

비선형, 비정상 시계열 예측을 위한 RBF(Radial Basis Function) 신경회로망 구조

김 상 환 · 이 종 호
인하대학교 전기공학과

RBF Neural Network Structure for Prediction of Non-linear, Non-stationary Time Series

Sang-Hwan Kim · Chong-Ho Lee
Dept. of Electrical Engineering Inha University

Abstract - In this paper, a modified RBF (Radial Basis Function) neural network structure is suggested for the prediction of time series with non-linear, non-stationary characteristics. Conventional RBF neural network predicting time series by using past outputs is for sensing the trajectory of the time series and for reacting when there exists strong relation between input and hidden neuron's RBF center. But this response is highly sensitive to level and trend of time series. In order to overcome such dependencies, hidden neurons are modified to react to the increments of input variable and multiplied by increments(or decrements) of outputs for prediction. When the suggested structure is applied to prediction of Lorenz equation, and Rossler equation, improved performances are obtainable.

2. RBF(Radial Basis Function) 신경회로망

RBF 신경회로망의 구조는 n개의 입력을 갖고 그 출력은 scalar 값을 갖는 그림 2와 같은 구조로 되어 있다.

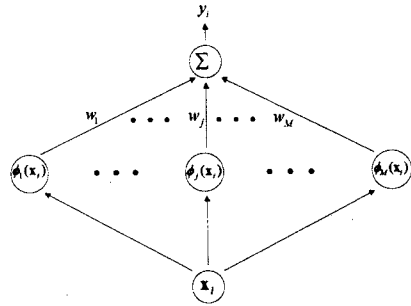


그림 1. RBF 신경회로망의 구조

1. 서 론

예측이란 시스템의 동적상태를 수학적으로 표현하는 시스템 동정(system identification)에 근거하여 미래의 상태를 알아내는 것이다. 전통적인 시스템 동정 분야에서는 회귀모델(Regressive model)을 기초로하여 현재로부터 고정구간의 과거값을 종속변수로 하는 자기회귀 모델(Auto-Regressive model) 등이 있고, 다변수 시스템의 경우는 다중회귀 모델(Multiple Regressive model) 등이 있다[1]. 이러한 모델들은 각 변수들 간에 서로 선형적으로 독립이어야 한다는 조건을 필요로 한다. 그러나 실 시스템의 경우 각 변수들간에 상관관계가 존재하는 비선형 함수로 구성되므로 이를 선형 알고리즘으로 표현하기에는 많은 제약이 따르게 된다. 이에 대해 신경회로망은 sigmoid 함수 등의 비선형 전달함수를 뉴런에 갖고 있어 실 시스템의 비선형 특성을 학습할 수 있다. 그러나 이러한 방법은 느린 학습시간과 학습자제가 실패할 경우 등, 많은 문제를 갖고 있다[2].

이러한 문제를 해결하는데 신경회로망 모델 중 비선형 시스템 모델링에 탁월한 효과를 보여주는 RBF 신경회로망이 많이 사용되고 시계열의 예측에 있어 좋은 성능을 보여주고 있다. 그러나 입력이 과거 출력으로 구성되어 있기 때문에 출력값의 변화의 정도가 심하거나 유사한 경향이 반복되는 경우에는 그 결과가 만족하게 나오지 않는 문제가 있었다.

이러한 문제점을 줄이고자 과거 출력으로 이루어진 입력을 과거 출력간의 차로 구성하여 뉴런이 그에 반응하도록 하고 각 뉴런에 예측을 위한 증감치를 곱한 구조를 제안하고자 한다. 그리고 이 구조의 검증을 위해 Lorenz 방정식, Rossler 방정식 등의 대표적 비선형 비정상 시계열의 예측에 적용하고자 한다.

