웨이브렛 변환과 ADPCM을 연계한 영상압축에 대한 연구

송제웅*, 김동욱, 정영식
인천대학교 전기공학과

A Study of Image Compression with Wavelet transform interconnected to ADPCM

Je-ung Song*, Dong-wook Kim, Young-sik Chung
University Of Inchon

Abstract - In this paper, we interconnected the wavelet transformation and ADPCM to improve the imge compression ratio and reduce the loss of information in the reconstructed image. Simulation shows the promising results.

1. 서 론

정보화에 의한 통신기술의 획기적인 발달로 멀티미디어의 시대가 도래함에 따라, 영상 데이터나 그래픽 데이터와 같은 다양한 형태의 정보를 저장하고 전송하는 것에 관한 문제가 끊임없이 대두되고 있다. 특히, 정보화에 의한 멀티미디어의 발달에 있어서 영상의 역할은 매우 중요하며, 영상의 특성상 데이터의 양이 크기 때문에 압축이 없이는 저장과 전송에 어려움이 따르는 것이 현실적인 문제이다. 따라서 영상압축은 중요한 연구과제로서 부각되고 있으며, 영상신호처리분야에서 큰 비중을 차지하고 있다. 영상압축에 있어서 기존의 문제점은 신호로부터 정보를 얻기 위해 좀 더 편리한 형태로 변환하는 과정에서 발생되는 정보의 손실에 초점을 맞출 수 있다. 예를 들어, 푸리에 변환(Fourier Transform), Short-Time Fourier Transform(STFT)등은 신호를 정상(stationary)하다고 가정하거나, 창(Window)함수를 신호에 적용하여 창 함수내의 신호를 정상적이도록 근사화하여 신호를 해석하므로 일반적으로 비정상(non-stationary)적인 신호로부터 정보를 얻는 데에는 한계가 따르게 된다.

본 논문에서는 일반적인 영상의 주류를 이루고 있는 비정상적인 신호의 해석에 있어서 비교적 탄력적으로 대처가 가능한 웨이브렛 변환(Wavelet Transform)을 적용하여 영상의 복원력을 높이고자 한다. 또, 분해된 영상의 계수를 전송하는데 있어서, 비교적 낮은 가격에 압축, 전송 및 복원 성능이 우수한 Adaptive Differential Pulse Code Modulation(ADPCM)을 적용한다.

2. 본 론

2.1.1 웨이브렛 변환

웨이브렛 이론은 다양한 신호처리 응용분야에서 독자적으로 발전되어온 많은 신호처리 기법을 통합하여 하나의 작업공간을 제공하는 강력한 이론이다. 영상 인식 분야의 다해상도 신호처리(multiresolutional signal processing), 음성과 영상 신호의 압축에 사용되는 서브밴드 부호화 기법(subband coding), 그리고 응용수학에서 이용되는 웨이브렛 전개(Wavelet expansion)등이 서로 다른 관점에서 발전되어 온 웨이브렛 이론의 한 분야로 볼 수 있다.

신호를 해석함에 있어서 시간에 따라 통계적으로 변하지 않는 정상신호에 대해서는 푸리에 변환을 적용함으로서 주파수 성분에 대한 정보를 얻을 수 있지만, 시간에 따라 통계적 특성이 변하는 비정상신호에 대해서는 푸리에 변환을 적용시 주파수 성분이 전체적으로 퍼짐으로서 신호에 대한 정확한 정보를 얻을 수 없다. 비정상신호에 대한 분석을 위해서 변환하고자 하는 신호를 창(Window)내로 제한하여 창 함수를 적용함으로써 창 내를 정상신호로 근사화하여 푸리에 변환을 취하는 것을 STFT(Short-Time Fourier Transform)이라고 한다.

$$STFT(\tau,f)=\int x(t)g^{*}(t-\tau)e^{-2\pi ft}dt \qquad (1)$$

STFT는 창 함수 $g(t)$에 의하여 그림1과 같이 일정한 시간분해능과 주파수 분해능이 결정되므로 어떤 신호를 분석을 할 때 시간 분해능과 주파수 분해능을 동시에 좋게 할 수 없다는 단점을 가지고 있다.

