noise} \\ \eta_k &= \theta_{noise}\end{aligned}\quad (12)$$

(12)식에서  $u_{noise}$ 는 제어입력의 잡음과 외란 토크의 잡음을 모두 포함한 시스템잡음이고,  $\theta_{noise}$ 는 측정잡음이다.

그리고,  $\Phi$ ,  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$ 는 각각 (3)식에 의하여 구하고, 시스템 잡음 행렬  $\Lambda$ 는  $\Gamma_0$ 와 같다.

### 2.2.2 서보시스템의 잡음모델

서보 시스템에서는 전류 제어기와 모터의 비이상적인 특성 및 외란 그리고 모터 변수의 변동에 의한 시스템 모델 변수 변동 등의 시스템 잡음과 엔코더의 불완전성과 위치 데이터의 양자화 과정에서 생기는 측정 오차 성분 등을 포함한 측정 잡음이 존재한다. 본 논문에서는 이들 시스템 잡음과 측정 잡음의 특성을 서보시스템에 실재하는 형태로 고려하여, 이들 잡음신호의 평균과 분산을 규정하고, 이들을 확률밀도함수가 가우시안(Gaussian) 분포를 가지는 정규백색잡음으로 가정한다.

측정잡음에 있어서는 서보시스템 측정잡음의 가장 큰 부분을 차지하는 잡음을 엔코더의 양자화잡음으로 보고, 이에 대하여 측정잡음을 고려한다. 엔코더의 양자화잡음은 회전속도와는 상관없이 그 크기의 최소와 최대 범위를 알 수 있다. 오차를 회전자의 위치의 양인  $\theta$ 에 대하여 나타내면, 최소 오차  $\theta_{noise, min}$ 과 최대 오차  $\theta_{noise, max}$ 는 아래의 식과 같다.

$$\begin{aligned}\theta_{noise, min} &= 0^\circ \\ \theta_{noise, max} &= \frac{360^\circ}{\text{엔코더펄스수}/\text{회전[pulse/rev]}}\end{aligned}\quad (13)$$

이로부터 이들의 중심  $M_{\theta_{noise}}$ 을 구하면 다음을 얻는다.

$$M_{\theta_{noise}} = \frac{\theta_{noise, max} + \theta_{noise, min}}{2} \quad (14)$$

이 중심  $M_{\theta_{noise}}$ 을 측정 잡음  $\theta_{noise}$ 의 평균,  $\mu_{\theta_{noise}}$ 라고 가정하면, 다음의 식을 얻는다.

$$\mu_{\theta_{noise}} = E\langle \theta_{noise} \rangle = M_{\theta_{noise}} \quad (15)$$

이로부터 측정 잡음의 특성을  $N(\mu_{\theta_{noise}}, \sigma^2=1)$ 가우시안 확률잡음으로 고려한다.

시스템 잡음의 경우, 실제로 관성 모멘트의 변동에 의한 시스템 모델 변수의 변동을 구체적인 수식으로 표현하는 일은 매우 복잡하고 어려운 일이다. 그러므로, 본 논문에서는 실제의 서보 시스템에서 발생할 수 있는 관성 모멘트의 변동 구간을 규정하고, 이로부터 시스템 모델 변수의 변동을 고려한다. 모델의 관성 모멘트를  $J$ 라고 하고, 관성 모멘트의 변동 구간을 0.5J에서 5J사이

의 범위라고 할 때, 이러한 관성 모멘트의 변동 구간에 대한 시스템 모델 변수의 변동 구간을 구할 수 있다. 이로부터 시스템 모델 변수의 최소 변동분과 최대 변동분을 구한다. 최대 변동분과 최소 변동분의 중심을 시스템 변수 모델 오차의 평균,  $\mu$  모델오차 으로 하여, 시스템 잡음의 특성을  $N(\mu \text{ 모델오차}, \sigma^2=1)$ 인 가우시안 확률 잡음으로 간주한다.

### 2.3 모의실험 및 실험

다음의 그림 2.는 속도 서보 시스템의 블록도이다.

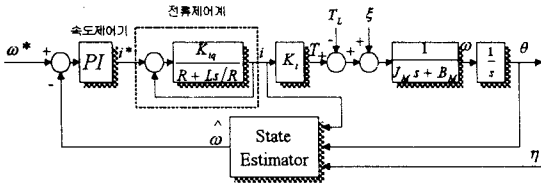


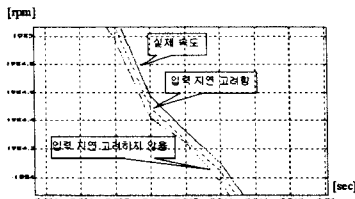
그림 2. 시스템의 블록도

그림에서  $Kt$ 는 토오크분 전류에 대한 발생 토오크의 비를 나타내는 토오크 정수이다.