이러한 구조는 식(2)에 의해서 $y_i: R^n \rightarrow R$ 의 매핑(mapping)을 구현한다[3].

$$y_i = \sum_{j=1}^M w_j \phi_j(x_i) \quad (1)$$

$$\phi_j(x_i) = \exp\left(-\frac{\|x_i - c_j\|^2}{r^2}\right) \quad (j=1, 2, \dots, (2M))$$

w_j : 가중치, x_i : 입력, c_j : 센터, r : 너비(임의의상수) $\| \cdot \|$ 는 유클리디안 놈(Euclidean norm)을 나타내며 은닉층 뉴런 각각의 센터(c_j)는 고정되어 있다. 시계열 예측을 위한 RBF 신경회로망의 입력은 식(4)와 같이 과거 p개의 출력으로 이루어진다.

$$x_i = [y_{i-1}, y_{i-2}, \dots, y_{i-p}] \quad (3)$$

Training set은 다음과 같다.

$$TS = \{(x_i, y_i) \mid i=1, 2, 3, \dots, M\} \quad (4)$$

3. 개선된 RBF 신경회로망

기존의 RBF 신경회로망 구조를 사용하여 시계열의 예측을 할 때 입력이 과거 출력으로 구성되어 있어서 출력값의 변화의 정도가 심하거나 유사한 경향이 반복되는 경우에는 그 결과가 만족하게 나오지 않는 문제가 있었다. 이는 입력이 과거의 출력에만 의존하여 시계열의 과거 값들의 경향에 민감하게 반응을 하기 때문이다. 이러한 단점을 개선하고자 다음의 구조를 제안한다.

3.1 구조

그림 3에서 보는 바와 같이 은닉층은 기존의 뉴런에 예측을 위한 증감치, δ ,를 곱해준 구조로 되어 있으며

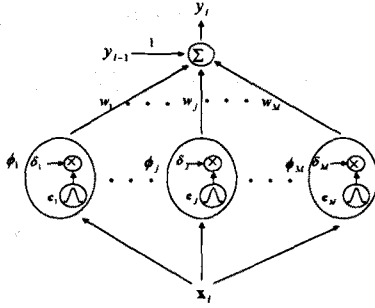


그림 2. 개선된 RBF 신경회로망의 구조

이때 입출력은 다음과 같이 표현된다.

$$x_i = [y_{i-1} - y_{i-2}, y_{i-2} - y_{i-3}, \dots, y_{i-p+1} - y_{i-p}] \quad (5)$$

$$y_i = \sum_{j=1}^M \phi_j(x_i) w_j + y_{i-1} \quad (6)$$

$$\phi_j(x_i) = \exp\left(-\frac{\|x_i - c_j\|^2}{r^2}\right) \times \delta_j \quad (7)$$

p : 입력에 사용되는 과거 출력 개수

w_j : 가중치, x_i : 입력, c_j : 센터, r : 너비(임의의상수)

$$\delta_j = y_j - y_{j-1} \quad (8)$$

기존의 구조가 입력으로 p 개의 과거 출력을 사용하는 반면 개선된 구조에서는 식(5)과 같이 이들의 차로 구성된 $p-1$ 개의 원소를 갖는다. Training set은 다음과 같다..

$$TS = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, 2, 3, \dots, M\} \quad (9)$$

기존의 입력은 과거 출력만으로 이루어져 있기 때문에 그 반응이 시계열의 궤적을 감지하고 은닉층 뉴런의 센터와 입력간에 강한 연관성이 있을 때 반응을 한다. 따라서 직관적인 형태는 유사한 경향을 보이는 데이터의 경우에도 평행이동이 되었다면 입력이 과거의 출력만으로 이루어졌기 때문에 전혀 다르게 인식된다.

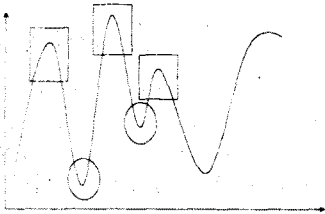


그림 3. 유사한 경향을 갖는 데이터 예

위의 그림과 같이 사각형으로 표시된 부분과 타원으로 표시된 부분은 직관적으로 유사한 경향을 보인다. 그러나 이들을 그 크기 값으로만 표시된 입력에서는 서로 상이한 입력으로 인식된다. 이를 방지하기 위해 그 값들의 차로 입력을 구성하면 상호간에 유사한 경향을 갖는 입력 패턴으로 인식된다. 결과적으로 과거 출력의 경향에 의해 반응을 보이는 것이 아니라 출력간의 차에 의해 반응을 보이므로 보다 효과적인 뉴런의 반응을 기대할 수 있다.

