

비결합 전향 보상기를 갖는 선형다변수 시스템의 퍼지제어기 설계

송정화, 정동근, 김영철
충북대학교 전자공학과

Fuzzy Controller Design of MIMO System with Decoupling Feedforward Compensator

Jeong-Hwa Song, Dong-Keun Jung, Young-Chol Kim
Department of Electronic Engineering, Chungbuk National University

Abstract - In order to improve the tracking performance of 2x2 multivariable control systems, a fuzzy control algorithm with feedforward compensator is represented. The method consists in two steps. First, neglecting interconnections, one designs a fuzzy controller to each individual loop. In the second stage, low-order transfer functions of outputs to reference inputs are estimated. We propose a design method of the feedforward compensator based on the transfer functions. An illustrative example are shown.

1. 서론

다변수(MIMO) 시스템의 분산형 퍼지제어기를 설계할 때 기존에 주로 사용된 방식은 전체 다변수 시스템을 단일 입·출력 부시스템으로 분해하여 각 부시스템에 대해서 독립적으로 제어기를 설계하기 때문에 결합 요소는 고려되지 않는다[3]. 또한 부시스템간의 결합특성이 모델링되는 경우, 분산제어기를 설계하기 이전에 제어기와 플랜트 사이에 비결합기를 구성하여 상호결합 영향을 상쇄시키는 방식이 사용되어왔다[2]. 이러한 설계방법은 전자의 경우 각 부 시스템이 강하게 결합되어 있을 때, 후자의 경우는 모델 불확실성이 있을 때 제어성능 뿐만 아니라 시스템의 안정도 보장이 어려워진다.

본 논문의 목적은 결합정도가 강한 다변수 시스템에 대해 비결합 전향보상기를 도입하여 상호 결합항의 영향을 줄일 수 있는 분산 퍼지제어기를 제안하고자 한다. 비결합된 각 SISO시스템에 대해 퍼지제어기를 설계하고 기준 입력의 변화에 따른 결합정도를 오프라인으로 식별해서 얻어진 모델을 이용하여 전향보상기를 구성한다. 제안된 분산 퍼지제어기는 2x2 다변수 시스템에 대한 모의실험을 통해 그 타당성과 성능을 검증하였다.

2. 다변수 퍼지제어 시스템의 전향보상기 설계

본 장에서는 2x2 다변수 시스템에 대해 전향보상기를 갖는 퍼지제어기를 설계하는 방법에 대해 기술하고자 한다. 먼저 비결합된 단일 입·출력 시스템에 대해 퍼지제어기를 설계한다. 다음에 이 제어기를 갖는 피드백 시스템에 대해 기준입력의 변화에 따른 출력측 영향을 시스템 식별을 통해 페루프 전달함수로 추정 한 뒤 이것을 이용하여 전향보상기를 설계하게 된다.

2.1 주 퍼지제어기의 설계

그림 1은 피드백 루프에 주 퍼지제어기를 갖는 2x2 시스템이다.

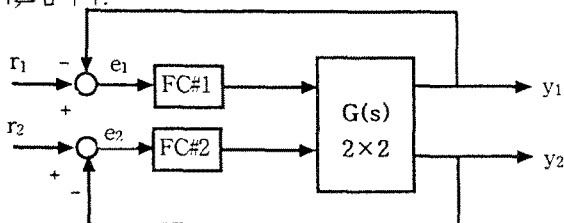


그림 1. 다변수계의 퍼지제어 시스템 구성도

퍼지제어기 FC#1, FC#2의 입력변수는 오차와 오차의 변화량이고, 출력변수는 플랜트 입력 값이다. 입력된 오차와 오차의 변화량은 매 샘플링 시간마다 퍼지제어기의 출력 값을 산출하여 플랜트에 제어 값으로 입력된다. 퍼지제어기는 퍼지화부, 지식베이스, 의사결정 논리부, 그리고 비퍼지화 과정으로 구성된다. 퍼지화과정은 그림 2와 같은 삼각형태의 소속함수로 Macvicar-Whealn[4]에 의해 제시된 규칙기반을 적용한다. 의사결정 논리부는 추론부로 Max-Min 합성법을 사용하였으며 마지막으로 비퍼지화 단계에서는 최대치평균법(MOM)에 의해 생성된 결과값을 미리 Look-up Table로 각각 구성한다.