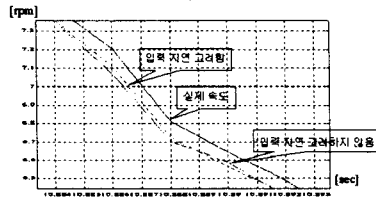
#### 2.3.1 모의실험

본 논문에서 실행한 모의실험에서는 서보 시스템에 0[rpm]에서 2000[rpm]까지 변하는 정현적 속도 지령을 입력하고, 이에 대한 서보시스템의 속도를 상대 추정된 결과를 보여준다. 특히 지연입력을 고려하지 않은 경우의 상태 추정 결과와 지연 입력을 고려한 경우의 상태 추정 결과를 비교하여 보았다.

먼저 그림 3은 시스템의 관성모멘트를 변동시키지 않은 모델에 대한 추정 성능 비교이다. (a)는 고속 부근의 추정을 나타낸 것이고, (b)는 저속 부근의 추정을 확대한 것이다. 여기서 저속이라 함은 엔코더가 검출할 수 있는 최저속을 말한다. 그림 4는 시스템의 관성모멘트가 0.5로 감소한 경우의 모의실험 결과이고, 그림 5는 시스템의 관성모멘트가 5로 증가한 경우의 모의실험 결과이다. 그림 3과 그림 4에서도 (a), (b)는 각각 고속 부근과 저속 부근에서의 추정 결과이다.



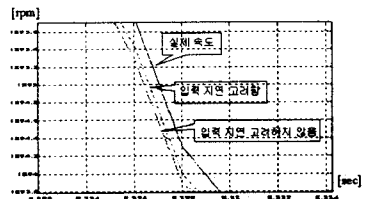
(a)



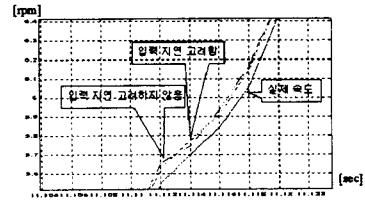
(b)

그림 3. 모의실험1.

(a)고속부근, (b)저속부근



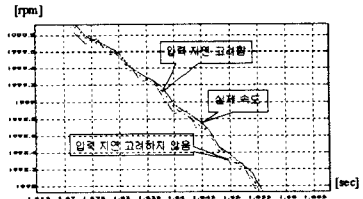
(a)



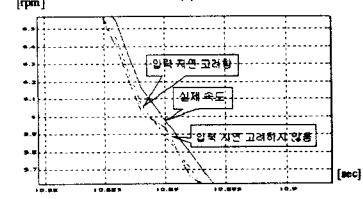
(b)

그림 4. 모의실험2:관성모멘트를 감소시켰을 경우

(a)고속부근 (b)저속부근



(a)



(b)

그림 5. 모의실험 3:관성모멘트를 증가시켰을 경우

(a)고속부근 (b)저속부근

모의실험의 결과들에서 보는 바와 같이 입력지연을 고려한 모델에 대하여 속도를 추정된 결과가 그렇지 않은 경우의 결과보다 나은 속도 추정성능을 보임을 알 수 있다. 또한 추정 오차를 백분율 오차로 고려하면, 전동기의 저속 영역에서의 추정 결과가 고속 영역에서의 추정 결과 보다 더 작은 오차를 가지는 결과를 얻었다.

#### 2.3.2 실험

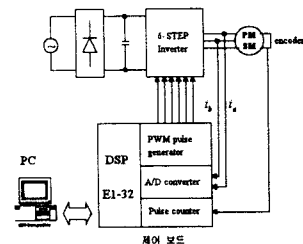
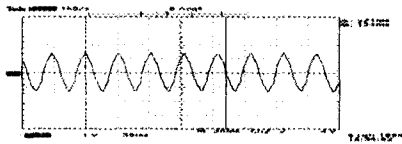


그림 6. 시스템의 구성

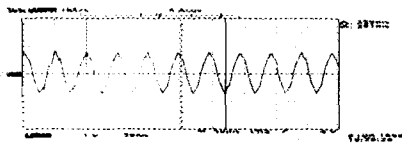
시스템의 구성은 그림 6.에서 보는 바와 같다. 실험은 8극, 1000rpm, 0.9 kW 정격의 영구자석형 동기전동기를 대상으로 하였다. 속도응답 파형의 측정은 전동기의 3상 입력전압 중에서 한 상의 전압을 관측함으로써 이루어졌다.