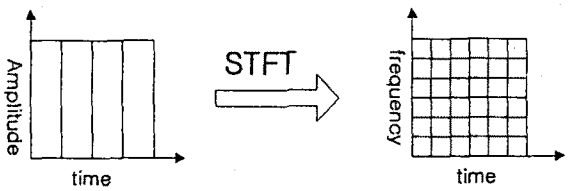

그림1. STFT 변환도

식

$$\frac{\nabla f}{f}=constant \qquad (2)$$

과 같이 분석필터의 대역폭이 중심 주파수에 대해서 일정한 constant-Q 해석을 사용하여 웨이브렛 변환에 적용시킨다. 즉, STFT의 시간 주파수 분해능의 제한을 극복하기 위하여 시간-주파수 평면상에서 시간 분해능과 주파수 분해능을 변화시킴으로서 고주파대역에서는 시간분해능이 짧은 창을 사용하고 저주파대역에서는 긴 윈도우를 사용하므로 융통성있게 신호를 분석하도록 개선한 것이 웨이브렛 변환이다.

$L^{2}(R)$에 있는 어떤 함수 $h(t)$가 아래 식을 만족할 때 기저함수(basis function)로서 인정되어진다.

$$c_{g}=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{|H(\omega)|^{2}}{|\omega|}d\omega<\infty \qquad (3)$$

여기서, c_{g}는 허용상수이다. $H(\omega)$는 $h(t)$를 푸리에 변환한 것이다. 위 식(3)을 만족하는 모든 함수 $h(t)$를 웨이브렛 변환의 기본 기저함수, mother wavelet으로 선택할 수 있다. 웨이브렛 변환은 식 (3)을 만족하면서, 진동성분을 갖고 진폭이 빠르게 0으로 감소하는 신호 $h(t)$, *mother wavelet*인 일련의 기저함수의 조합으로 신호를 해석하며, 웨이브렛은 하나의 원형 웨이브렛 함수를 천이(shift)뿐만 아니라, 확장(dilation)과 수축(contraction)을 수행하여 변형시킴으로서 얻어지며, 아래와 같은 웨이브렛 계수 $CWT_{x}(\tau,a)$를 얻게된다.

$$CWT_{x}(\tau,\omega)=\frac{1}{\sqrt{|a|}}\int x(t)h^{*}\left(\frac{t-\tau}{a}\right)dt \qquad (4)$$

즉, scale과 천이에 의하여 주어지는 웨이브렛 변환의 기저함수, $h\left(\frac{t-\tau}{a}\right)$에 따라서 그림 2와 같이 시간, 주파수분해능이 결정되고, 그 분해능에 따라 원신호에 대한 변환 결과가 웨이브렛 계수 값으로 결정된다. 웨이브렛 변환은 $L^2(R)\rightarrow L^2(R^2)$의 또 다른 변환으로써 STFT와 비교해 볼 때 constant-Q 해석를 통하여 훨씬 좋은 시간-주파수분석을 제공한다.

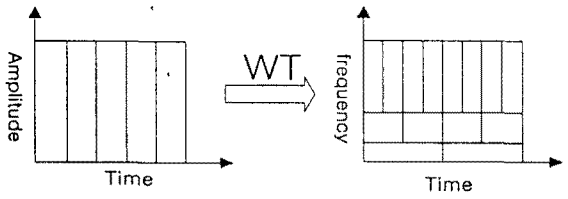

그림 2. WT변환도

역 Wavelet Transform은 아래와 같다.

$$x(t)=c\int_{a>0}\int CWT(\tau,a)h_{a,\tau}(t)\frac{dad\tau}{a^2} \quad (5)$$

time-scale 매개변수 a,τ를 이산화함으로써 이산 웨이브렛 변환을 구하면 아래의 식과 같이된다.

$$c_{m,n}=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k)h^*_{m,n}(k) \quad (6)$$

$$h_{m,n}(k)=a_0^{\frac{-m}{2}}h(a_0^{-m}k-nT)$$

$$a=a_0^m,\ \tau=na_0^mT$$

이산 웨이브렛 변환에서 웨이브렛 패킷(wavelet packet), $h_{j,k}(n)$는 각각의 다른 값을 갖는 scale 변수와 shift변수에 의해서 서로 다른 분해능을 제공하고 이것들이 전체 변환평면 $L^2(R^2)$의 orthonormal 기저함수를 이룬다. 따라서 웨이브렛 변환은 신호를 각각의 분해능에 따른 성분들로 변환함으로써 다 분해능분석을 제공한다. 즉, 식(6)에서 얻은 웨이브렛 계수 $c_{m,n}$은 $L^2(R^2)$평면을 이루는 직교 subspace $W_0\bigcup W_1\bigcup\ldots\bigcup W_m$들에 $x(k)$를 투사(projection)시킴으로써 얻은 것이다.

이산 웨이브렛 역 변환식은 아래와 같다.

$$x(n)=c\sum_j\sum_k c_{j,k}h_{j,k}(n) \quad (7)$$

여기서, c는 정규화된 상수이다.