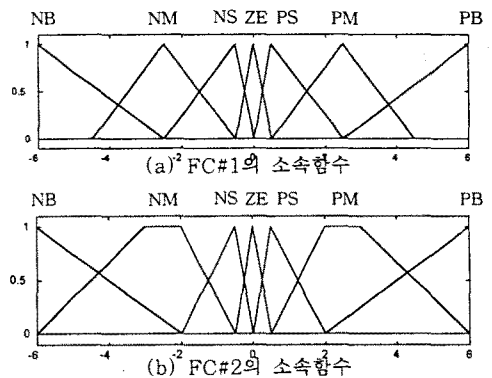


그림 2. 퍼지제어기의 소속함수

2.2 전향(Feedforward) 보상기의 설계

전향보상기의 구조를 도출하기 위해 먼저, 그림 1의 주 제어기인 FC#1, FC#2가 동작영역에서 선형시스템이라고 가정하고 그림 3으로부터 페루프 전달특성을 유도하게 된다.

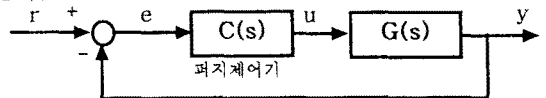


그림 3. 간략화된 다변수 시스템의 구성도

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

$$C(s) = \begin{bmatrix} c_{11}(s) & 0 \\ 0 & c_{22}(s) \end{bmatrix}, G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix}$$

페루프시스템 $y = [I + GC]^{-1} GC r$ 이고, 페루프 전달함수를 $T(s)$ 라고 놓으면

$$T(s) = [I + GC]^{-1} GC \tag{1}$$

$$\cong \begin{bmatrix} t_{11}(s) & t_{12}(s) \\ t_{21}(s) & t_{22}(s) \end{bmatrix}$$

식(1)의 각 전달함수는 다음과 같다.

$$t_{11}(s) = \frac{c_{11}}{\Delta} [(1 + c_{22}g_{22})g_{11} - c_{11}g_{12}g_{21}] \quad (2)$$

$$t_{12}(s) = \frac{c_{22}}{\Delta} [(1 + c_{22}g_{22})g_{12} - c_{11}g_{12}g_{22}] \quad (3)$$

$$t_{21}(s) = \frac{c_{11}g_{21}}{\Delta} [(1 + c_{11}g_{11}) - c_{22}g_{11}] \quad (4)$$

$$t_{22}(s) = \frac{c_{22}}{\Delta} [(1 + c_{11}g_{11})g_{22} - c_{22}g_{12}g_{21}] \quad (5)$$

여기서, $\Delta = |I + GC|$

위의 식(2)~(5)는 피드백 제어기만 고려했을 때의 페루프 전달함수의 전개식이다.

다음의 그림 4는 전향 보상기를 갖는 다변수 시스템에 대한 블럭선도이다.

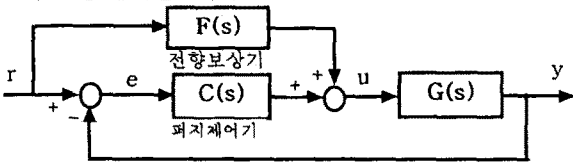


그림 4. 전향보상기를 고려한 다변수 시스템 구성도

여기서, $F(s) = \begin{bmatrix} 0 & f_{12}(s) \\ f_{21}(s) & 0 \end{bmatrix}$ 이다.