RBF 신경회로망에서 은닉층의 뉴런은 식(2)와 같이 그 센터와 유사한 경향을 갖는 입력에 대해서 1에 가까운 값으로 활성화 된다. 그림 4에서 A 부분은 y_k 를 예측하기 위해 이전 출력 4개의 차로 이루어진 입력이 사용되었고, 이것이 학습을 통해 은닉층 뉴런의 센터로 선택되었다면 그때의 증감치는 δ_j 가 된다. B 부분은 후에

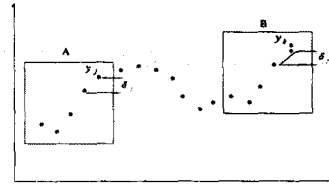


그림 4. 활성화된 뉴런에 증감치를 곱해주는 이유

y_k 를 예측하는데 있어서 입력은 A부분과 유사한 패턴을 갖게 되고 해당 뉴런이 활성화된다. 이때의 δ_j 가 y_k 예측에 이용될 수 있도록 고려하여 예측하고자 하는 값의 입력에 의해 가장 활성화되는 뉴런에 증감치를 곱하게 되었다.

3.2 학습방법

실제적으로 은닉층 뉴런의 센터는 학습 데이터의 입력으로 초기화된다. 이에따라 학습 데이터의 개수가 증가할수록 그 구조의 복잡도가 증가하게 된다. 이를 줄이고자 OLS(Orthogonal least squares) 알고리즘을 이용하여 센터를 선택함으로써 적절하고 간소화된 RBF 신경회로망을 얻을 수 있다. OLS 알고리즘은 다음 논문을 참고로 한다[3][4].

4. 실험결과 및 고찰

실험은 Matlab을 이용하여 기존의 구조에 의한 결과와 비교하여 그림으로 나타내었고 고찰에서 각 실험별 RMS(Root Mean Square) 오차를 표로 나타내었다.

4.2 Lorenz equation 예측

Lorenz equation은 다음과 같다.

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y-x) \quad \frac{dy}{dt} = rx - y - xz \quad \frac{dz}{dt} = sy - bz$$

$$\sigma = 10, \quad r = 28, \quad b = \frac{8}{3}$$

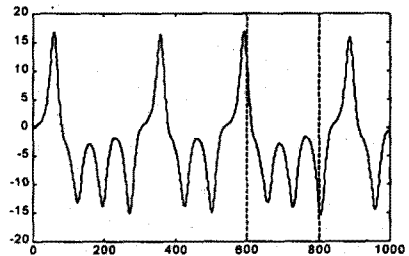


그림 5 Lorenz equation의 그래프

600개의 데이터를 학습에 이용하여 200개의 데이터를 예측하였다.

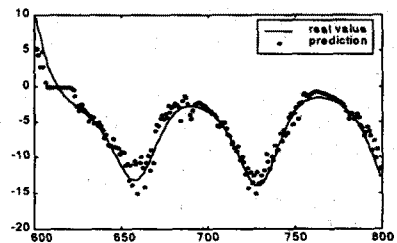


그림 6 기존 RBF 신경회로망 구조를 이용한 Lorenz equation 예측

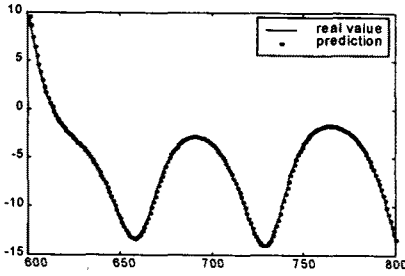


그림 7 개선된 RBF 신경회로망 구조를 이용한 Lorenz equation 예측

4.3 Rossler equation 예측

Rossler equation은 다음과 같다.

$$\frac{dx}{dt} = -z - y, \quad \frac{dy}{dt} = x + ay, \quad \frac{dz}{dt} = -b + z(x - c) \quad (11)$$

$a = 0.15, b = 0.2, c = 10$

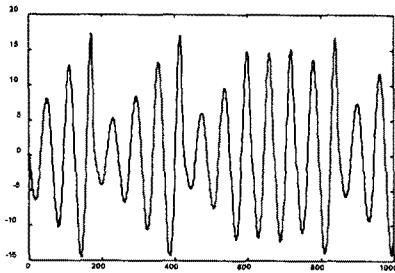


그림 8 Rossler equation

400개의 데이터를 학습에 이용하여 200개의 데이터를 예측하였다.

