'98년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 (CAP 9)

Normalized cut을 이용한 image segmentation에 대한 연구

이규한, 정진현
광운대학교 제어계측공학과

A study of a image segmentation by the normalized cut

Kyu Han Lee, Chin Hyun Chung
Department of Control and Instrumentation Engineering, Kwangwoon University

Abstract- In this paper, we treat image segmentation as a graph partitioning problem, and use the normalized cut for segmenting the graph. The normalized cut criterion measures both the total dissimilarity between the different graphs as well as the total similarity within the groups. The minimization of this criterion can formulated as a generalized eigenvalues problem. We have applied this approach to segment static image. This criterion can be shown to be computed efficiently by a generalized eigenvalues problem

1. 서 론

Image segmentation은 영상을 그것을 구성하는 부분이나 물체로 세분하는 것이다. Image segmenta-tion 을 하기 위해 Markov Random Field와 변형된 여러 공식들을 이용할 때 부딪치는 두 가지 기본적인 문제가 있다. 첫 번째는 우리가 최적화 시키기를 원하는 방법은 무엇인가 하는 것이고, 두 번째는 최적화를 이루기 위한 효과적인 알고리즘은 존재하는가 하는 문제이다. 지금까지 효과적인 알고리즘으로 보이는 많은 방법들이 있었지만, minimum -greedy를 찾기 위한 효과적인 알고리즘을 만들 수가 없었다. 그리고 gradient descent type approach는 고차원이나 비선형 문제를 위한 포괄적인 최적화 조건을 찾을 수가 없었다.

본 논문에서는 영상 분할의 우수성(goodness)을 측정하기 위해 normalized cut이라는 정리를 사용한다. 이 정리를 최소화하기 위해 일반적인 고유치 문제를 이용하여 공식화할 수 있다. 이 논문에서 우리는 image segmentation을 group partitioning problem으로 생각한다.

본 논문의 연구 방법은 그룹화의 graph-theoretic 공식과 깊이 관련되어 있다. 임의의 feature 공간에서 포인트들의 집합은 가중치가 주어진 방향성이 없는 그래프 G=(V,E)로 나타내어진다. 여기서 그래프의 절점(node)은 feature 공간의 포인트이고, edge는 모든 절점의 모든 쌍들 사이에서 형성된다. 각 edge의 가중치 w(i,j)는 절점 i와 절점 j사이의 유사성(similarity)의 함수이다.

본 논문에서는 normalized cut을 이용하여 image segmentation하고 일반적인 고유치 문제의 해법을 이용하여 normalized cut 정리를 얼마나 효과적으로 계산할 수 있는지 알아본다.

2. Normalized cut을 이용한 image segme

2.1 Normalized cut

그래프 G=(V,E)는 두 부분을 연결하는 edge를 제거함으로써 간단하게 분해된 두 집합으로 나눌 수 있다. 제거되었던 edge의 전체 가중치를 사용하여 이 두 부분의 비유사성(dissimilarity)의 정도를 계산할 수 있다. 이것을 cut이라 한다.

$$cut(A,B)=\sum_{u\in A,\, v\in B} w(u,v) \tag{1}$$

그래프의 최적화된 양분이 cut value를 최소로 한다.

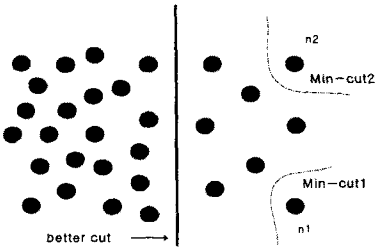


그림1. Minimum cut이 bad partition일 경우

Minimum cut 정리는 그래프에서 분리된 절점들의 집합들을 작게 자르는 게 된다. 오른쪽에서 절점을 개별적으로 나누는 cut은 절점들을 오른쪽과 왼쪽으로 양분하는 cut보다 더 작은 cut 값을 가지게 된다. 포인트들의 작은 집합들을 나눌 때 이런 비정상적인 성향을 피하기 위하여 두 그룹사이의 분해도(disassociation)를 나타내는 새로운 방법을 사용한다. 두 부분을 연결하는 전체 edge 의 가중치를 찾는 대신 그래프에서 모든 절점에 연결된 전체 edge connection의 비율로 cut 값을 계산한다. 분해도(disassociation)측정을 normalized cut(Ncut)이라고 한다.

$$Ncut(A,B)=\frac{cut(A,B)}{asso(A,V)}+\frac{cut(A,B)}{asso(B,V)} \tag{2}$$

여기서 $asso(A,V)=\sum_{u\in A,\, t\in V} w(u,t)$는 A의 절점들로부터 그래프의 모든 절점들까지의 전체 connection $asso(B,V)$도 비슷하게 정의된다. 그룹들 사이의 분해도(disassociation)의 정의에도 불구하고 cut 값은 작은 집합으로부터 다른 모든 절점까지의 큰 백분율로 될 것 이 때문에 작은 분리된 포인트를 분할하는 cut은 더 이상 작은 Ncut 값을 가지지 않을 것이다.

