

## 이동로봇의 동작 제어를 위한 하이브리드 시스템 제어에 관한 연구

임미설\*, 임진모\*, 임준홍\*, 오상록\*

\*:한양대학교 전자공학과, °:한국과학기술연구원 지능제어연구센터

## Study on Hybrid Control for Motion Control of Mobile Robot Systems

Mee-Seub Lim\*, Jinmo Lim\*, Joonhong Lim\*, Sang-Rok Oh°

\*:Dept. of Electronics, Hanyang University, °: Intelligent System Control Research Center, KIST

**Abstract** - The hybrid control system for a wheeled mobile robot with nonholonomic constraints to perform a cluttered environment maneuver is proposed. The proposed hybrid control system consists of a continuous state system for the trajectory control, a discrete state system for the motion and orientation control, and an interface control system for the interaction process between the continuous dynamics and the discrete dynamics. The continuous control systems are modeled by the switched systems with the control of driving wheels, and the digital automata for motion control are modeled and implemented by the abstracted motion of mobile robot. The motion control tasks such as path generation, motion planning, and trajectory control for a cluttered environment are investigated as the applications by simulation studies.

### 1. 서 론

Nonholonomic 구속조건(constraint)을 갖는 바퀴 구동형 이동로봇(wheeled mobile robot) 시스템에 관련된 연구 결과들은 [1]에 정리되어 있다. 본 논문에서는 복잡한 환경에서 nonholonomic 구속조건을 갖는 비선형시스템인 이동로봇의 다양한 경로제어와 초기조건들에 상관없는 동작제어를 위한 3 계층의 계층적 구조를 갖는 하이브리드(hybrid) 제어시스템을 제안한다. 일반적으로 이동로봇의 동작제어는 동작계획(motion planning)과 궤적제어(trajetory control)로 구분할 수 있다. 전자는 동작제어에 있어서 주어진 환경과 구속조건, 그리고 시스템의 상태변수들을 고려한 경우이고, 후자는 설정된 경로의 시간 궤적을 추종하고 구속조건들에 따른 제어목적을 달성하는 것이다. 위의 연구 결과에서 smooth state feedback에 의한 상태변수의 차원(dimension) 보다 입력변수의 차원이 부족하여 시스템의 안정화(stabilization)가 불가능하다. 이런 문제점을 해결하기 위하여, 불연속 시-불연속(continuous time-invariant feedback)인 구간연속(piecewise continuous) 궤환과 슬라이딩모드 제어 등과 시-변 궤환 등이 있다. 이상의 연구 결과들은 이동로봇의 부분적인 제어목적에 제한되는 문제점들이 있다. 따라서 복잡한 작업환경에서 자율적이며 지능적인 제어 성능을 위해서 이동로봇의 위치와 자세, 속도 등 전체적인 상태변수들을 제어할 수 있어야 한다.

본 논문에서는 복잡한 작업환경과 다양한 경로에 대한 유연한 동작제어를 위한 하이브리드 제어 방법을 제안한다. 이를 위하여 이동로봇의 기본 동작(abstracted motion) 특성을 모델링하고, 이를 automaton으로 구성된 이산상태 제어기를 설계하였다. 또한, 이동로봇의 연속상태 시스템인 궤적제어기, 그리고 서로 다른 상태시스템인 이산상태시스템과 연속상태시스템들의 신호들의 변화와 연결을 담당하는 인터페이스제어기로 구성된 계층적 구조로 되어 있다. 이동로봇의 초기조건에 상관없이 다양한 경로와 동작의 제어가 가능하고 위치, 자세, 속도를 전체적으로 제어 할 수 있는 이동로봇의 동작제어를 위한 하이브리드 제어시스템을 제안한다. 논문의 구성은 2장에서는 이동로봇의 동작제어를 위한 하이브리드 시스템 모델과 동작제어 방법을 제시하고 3장에서 하이브리드 제어방법을 설명하고 4장에서는 이를 이용한 다양한 경로와 작업에 따른 경로계획과 궤적제어의 응용 결과를 시뮬레이션을 통하여 성능을 보였으며, 5장에서는 결론과 앞으로의 연구 방향을 설명하였다.