그림 7은 속도 지령을 28.5[rad/s]으로 하였을 경우의 속도응답 파형을 얻은 것이다. (a)는 입력지연을 고려한 추정자를 적용한 경우의 속도응답파형이고, (b)는 입력지연을 고려하지 않은 추정자를 적용한 경우의 속도응답 파형이다. (c)는 추정자가 없는 경우의 속도응답파형을 얻은 것이다. 속도 제어기와 전류 제어기는 비례적분제어를 적용하였고, 적용한 추정자의 성능을 비교하기 위하여 제어기의 이득은 동일하게 두었다.

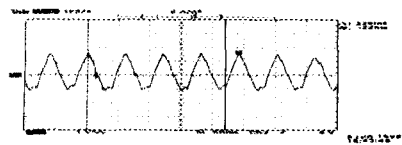
각 그림에서 두 수직 점선사이의 간격이 28.5[rad/s]의 기준선이다. 그림에서 보는 바와 같이 속도 응답파형 속도와의 속도오차의 크기가 제안한 추정자를 적용한 경우에는 1.64 [rad/s], 입력지연을 고려하지 않은 추정자를 적용한 경우는 1.69 [rad/s], 그리고 추정자를 적용시키지 않은 경우는 2.6[rad/s]로 나타나, 본 논문이 제안한 지연입력을 고려한 경우의 속도 오차가 가장 적게 나타나는 결과를 얻었다.



(a)



(b)



(c)

그림 7. 실험 결과 파형: (a)제안한 추정자를 적용한 경우 (b) 기존의 추정자를 적용한 경우 (c)추정자가 없는 경우

이 실험 결과로부터, 입력지연이 존재하는 디지털 제어 시스템에서 상태 추정자를 적용하여 상태를 추정할 때, 지연입력을 고려하여 설계한 상태 추정자를 적용하는 것이 제어성능을 향상시킬 수 있다.

### 3. 결 론

본 논문은 서보시스템의 상태추정자 설계에 관한 문제 중에서 지연입력에 의한 추정오차를 줄이는 문제를 다루었다. 입력지연이 존재하는 시스템에 대하여 시간지연을 고려한 이산시간 상태공간 모델을 세우고, 이에 대한 상태 추정자를 설계하였다. 또한 칼만 필터 알고리즘을 적용함에 있어서, 서보시스템의 모델링 과정에서 발생하는 모델링 오차와 속도측정 과정에서 발생하는 측정오차를 각각 시스템잡음과 측정잡음으로 고려하고 이들 잡음의

특성을 현실적으로 고려하여 모의실험과 실제 실험에 적용하였다.

모의실험을 통해서 입력지연이 존재하는 서보시스템에 대한 상태추정자의 상태추정이 잘 이루어진 것을 보았고, 실제 실험에서는 이러한 추정 결과를 사용한 속도 제어의 성능이 지연입력을 고려하지 않은 상태추정자의 추정오차에 비하여 감소함으로써 전체 시스템의 제어 성능이 향상됨을 보았다.

또한, 모의실험에서는 제안한 상태 추정자가 시스템 변수의 변동에 의한 모델링 오차에 대하여도 입력지연을 고려하지 않은 경우에 비하여 강인성이 향상되는 결과를 얻었다.

### [참 고 문 헌]

- [1] K. Fujita and K. Sato, "Instantaneous speed detection with parameter identification for ac servo system", IEEE Trans. Industry Applications, vol. 28 no. 4, July/August 1992
- [2] Y. Hori, T. Umeno, T. Uchida and Y. Konno, "An instantaneous speed observer for high performance control of dc servomotor using DSP and low precision shaft encoder", EPE FIRENZE, no. 3, pp. 637-652, 1991
- [3] K. Kubo, M. Watanabe, F. Kozawa and K. Kawasaki, "Disturbance torque compensated speed observer for digital servo drives", in Proc. of IECON'90, vol. 2, pp. 1182-1187, 1990
- [4] H.W. Kim and S.K. Sul, "A new motor speed estimator using Kalman filter in low-speed range", IEEE Trans. Industrial Elec., vol. 43 no. 4, August 1996
- [5] M. Watanabe et al., "Digital servo system using speed estimation observer", Trans. IEE Japan, vol. 107-D no. 12, 1987
- [6] M. S. Grewal and A. P. Andrews, Kalman filtering theory and practice, Prentice Hall, pp.41-85, 1993