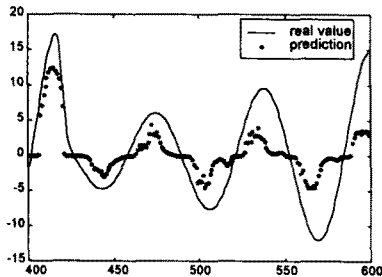


그림 9 기존 RBF 신경회로망 구조를 이용한 Rossler equation 예측

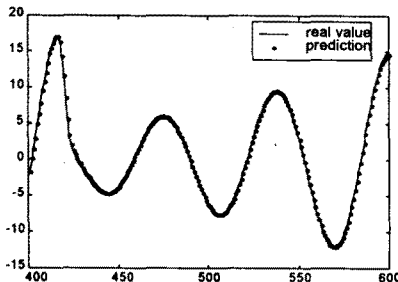


그림 10 개선된 RBF 신경회로망 구조를 이용한 Rossler equation 예측

4.4 고찰

위의 여러 실험 결과와 같이 개선된 RBF 신경회로망 구조가 기존의 구조에 비해 좋은 결과를 보임을 알 수 있다. 각 실험 결과의 RMS 오차를 다음 표에 정리하였다.

표 1 실험별 RMS 오차

실험 대상	개선된 구조	기존 구조
Lorenz	0.0252	2.7756
Rossler	0.1236	4.7372

5. 결 론

본 논문에서 제안한 RBF 신경회로망 구조는 기존의 RBF 신경회로망의 구조가 시계열의 궤적을 감지, 그 출력의 절대적 크기의 경향에 민감하게 반응하는 성향을 줄이고자 그 입력의 구성을 증분으로 삼고 각 뉴런 출력에 증감치를 곱해주었다. 물론 제안하는 구조가 기존의 구조에 비해 그 계산량의 증가는 필연적이지만 그 성능을 비교하였을 때 보상이 되리라 생각된다. 실제적인 측면에서 이러한 예측 방법이 적용될 수 있는 많은 응용분야가 있을 것이다. 한 예로 좋은 필터를 생성하기 위하여 동적 시스템의 잡음 예측에 적용할 수 있다. 또한 비선형 시스템의 예측을 필요로 하는 많은 분야에서 활용할 수 있으리라 생각된다.

(참 고 문 헌)

- [1] Spyros Markridakis and Steven C. Wheelwright, *Inter active Forecasting*, Hodel-Dey, Inc., 1978.
- [2] Herz, John A., Richard G. Palmer and Anders S. Krogh, *Introduction to The Theory of Neural Computation*, Addison Weseley, pp.115-141, 1991.
- [3] S.Chen, C.F.N. Cowan, and P.M. Grant, "Orthogonal Least Squares Learning Algorithm for Radial Basis Function Networks", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol.2, No.2, pp.302-309, 1991.
- [4] S.Chen, S.A.Billings, and W. Luo, "Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification", *International Journal of Control*, Vol.50, No.5, pp.1873-1896, 1989.
- [5] Tomaso Poggio and Federico Girosi, "Networks for Approximation and Learning", *Proceedings of the IEEE*, Vol.78, No.9, pp.1481-1496, 1990.
- [6] Sunil Elanayar V.T. and Yung C. Shin, "Radial Basis Function Neural Network of Approximation and Estimation of Nonlinear Stochastic Dynamic Systems", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol.5, No.4, pp. 594-603, 1994.
- [7] Simon Haykin, *Neural Networks a Comprehensive Foundation*, Prentice Hall, pp.236-281, 1994