2.1.2 쌍직교 웨이브렛 변환

영상과 같은 2차원 신호는 열 방향으로 웨이브렛 변환을 수행하고 그 결과를 다시 행 방향으로 한 번 더 웨이브렛 변환을 하게 된다. 본 논문에서는 쌍직교(Biorthogonal) 웨이브렛 변환을 사용하였다. Mother wavelet에 부가하여 쌍직교 웨이브렛에서 고려되어야 하는 제약조건으로는 쌍직교 웨이브렛 변환이 적용될 전체 시스템의 형태가 분해와 복원과정 중 정보의 손실이 없는 항등시스템(identity system)이고, 직교 웨이브렛 변환과 동일한 제약조건인 웨이브렛에 의하여 분해된 저,고주파 대역의 정보끼리 상호 독립적인 것이라야 한다. 따라서, 본 논문에 사용된 위의 조건을 만족하는 웨이브렛으로는 그림3과 같은 파형으로 나타낼 수 있고, 그림4에서와 같이 영상을 쌍직교 웨이브렛 변환하면 저대역 필터와 고대역 필터의 반복에 의하여 서로 다른 다중 해상도로 압축된 부대역을 얻게된다. 직교 웨이브렛 변환은 완전복원을 위한 저주파 필터와 고주파 필터의 구현에 있어서 항상 비선형 위상 응답을 갖는 반면에 쌍직교 웨이브렛 변환은 저주파 필터와 고주파 필터의 구현에 있어 직교성보다는 선형위상과 완전복원을 만족하도록 필터가 설계된다. 따라서, 선형위상의 특징을 갖는 쌍직교 웨이브렛 변환을 사용하는 것이 비선형 위상의 특징을 갖는 직교 웨이브렛 변환에 비하여 유리하다.

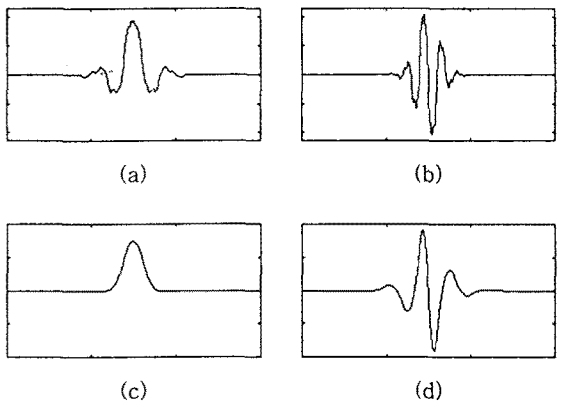

그림3.쌍직교 웨이브렛 파형

(a)저주파분해(b)고주파분해(c)저주파복원(d)고주파복원

2.2 ADPCM의 예측기

본 논문에 적용된 2차원 선형 ARMA 예측기는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{x}(m,n)=\sum_{(i,j)\in R_a}a(i,j)x(m-i,n-j)+\sum_{(k,l)\in R_b}b(k,l)e(m-k,n-l)+c(m,n) \quad (8)$$

여기서 $x(m,n)$은 원래의 신호이며 $e(m,n)$은 예측오차이다. $\{a(i,j):\ (i,j)\in R_a\}$는 AR항의 예측계수이고 $\{b(k,l):\ (k,l)\in R_b\}$는 MA항의 예측계수이며 R_a와 R_b는 각 항의 지지영역(region of support, ROS)이다. $c(m,n)$은 bias항으로 다음 조건을 만족해야 한다.

$$E[x(m,n)-\tilde{x}(m,n)]=0 \quad (9)$$

식 (8)을 식(9)에 대입하여 정리하면 예측오차의 평균값이 0이므로 다음과 같은 식을 얻는다.

$$c(m,n)=\bar{x}(m,n)-\sum_{(i,j)\in R_a}a(i,j)\bar{x}(m-i,n-j) \quad (10)$$

여기서 $\bar{x}(m,n)$은 $x(m,n)$의 평균값이다.