### 2. 하이브리드 시스템 모델

하이브리드 시스템은 이산 상태 동특성과 연속상태 동특성이 결합되어 서로 다른 상태변수들간의 상호작용에 의하여 전개(evolution)되는 시스템으로 이때의 상태변수를 하이브리드 상태변수(hybrid state)라 한다[2]. 일반적으로 연속상태시스템은 미분방정식 또는 차분방정식으로 표현되며 이산상태시스템은 automaton으로 표현될 수 있다. 일반적으로 nonholonomic시스템은 입력변수-출력변수 궤환방법으로 선형화가 가능하지만 이동로봇의 동작제어의 부분적인 목적만이 가능한 단점이 있다. 2장에서는 3계층의 하이브리드 시스템의 구성을 위하여, 주어진 비선형 경로에 대한 경로계획과 이에 따른 이동로봇의 동작계획을 기본동작에 의한 모델링으로 이산상태시스템을 설계하고, 설정된 경로에 대한 시간 궤적 제어를 위한 연속상태시스템의 설계, 그리고 인터페이스 제어기를 통한 전체적인 하이브리드 제어시스템의 구성과 동작제어를 위한 알고리즘을 제시한다.

#### 2.1 이동로봇의 기본동작 모델

nonholonomic 제약을 갖는 이동로봇 시스템으로 그림 1의 바퀴 구동형 이동로봇 모델로 주어져 있다. 여기서  $(x, y)$ 는 기준 좌표계,  $(X, Y)$ 는 로봇 중심좌표계,  $P_c$ 는 구동바퀴 축의 중심점,  $P_0$ 는 위치  $(x_c, y_c)$ 의 이동로봇 무게 중심점,  $\theta_1, \theta_2$ 는 각 바퀴의 회전각,  $b$ 는 구동바퀴와 대칭축 사이의 거리,  $a$ 는  $P_0, P_c$ 까지의 거리. 그리고  $\phi$ 는 이동로봇의 전방향 각도로 기준좌표계  $x$ 축과 이동로봇과의 각도이다. 그림 1의 이동로봇에 대한 기구학적 모델과 역 기구학적 모델은 식(1)과 (2)로 주어진다.

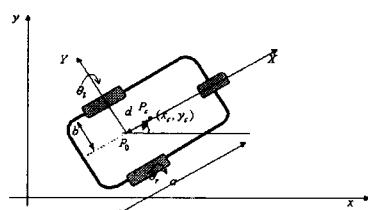


그림 1 바퀴 구동형 이동로봇 시스템의 모델

$$\begin{bmatrix} v \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \dot{v} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서  $v_1, v_2$ 는 각 바퀴의 속도,  $v, \dot{v}$ 는 이동로봇의 속도와 가속도이다. 그림 1의 이동로봇은 두 바퀴가 독립적으로 구동되기 때문에 위치  $(x, y)$ 와 속도  $(v)$ , 그리고 자세  $(\phi)$ 는 각 바퀴의 회전속도  $v_1, v_2$ 의 차이에 의해서 결정된다. 즉 동작 방정식은 식(3)으로 주어진다.

$$\begin{bmatrix} v \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

즉, 이동로봇의 기본적인 동작특성은  $v_1$ 과  $v_2$ 에 의해 결정된다. 그러므로 바퀴구동형 이동로봇의 관점에서 이동과 경로제

어를 위한 기본동작모델(Abstracted motion model)은  $v_1$ 과  $v_2$ 의 합수로 표현되는 이산 동특성을 구할 수 있으며 식(4)로 표현된다.

$$v_i = v_{\emptyset} + k\hat{i}, \quad i \in \{1, 2\} \quad (4)$$

여기서  $\hat{i} \in R$ 는 각각의 automaton에서의 국부적 시간이며,  $v_{\emptyset}$ 는 초기상태 값이다. 또한,  $k$ 는 바퀴의 속도차이를 나타내는 상수로서

$$v_1 = \frac{k_2}{k_1} v_2, \quad k = \frac{k_2}{k_1} \quad (5)$$

의 관계를 갖고 있다. 기본동작들은  $k$ 에 의해서 “가속”, “감속”, “이동”, “좌회전”, “우회전”으로 분류되어 automaton들로 모델 된다. 그림2는 기본 동작 모델을 automata로 나타낸 것이다. 각 automaton 들은 다음과 같다.