이때의 페루프 전달함수를 $T'(s)$ 라 하자. 그러면,

$$T'(s) = [I + GC]^{-1}G[C + F] \quad (6)$$

$$\triangleq \begin{bmatrix} t_{11}' & t_{12}' \\ t_{21}' & t_{22}' \end{bmatrix}$$

식(6)의 각 전달함수는

$$t_{11}'(s) = \frac{1}{\Delta} [(1 + c_{22}g_{22})(g_{11}c_{11} + g_{12}f_{21}) - c_{11}g_{12}(g_{21}c_{11} + g_{22}f_{21})] \quad (7)$$

$$t_{12}'(s) = \frac{1}{\Delta} [(1 + c_{22}g_{22})(g_{11}f_{12} + g_{12}c_{22}) - c_{11}g_{12}(g_{21}f_{12} + g_{22}c_{22})] \quad (8)$$

$$= t_{12}(s) + \frac{t_{11}}{c_{11}} f_{12}$$

$$t_{21}'(s) = \frac{1}{\Delta} [-c_{22}g_{21}(g_{11}c_{11} + g_{12}f_{21}) + (1 + c_{11}g_{11})(g_{21}c_{11} + g_{22}f_{21})] \quad (9)$$

$$= t_{21}(s) + \frac{t_{22}}{c_{22}} f_{21}$$

$$t_{22}'(s) = \frac{1}{\Delta} [-c_{22}g_{21}(g_{11}f_{12} + g_{12}c_{22}) + (1 + c_{11}g_{11})(g_{12}f_{12} + g_{22}c_{22})] \quad (10)$$

전향보상기를 고려한 다변수 시스템의 페루프 출력은 다음 식으로 나타낸다

$$y_1 = t_{11}'(s)r_1 + t_{12}'(s)r_2 \quad (11)$$

$$y_2 = t_{21}'(s)r_1 + t_{22}'(s)r_2$$

이때, y_1 이 r_2 의 변화에 무관하려면 $t_{12}'(s) = 0$ 이어야 하므로 식(8)을 영으로 놓고 $f_{12}(s)$ 에 대해 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$f_{12}(s) = -\frac{t_{12}(s)}{t_{11}(s)} \cdot c_{11}(s) \quad (12)$$

마찬가지 방법으로 $f_{21}(s)$ 에 대해 정리하면 다음과 같이 설정 할 수 있다.

$$f_{21}(s) = -\frac{t_{21}(s)}{t_{22}(s)} \cdot c_{22}(s) \quad (13)$$

식 (12)의 전달함수는 그림 1의 시스템에 대해 Golubev[1]의 시스템 식별방법을 적용하여

$t_{11}(s) = \frac{y_1(s)}{r_1(s)} \Big|_{r_2=0}$ 와 $t_{12}(s) = \frac{y_1(s)}{r_2(s)} \Big|_{r_1=0}$ 로 부터 얻는다. 동일한 절차에 의해서 $t_{21}(s)$, $t_{22}(s)$ 를 식별할 수 있다.

그림 5는 2×2 다변수 시스템을 비결합된 부시스템으로 나누어 퍼지제어기를 설계하고 결합항의 영향을 줄이기 위해 전향보상기를 제안한 전체 시스템이다.

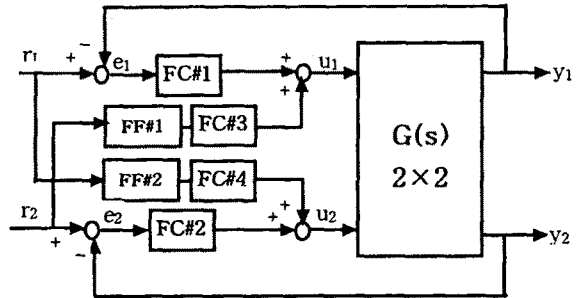


그림 5. 비결합 전향보상기를 갖는 선형다변수 시스템

FC#1, FC#2는 다변수 시스템을 비결합된 단일 입·출력 부시스템으로 나누어 설계한 퍼지제어기이고, $FF\#1 = -\frac{t_{12}(s)}{t_{11}(s)}$ $FF\#2 = -\frac{t_{21}(s)}{t_{22}(s)}$ 이다. FC#3, FC#4는 각각 FC#1, FC#2의 퍼지제어기를 사용하거나, 시스템 이득을 고려하여 부분적으로 수정한 퍼지제어기이다.