식 (8)의 적응계수를 구하는 문제는 최소 평균자승 오차로 귀결된다. 즉,

$$\frac{\partial E[e^{2(m,n)}]}{\partial a(i,j)}=0 \qquad (i,j)\in R_a \quad (11a)$$

$$\frac{\partial E[e^{2(m,n)}]}{\partial b(k,l)}=0 \qquad (k,l)\in R_b \quad (11b)$$

식 (8)의 적응계수를 구하는 방법으로 Widrow가 제안한 LMS 알고리듬을 적용하면 식 (11)는 다음과 같다.

$$a_{p+1}(i,j)=a_p(i,j)-2\mu^a e(m,n)\frac{\partial e(m,n)}{\partial a_p(i,j)} \quad (12a)$$

$$b_{p+1}(k,l)=b_p(k,l)-2\mu^b e(m,n)\frac{\partial e(m,n)}{\partial b_p(k,l)} \quad (12b)$$

여기서 μ^a와 μ^b는 AR항과 MA항의 수렴인자로 스칼라 값이며 p는 순환 인덱스이다. 식 (12)에서 도함수는 계수 $a_p(i,j)$와 $b_p(k,l)$이 예측기의 귀환계수들 때문에 모든 이전 예측오차들과 함수적으로 연결되어 있어 매우 복잡한 함수 관계를 보여준다. 즉,

$$\frac{\partial e(m,n)}{\partial a_p(i,j)} = -[x(m-i,n-j) - \bar{x}(m-i,n-j) + \sum_{(u,v)\in R_s} b(u,v)\frac{\partial e(m-u,n-v)}{\partial a_p(i,j)}] \quad (13a)$$

$$\frac{\partial e(m,n)}{\partial b_p(k,l)} = -[e(m-k,n-l) + \sum_{(u,v)\in R_s} b(u,v)\frac{\partial e(m-u,n-v)}{\partial b_p(k,l)}] \quad (13b)$$

식 (13)의 우측 항에 있는 도함수를 폐쇄형으로 표현할 수 없으며 시간 (m,n)에서의 매개변수들이 이전시간 $(m-u,n-v)<(m,n)$에 있는 신호를 예측하기 위해 사용되므로 인과성(causality)에 위배된다. 그러므로 식 (13)은 순환적으로 표현할 수 없으며 지연 연산자를 사용한 예측기를 사용할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 Feintuch에 의해 제안된 RLMS (recursive LMS)를 사용한다. RLMS는 단순히 식 (13)의 도함수를 제거한 것이다. 즉,

$$a_{p+1}(i,j) = a_p(i,j) + 2\mu^a e(m,n) \cdot [x(m-i,n-j) - \bar{x}(m-i,n-j)] \quad (14a)$$

$$b_{p+1}(k,l) = b_p(k,l) - 2\mu^b e(m,n)e(m-k,n-l) \quad (14b)$$

으로 표현된다.

2.3 실험결과 및 검토

그림5(a)에 보여진 256×256 크기의 Wbarb영상을 사용하여 웨이브렛 변환와 연계한 ADPCM을 적용하였다. Wbarb영상에 저대역 필터로는 16개의 탭을 사용하고 고대역 필터로는 4개의 탭을 사용하는 쌍직교 웨이브렛 변환을 적용하여 1단계의 다중 해상도로 압축된 1개의 저주파 부대역과 3개의 고주파(수직, 수평, 대각) 부대역을 얻게 되고, 부대역 중에서 가장 주파수가 낮은 대역은 다른 대역에 비하여 중요한 영상정보를 갖고 있다. 인간의 시각체계의 특성상 고주파 성분보다는 저주파 성분이 휘도에 더욱 민감하다. 따라서, 최저 주파수에 해당하는 부대역은 영상정보의 손실이 없도록 양자화 과정을 고려하지 않고 ADPCM으로 전송, 복원하게 되고, 나머지 고주파 부대역들은 압축효과를 갖도록 양자화하여 전송, 복원했다. 선형 예측기의 구현에 있어서는 예측오차를 줄이기 위하여 RLMS 알고리듬이 적용된 ARMA형태의 예측기를 사용했다. AR항의 ROS는 2×2 정방향영역으로 계수는 3차이고, 초기값은 고정된 DPCM에서 구한 값 $[0.628, 0.443, -0.081]^{-T}$를 사용하였으며, 수렴인자는 10^{-7}을 사용하였다. MA항의 ROS는 3×3 정방향 영역으로 계수는 8차이고, 초기값은 0을 사용하였으며, 수렴인자는 10^{-7}을 사용하였다. 그림5(a)는 Original 영상을 나타내고, 그림5(b)는 쌍직교 웨이브렛 변환을 이용하여 분해된 최저 저주파대역을 ADPCM을 통하여 전송하여 복원한 영상이다. 그림5(c),(d),(e)는 각각 영상의 수직, 수평, 대각선 성분으로 분해된 고주파 대역의 계수를 양자화를 고려한 ADPCM에 의하여 압축, 전송하여 복원한 영상이다. 그림5(f)는 ADPCM을 통하여 전송된 영상의 부대역들을 통합하여 재구성한 영상이다. 본 논문에서는 영상의 분해능이 탁월한 웨이브렛 변환의 특성을 살리고, 비교적 가격대비 성능이 우수한 ADPCM의 연계를 통하여 영상정보의 손실을 줄이고 저렴한 가격에 정보를 압축, 전송하는 모의 실험을 하였다. 실험결과를 통하여 영상을 웨이브렛 변환하여 분해된 주파수 대역에 의한 정보의 특성을 살려 융통적으로 ADPCM을 적용하는 것이 영상의 왜곡을 줄이고 복원이 우수함을 알 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 웨이브렛 변환과 ADPCM을 연계한 영상의 분해와 압축, 전송에 관하여 모의 실험을 통해 적용하여 보았다. 영상의 분해능이 탁월한 웨이브렛 변환의 특성을 살리고, 비교적 가격대비 성능이 우수한 ADPCM의 연계를 통하여 영상정보의 손실을 줄이고 저렴한 가격에 압축, 전송의 구현이 비교적 쉬운 응용분야에 적용이 가능하다고 사료된다. 본 연구에서 가장 중요한 부분은 적절한 Mother Wavelet의 선택과 예측기의 수렴인자의 선택 및 양자기의 설계이다. 이 부분은 아직도 많은 연구를 통하여 개발과 수정 및 보완이 되야 할 것이다.