- **가속(Acceleration)** : 원하는 속도로 가속  
 $v_i = v_{\emptyset} + k\hat{i}$ , if  $v_i < v_{id}$ ,
- **감속(Deceleration)** : 원하는 속도로 감속  
 $v_i = v_{\emptyset} + k\hat{i}$ , if  $v_i > v_{id}$ ,
- **직진(Moving)** : 일정한 속도로 직진이동  
 $v_i = v_{\emptyset}$ ,  $k=1$
- **좌회전(Turning\_L)** : 일정한 속도로 좌회전  
 $v_i = v_{\emptyset} + k\hat{i}$ ,  $k_1 > k_2$
- **우회전(Turning\_R)** : 일정한 속도로 우회전  
 $v_i = v_{\emptyset} + k\hat{i}$ ,  $k_1 < k_2$

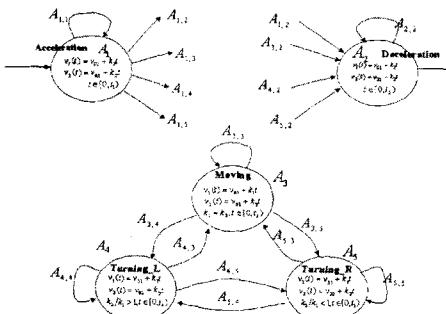


그림 2 Automata로 구성된 기준동작 모델

## 2.2 동작 계획

이동로봇의 동작제어는 경로계획과 궤적제어로 구분할 수 있으며, 복잡한 환경의 다양한 경로들도 일반적으로 직선과 원으로 구성되어 있다. 따라서 그림 5의  $P_1 - P_2 - P_3$ 로 주어진 비선형 경로에 대하여 이동로봇이 원하는 이동속도( $v$ )를 유지하면서 비선형 지점(edge)인  $P_a$ 와  $P_b$ 를 지나고, 출발지점  $P_a$ 에서의 이동 로봇의 초기상태 조건, ( $x_a, y_a, \phi_a, v_a$ )과 도착지점  $P_b$ 에서의 ( $x_b, y_b, \phi_b, v_b$ )들을 만족하기 위해서는 새로운 경로의 계획과 이에 따른 동작제어방법이 있어야 할 것이다. 이를 위하여 그림 5.에서와 같이  $P_a$ 와  $P_b$ 에서 이동로봇의 중심점의 대칭축에 수직인 원을 구할 수 있으며, 원의 중심점들은 각각,

$$r_a = (x_a + r \cos(\phi_a + \pi/2), y_a + r \sin(\phi_a + \pi/2)),$$

$$r_b = (x_b + r \sin(\phi_b), y_b - r \cos(\phi_b)).$$

여기서, 주어진 비선형 경로에 수직인 원의 반지름은,  $r = (p+1)/(p-1)$ 이며.  $p = v_2/v_1$  if  $v_2 > v_1$ ,  $p = v_1/v_2$  else이다. 그리고  $r_a$ 는  $r_a$ 와  $r_b$  사이의 수직 거리로  $x$ 에 대하여 기울기  $\beta$ 는  $\beta = \pi - \tan^{-1}((y_a - y_b + 2r)/(x_a - x_b))$ 이며  $L_1$ 과  $x$ 축과의 기울기는  $\alpha = \beta + \sin^{-1}(2r/r_d)$ 이다. 이때, 이동로봇은 정지 없이 전방향(forward)으로만 이동을 한다고 가정하면, 새로운 경로는  $P_1 - C_1 - L_1 - C_3 - P_3$ 로 쉽게 결정된다. 즉, 직선과 곡선의 조합으로서 “직진”-“우회전”-“직진”-“우회전”-“직진”的 기본동작의 조합으로 표현된다.

## 2.3 궤적제어

$n$ 차 기준좌표계( $x, y$ )에서 상태변수  $p$ 로 표현되는  $m$ 개의 constraint를 갖는 기계학적 시스템의 동역학식과 구속조건 방

정식은 다음과 같이 주어지며,

$$M(p)\ddot{p} + V(p,\dot{p}) = E(p)\tau - A^T(p)\lambda, \quad A(p)\dot{q} = 0 \quad (6)$$