3. 모의실험

모의실험에 적용한 플랜트는 다음과 같은 2-입력 2-출력 다변수 시스템이다

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s+1)^3} & \frac{1}{2(s+1)^3} \\ \frac{1}{(s+2)^3} & \frac{3}{2(s+2)^3} \end{bmatrix}$$

비결합된 단일 입·출력 시스템에 대해 퍼지제어기 FC#1, FC#2를 설계하면 각각의 Look-up Table은 표 1, 표 2와 같다. 이 주 퍼지제어기를 갖는 그림 1 시스템을 구성하고 각각의 스텝 기준입력을 차례로 인가하여 출력의 응답 데이터로부터 저차의 전달함수를 식별한다. 이들로부터 다음식을 얻는다.

$$FF\#1 = -\frac{15.3s^5 + 167.2s^4 + 883.6s^3 + 2613.1s^2 + 3274.2s + 326.9}{0.3s^5 + 6.5s^4 + 71.3s^3 + 520.7s^2 + 2610.8s + 6761.7}$$

$$FF\#2 = -\frac{0.4s^5 + 14.4s^4 + 106.6s^3 + 883.5s^2 + 2213.4s + 61.4}{0.9s^5 + 11.4s^4 + 126.8s^3 + 725.8s^2 + 3223.5s + 7551.2}$$

표 1. 추론한 FC#1의 Look-up Table

E	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
DE	-6	-6	-6	-5	-6	-6	-6	-3	-1	-1	-1	0	0
	-5	-6	-6	-5	-6	-6	-6	-3	-1	-1	-1	0	0
	-4	-5	-5	-5	-5	-5	-3	-1	-1	-1	0	0	0
	-3	-6	-6	-5	-3	-3	-3	-1	0	0	1	1	1
	-2	-6	-6	-5	-3	-3	-3	-1	0	0	1	1	1
	-1	-6	-6	-5	-3	-3	-1	-1	0	1	1	3	3
	0	-6	-6	-5	-3	-3	-1	0	1	3	3	5	6
	1	-3	-3	-3	-1	-1	0	1	1	3	3	5	6
	2	-1	-1	-1	0	0	1	3	3	3	3	5	6
	3	-1	-1	-1	0	0	1	3	3	3	3	5	6
	4	0	0	0	1	1	1	3	5	5	5	5	5
	5	0	0	0	1	1	1	3	5	5	6	5	6
	6	0	0	0	1	1	1	3	6	6	6	5	6

표 2. 추론한 FC#2의 Look-up Table

E	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
DE	-6	-6	-6	-5	-6	-6	-6	-3	-0.5	-0.5	-1	0	0
	-5	-6	-6	-5	-6	-6	-6	-3	-1	-1	-1	0	0
	-4	-5	-5	-5	-5	-5	-3	-3	-1	0	0	0	1
	-3	-6	-6	-5	-6	-6	-3	-3	-1	0	0	0	1
	-2	-6	-6	-5	-6	-6	-3	-3	-1	0	0	0	1
	-1	-5	-5	-3	-3	-3	-1	-1	0	1	1	1	3
	0	-3	-3	-3	-3	-3	-1	0	1	3	3	3	6
	1	-3	-3	-1	-1	-1	0	1	3	3	3	3	5
	2	-0.5	-1	0	0	0	1	3	3	6	6	5	6
	3	-0.5	-1	0	0	0	1	3	3	6	6	5	6
	4	-1	-1	0	0	0	1	3	3	5	5	5	5
	5	0	0	1	1	1	3	6	5	6	6	5	6
	6	0	0	1	0.5	0.5	3	6	5	6	6	5	6

그림 6(a)의 r_1 은 1로 일정하고 r_2 는 30초 후 1에서 2로 변화 되었을 때의 기준입력이다. 그림 6(b)는 전향보상기를 적용했을 때와 하지 않았을 때의 시스템 입력 u_1 이다. 그림 6(c)는 기준입력 변화시 결합항에 의한 출력과 제안한 비결합 전향보상기를 적용했을 때의 출력이다. 본 논문에서 제안한 제어기의 출력이 느린 상승시간을 갖지만 기준입력 r_2 의 변화에도 상호결합 영향을 완화시킴을 보였다. 마지막으로 그림 6(d)는 r_2 의 변화에 대한 y_2 의 응답이다.