[참 고 문 헌]

[1] O.Rioul and M, Vetterli, *"Wavelets and Signal Processing"*, IEEE SP Magazine, pp.15-38, October 1991

[2] RandY K. Young, *Wavelet Theory And Its Applications*, Kluwer Academic Publishers, 1993.

[3] G. Strang and T. Nguyens, *Wavelet and Filter Banks*, Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, March, 1996

[4] F.Hlawatsch and G.F.Boudreaux-Bartels , *"Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations"*, IEEE SP Magazine, pp. 21-67, April 1992.

[5] Vetterli Jelena Kovacevic, *"Wavelets and Subband Coding"*, Prentice Hall, 1995

[6] 정영식, "영상압축에 ARMA 예측기를 사용한 DPCM", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, PP. 1154-1156.

[7] 정영식, "메디안 RLMS를 이용한 ADPCM에 대한 연구", 1997년도 제10회 신호처리합동학술대회 논문집, PP.551-554, 1997.

[8] Khalid Sayood and Stanley M. Schekall, *"Use of ARMA Predictors in the Differential Encoding of Images"*, IEEE Trans. On Acou. Spee. and Sign. Proc. Vol. 36. No 11. PP. 1791-1795 Nov. 1988.

[9] Mohiy M. Hadhoud and David W. Thomas, *"The Two-Dimensional Adaptive LMS(TDLMS) Algorithm"*, IEEE Trans. On Circ. and Syst. Vol. 35. No 5. PP. 485-494, May. 1988.

[10] J.N. Lin, X. Nie, and R. Unbehauen " *Two-Dimensional LMS Adaptive Filter Incorporating a Local-Mean Estimator for Image Processing*", IEEE Trans. On Circ. and Syst. Vol. 40. No 7. PP. 417-428 July. 1993.

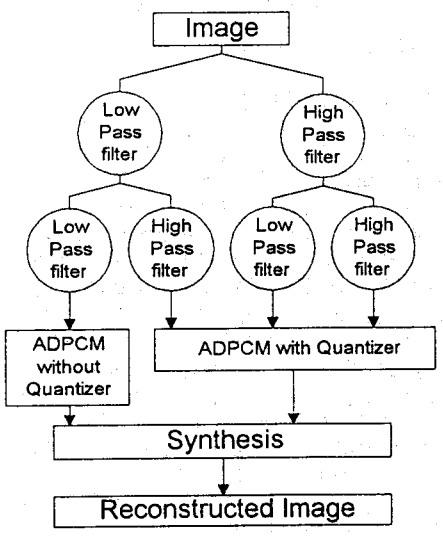

그림4. WT와 ADPCM의 연계도

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

그림5. (a)Wbarb 영상(b)WT에 의하여 분해된 영상의 저주파 대역을 ADPCM에 의해서 전송하여 복원한 영상(c)WT에 의하여 방향성분이 수직인 성분으로 분해된 영상의 고주파 대역을 ADPCM에 의해서 압축, 전송하여 복원한 영상 (d)WT에 의하여 방향성분이 수평인 성분으로 분해된 영상의 고주파 대역을 ADPCM에 의해서 압축, 전송하여 복원한 영상(e)WT에 의하여 방향성분이 대각인 성분으로 분해된 영상의 고주파 대역을 ADPCM에 의해서 압축, 전송하여 복원한 영상(f)ADPCM을 통하여 전송된 영상의 부대역들을 통합한 영상