여기서,  $M(p)$ 은  $n \times n$  관성 행렬,  $V(p,\dot{p})$ 은 Coriolis 힘과 centripetal 힘을 나타내는 벡터,  $E(p)$ 는  $n \times r$  입력변환 행렬로 일반적인 경우 단위 행렬이다.  $\tau$ 는  $r \times 1$ 의 입력벡터,  $A(p)$ 는  $m \times n$  Jacobian행렬, 그리고  $\lambda$ 는 constraint force를 나타내며  $p = [x \ y \ \theta_1 \ \theta_2]^T$ 이다. nonholonomic시스템은 비록 상태재환(state feedback)을 이용하여 입력-상태 선형화가 불가능하지만 적당한 출력 벡터를 정함으로써 입력-출력 선형화(input-output linearization)가 가능하며 궤적제어를 위하여 출력  $v_1$ 과  $v_2$ 를 재환하여 선형화 하여 식(7)을 얻을 수 있다

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (7)$$

여기서,  $f(x) = [S\eta - (S^TMS)^{-1}(S^TMS\dot{\eta} + S^TV)]^T$ ,  $u = [\tau_1 \ \tau_2]^T$ ,  $g(x) = [0 \ (S^TMS)^{-1}]^T$ ,  $x = (x, y, \theta_1, \theta_2, \omega_1, \omega_2)^T$

$\eta = [\omega_1 \ \omega_2]^T$ , 그리고  $S(p)$ 는  $A(p)$ 의 null space이다. 여기서  $x_1 = [\theta_1 \ \theta_2]^T$ ,  $x_2 = [\eta_1 \ \eta_2]^T$  라 정하면, 식(7)은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ f_2(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2(x) \end{bmatrix} \tau(t) \quad (8)$$

$f_2(x) = -(S^TMS)^{-1}(S^TMS\dot{\eta} + S^TV)$ ,  $B_2(x) = (S^TMS)^{-1}$ 이며  $x_2 = \dot{x}_1$ 이므로,

$$\dot{x}_1 = f_2(x) + B_2(x)\tau(t). \quad (9)$$

토오크-제산 PD-control 방법으로 궤적 제어(feedback control)를 얻을 수 있다.

$$\tau = (B_2(x))^{-1} \{ \dot{x}_1^d - f_2(x^d) - k_d(\dot{x}_1 - \dot{x}_1^d) - k_p(x_1 - x_1^d) \} \quad (10)$$

그림 3은 궤적제어기의 구성도이다.

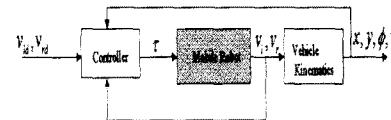


그림 3 이동로봇의 궤적제어기의 구성도

## 3. 이동로봇의 하이브리드 제어

이동로봇의 동작제어를 위한 하이브리드 제어기는 3계층의 계층적 구조로서, 기본동작에 따른 이산상태변수로 표현되는 이산상태 제어기와, 연속상태변수로 표현되는 궤적제어기, 그리고 서로 다른 상태변수들의 변환과 경로계획, 그리고 경로에 따른 동작계획을 위한 인터페이스 제어기로 구성되어 있다. 그림4는 이동로봇의 하이브리드제어기의 구성도이다.

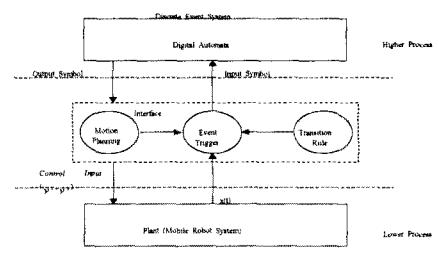


그림 4 이동로봇의 하이브리드 동작 제어 시스템

일반적으로 nonholonomic 이동로봇 시스템의 위치와 자세, 속도를 완전히 제어할 수 있는 제어기는 아직도 불가능하며 부분적인 제어 목적에 국한된 제어방법만이 가능하다. 본 논문에서 제안한 하이브리드 제어시스템은 주어진 환경의 비선형 경로에 대하여: 1)이산상태제어시스템에서 주행 조건들을 만족하는 새로운 경로로서 직선과 곡선으로 이루어진 경로 계획과, 이를 위한 기본동작들의 순서를 결정하는 동작 계획을 담당하고, 2)연속상태제어시스템에서는 출력변수  $v_1, v_2$ 와 입력변수  $v_{1d}, v_{2d}$ 에 대한 궤적 선형화 시스템으로 주어진 경로의 위치와 자세 그리고 속도를 제어한다. 하이브리드 시스템은 식(11)과 같이 이산상태와 연속상태변수들이 결합된 형태이며 서로 상호작용에 의해 하이브리드 상태변수가 구성되며 식