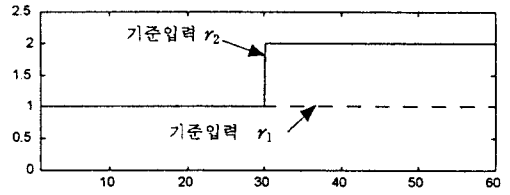
4. 결 론

본 논문에서는 각 부 시스템간 결합정도가 강한 다변수 시스템에 대해 분리형 퍼지 전향 보상기를 설계하여 결합항의 영향을 완화시키는 분산 퍼지제어기의 설계방법을 제시하였다. 비 결합된 단일 입·출력 시스템에 대한 제어기는 Mamdani 추론 방법을 적용한 퍼지제어기로 설계하였다. 각 부 시스템의 퍼지 피드백 제어기가 조합된 전체 다변수 제어기에 대한 결합영향을 식별하기 위하여 다변수 페루프 전달함수를 Golubev 식별방법을 이용하여 저차의 전달함수로 식별한 후, SISO시스템에 대해 설계된 퍼지 피드백 제어기의 조합으로 상호 결합항의 영향을 완화하는 퍼지 분리형 전향보상기를 구성하였다. 제안된 방식은 각 부 시스템간에 결합정도가 강한 다변수시스템의 분산제어기 설계에 유용할 것으로 기대된다.

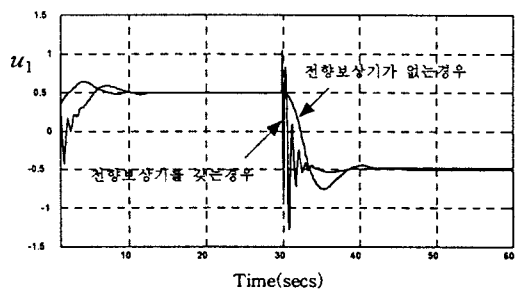
(참 고 문 헌)

[1] Boris Golubev and Isaac Horowitz, "Plant rational transfer approximation from input-output data," *Int. J. Control*, Vol.36, No.4, 711-723, 1982.

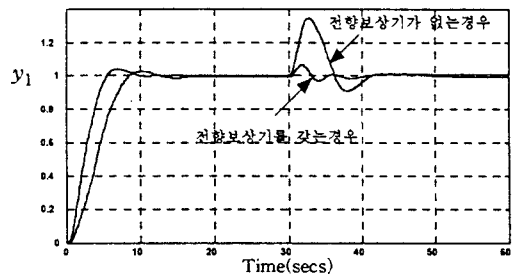
[2] Carlos A. Smith, Armando B. Corripio, *Principles and Practice of Automatic Process Control*, John Wiley & Sons, 1984.
 [3] Kumar S. Ray and D. Dutta Majumder, "Application of Circle Criteria for Stability Analysis of Linear SISO and MIMO Systems Associated with Fuzzy Logic Controller," *IEEE Trans. on Systems, MAN, and Cybernetics*, Vol. SMC-14, No. 2, 1984.
 [4] P. J. MacVicar-Whelan, "Fuzzy sets for man-machine interaction," *Int. J. of Man-Machine Studies*, vol. 8, pp. 687-697, Nov., 1976.
 [5] 최한수, 김성중, "퍼지제어 시스템을 위한 이득동조 방법," *Trans. KIEE*, Vol. 43, No. 5, 1994.



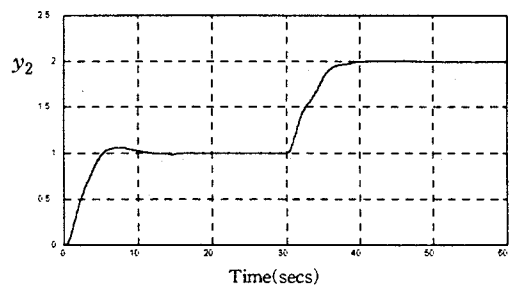
(a) 기준입력 (30초후 r_2 를 1→2로 변화)



(b) 플랜트 입력 u_1 에 대한 y_1 의 응답



(c) r_2 에 의한 y_1 의 응답



(d) y_2 의 출력 응답

그림 6. 전향보상기를 적용한 경우와 그렇지 않은 경우의 입·출력 응답