(11)로 주어진다.

$$H = [Q, \Sigma, A, R] \quad (11)$$

여기서  $H$ 는 하이브리드 상태변수,  $Q = \{1, 2, \dots, M\}$ 는 이산 상태변수,  $\Sigma = \{\Sigma_q\}_{q \in Q}$ 는 연속상태동특성 시스템,  $A = (A_q)_{q \in Q}$  각 연속 상태 시스템의 천이 조건, 그리고  $R$ 은 천이 규칙들이다. 연속상태변수 시스템과 이산상태변수 시스템은 식(12)로 주어지며

$$\dot{x}(t) = f_i(x(t), q(t), u(t)), q(t) = v(x(t), q(t)) \quad (12)$$

$v: R^n \times Q \rightarrow Q$ 으로 이산동특성이다. 하이브리드 상태공간은  $(x, q)$ 에 의해 구성되며,  $q = i$ 에서  $q = j \neq i$ 로의 천이는 상태변수  $x$ 가 주어진 천이조건  $A_{ij}$ 에 도달했을 때 일어난다. 이동로봇의 하이브리드 동작 제어를 위하여 카메라, 초음파 센서 등을 이용하여 주변 환경을 인식할 수 있으며 직선으로만 구성된 비선형 경로는 얻을 수 있다고 가정하자. 하이브리드 동작제어방법은 다음과 같다.

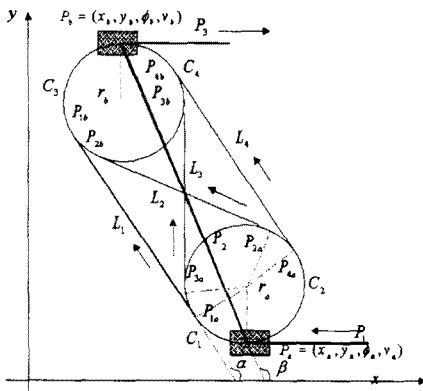


그림 5. 시작점  $P_a(x_a, y_a, \phi_a, v_a)$ 과 도착점  $P_b(x_b, y_b, \phi_b, v_b)$ 에 대한 경로 계획.

- 1) 경로계획: 그림 5.로 주어진 비선형 경로  $P_1 - P_2 - P_3$ 에 대하여 새로운 경로  $P_1 - C_1 - L_1 - C_3 - P_3$ 를 구한다.
- 2) 동작계획: 경로  $P_1 - C_1 - L_1 - C_3 - P_3$ 을 기본동작들의 조합 ( $q_i$ )으로 구성한다. 즉, “직진”-“우회전”-“직진”-“우회전”-“직진”, 그리고 각각의 기본동작들의 초기 조건 ( $A_{ij}$ )들과 천이(transition) 조건 ( $A_{ij,i}$ )들을 구한다.
- 3) 동작제어: 하이브리드 시스템을 구성하여 기하학적 구속 조건 ( $x, y, \phi$ )과 주행조건 ( $v$ )들을 만족하는 이동로봇의 동작을 제어한다.

#### 4. 이동로봇의 동작 제어

이동로봇의 초기위치( $x, y$ ), 자세( $\phi$ ), 속도( $v$ )에 관계없이 원하는 위치와 자세, 그리고 이동속도를 제어를 위하여 컴퓨터 시뮬레이션 연구를 통하여 제안한 하이브리드 제어기의 성능을 보였다. 그림6.은 기본동작이 “좌회전”-“직진”-“우회전”으로 구성된 동작제어의 결과이다.

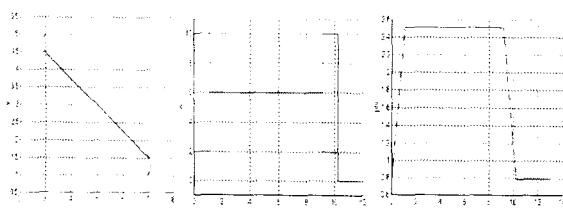


그림 6. 시작점  $P_a(7, 1, 45^\circ, 0)$ 과 도착점  $P_b(3, 4, 45^\circ, 0)$ ,

$v_d = 5 \text{m/sec}$ 에 대한 경로제어.

그림6.에서는 주어진 초기상태와 목적상태에 대하여 (a)는 새로이 설정된 경로에 대한 궤적제어 결과이며, (b)의 각 바퀴

속도 ( $v_1, v_2$ ), (c)의 전 방향 각 ( $\phi$ )에 대한 결과이다.

복잡한 환경에서의 다양한 경로에 대한 제어 성능을 평가하기 위하여 그림7(a)의 장애물이 존재하는 복잡한 환경에서 각각의 위치를 직선으로 연결한  $P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - P_5 - P_6 - P_7$  가 주어져 있을 때의 제안한 하이브리드 제어기의 경로제어 결과이다. 여러 개의 위치 점과 자세 그리고 속도가 주어졌을 때 동작제어를 위한 알고리즘은 다음과 같다.

- 1) 주어진 각 위치 점 ( $P_n$ )들에 대하여  $P_n(x_n, y_n, \phi_n, v_n)$ ,  $n = \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $P_n(x_n, y_n, \phi_n, v_n) \rightarrow P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1}, \phi_{n+1}, v_{n+1})$ 으로의 경로 계획을 한다.
- 2) 새로운 경로에 대한 기본동작을 설정하고 기본동작의 순서화된 조합(ordered sets)을 결정한다. 그리고 각 기본동작들의 천이조건과 초기조건들을 구한다.
- 3) 하이브리드 시스템을 구성하고 궤적제어를 한다. 그리고 다음 지점에 대하여 1)의 과정을 반복한다.

그림7의 (a)는 복잡한 환경에서의 비선형 경로에 대하여 하이브리드 동작제어에 의한 경로제어의 결과를 (b)에서 보여주고 있으며 그림8의 (a)와 (b)는 각각 바퀴의 속도와 전방향 각을 보여주고 있다.

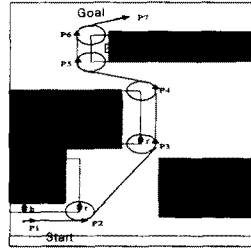


그림7(a). 비선형 경로

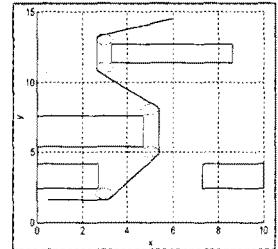


그림7(b). 경로제어 결과

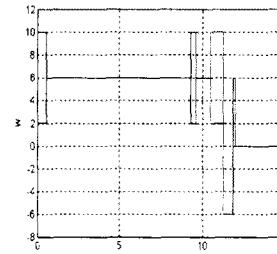


그림8(a). 각 바퀴의 속도

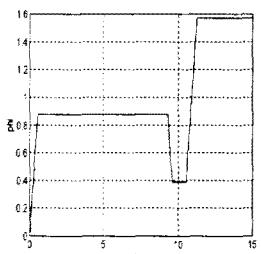


그림8(b). 전방향 각

#### 5. 결 론

본 연구에서는 nonholonomic 구속조건을 갖는 이동로봇의 위치( $x, y$ ), 전방향 각( $\phi$ ), 속도( $v$ )를 모두 제어할 수 있는 하이브리드 제어기를 제작하고, 기본적인 동작 모델을 구하여 이를 이산상태 제어기로 구현하였으며, 궤적제어를 위한 연속상태 제어기와 함께 인터페이스 제어기를 설계하여 서로 다른 상태변수들의 변화와 동작계획, 궤적제어를 구현하였다. 주어진 비선형 경로에 대하여 기하학적 제한과 주행 조건들을 만족하기 위한 경로 계획과 경로에 따른 동작 계획, 그리고 정밀한 궤적제어를 통하여 이동로봇의 복잡한 환경과 다양한 경로에 대한 제어 성능을 두 가지 모의 실험으로 성능을 보임으로 제안한 하이브리드 제어시스템은 이동로봇의 전체적인 제어목적을 실현할 수 있다.

#### (참 고 문 헌)

- (1) I. Kolmanovsky and H. Harris MaClamroch, "Developments in Nonholonomic Motion Control Problems", IEEE Control Systems Magazine, Dec. 1995.
- (2) Michael S. Branicky, "Multiple Lyapunov Function and other Analysis Tools for Switched and Hybrid Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, vol.43,no.4, pp.475-482,April, 1998.