비슷한 개념으로 주어진 부분에 대한 그룹내의 전체적인 normalized association에 대한 비율(measure)을 정의할 수 있다.

$$Nasso(A,B)=\frac{asso(A,A)}{asso(A,V)}+\frac{asso(B,B)}{asso(B,V)} \tag{3}$$

여기서 $asso(A,A)$와 $asso(B,B)$는 A, B 각각의 내부의 절점들을 연결하는 edge의 총 가중치이다. 이것은 그룹내 절점들이 평균적으로 서로 얼마나 단단하게 연결되어 있는지를 나타낸다. 구획의 결합도(associa-tion)와 분해도(disassociation)의 정의에 의해 이 둘은 자연스럽게 연관된다.

$$Ncut(A,B) = \frac{cut(A,B)}{asso(A,V)} + \frac{cut(A,B)}{asso(B,V)}$$
$$= \frac{asso(A,V) - asso(A,A)}{asso(A,V)} + \frac{asso(B,V) - asso(B,B)}{asso(B,V)}$$
$$= 2 - \left(\frac{asso(A,A)}{asso(A,V)} + \frac{asso(B,B)}{asso(B,V)} \right)$$
$$= 2 - Nasso(A,B) \quad (4)$$

이 식을 이용하면 그룹들 간의 분해도(disassociation)의 최소화와 그룹내의 결합도(association)의 최대화를 동시에 만족시킬 수 있다.

2.2 Optimal partition의 계산

그래프 V의 주어진 절점의 구획을 두 개의 집합 A, B로 나눈다. x는 N=|V| 차수 지시 벡터 (dimensional indicator vector)이다. 절점이 A의 내부에 있다면 $x_i=1$, 그렇지 않다면 -1로 한다. $d(i)=\sum_j w(i,j)$는 절점 i에서 모든 다른 절점까지의 전체 connection을 나타낸다.

x와 d의 정의에 의해 Ncut(A,B)를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$Ncut(A,B) = \frac{cut(A,B)}{asso(A,V)} + \frac{cut(A,B)}{asso(B,V)}$$
$$= \frac{\sum_{(x_i>0,x_j<0)} -w_{ij}x_ix_j}{\sum_{x_i>0} d_i} + \frac{\sum_{(x_i<0,x_j>0)} -w_{ij}x_ix_j}{\sum_{x_i<0} d_i} \quad (5)$$

그래프의 가중치 행렬인 W는 $W(i,j)=w_{ij}$인 $N\times N$ 대칭 행렬이고, D는 d를 행렬의 대각성분으로 하는 $N\times N$ 대각 행렬 즉, $D(i,i)=\sum_j W(i,j)$ 이고, $k=\sum_{x_i>0} d_i / \sum_i d_i$, 1은 모든 행렬의 $N\times 1$ 행렬이라고 정의하면 식(5)를 바꿀 수 있다.

$$= \frac{x^T(D-W)x + 1^T(D-W)1}{k(1-k)x^TD1} + \frac{2(1-2k)1^T(D-W)x}{k(1-k)1^TD1}$$

$b=\frac{k}{1-k}$라고 하여 위의 식을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$= \frac{[(1+x)-b(1-x)]^T(D-W)[(1+x)-b(1-x)]}{b1^TD1}$$

$y=(1+x)-b(1-x)$ 라고 하면

$$y^TD1 = \sum_{x_i>0} d_i - b\sum_{x_i<0} d_1 = 0 \quad (6)$$

이 된다.

$$b = \frac{k}{1-k} = \frac{\sum_{x_i>0} d_i}{\sum_{x_i<0} d_i} \text{ 이므로}$$

$$y^TDy = \sum_{x_i>0} d_i + b^2 \sum_{x_i<0} d_i$$
$$= b1^TD1 \quad (7)$$

이다. 모든 식들을 정리하여 다음과 같이 Ncut을 최소화하는 식을 Rayleigh 지수(quotient)를 최소화하는 식으로 유도할 수 있다.

$$\min \cdot Ncut = \min_y \frac{y^T(D-W)y}{y^TDy} \quad (8)$$

이 식은 $y_i \in \{1, -b\}$, $y^TD1=0$의 조건을 갖는다. y를 실수로 완화시키면 일반 고유치 시스템을 이용하여 식(8)을 최소화할 수 있다.

$$(D-W)y = \lambda Dy \quad (9)$$

여기서 y는 구획에 대한 지시 벡터라고 생각할 수 있다. 식(9)를 표준 고유치 시스템으로 바꾸면 다음과 같다.

$$D^{-\frac{1}{2}}(D-W)D^{-\frac{1}{2}}z = \lambda z \quad (10)$$

여기서 $z=D^{\frac{1}{2}}y$이고, 0의 고유치를 가진 식(10)의 고유벡터, $z_0=D^{\frac{1}{2}}1$는 쉽게 구할 수 있다.

식(10)의 모든 고유벡터들은 서로 수직이다. 특히 두 번째로 작은 고유벡터, z_1은 z_0와 수직이다.

일반 고유치 시스템에서 두 번째로 작은 고유벡터는 normalized cut의 실수해이다.

2.3 Grouping algorithm

위에서 보았듯이 일반 고유치 시스템은 표준 고유치 문제로 바꿀 수 있다. 고유벡터를 계산하여 두 번째로 작은 고유벡터를 이용하여 그래프를 두 부분으로 나눌 수 있다. 이상적인 경우 고유벡터는 단지 두 개의 이산값만 갖게 되고 그 값의 부호는 우리에게 그래프를 분할하는 방법을 정확하게 알려주게 된다. 하지만 우리의 고유벡터는 연속 값을 가질 수 있고 우리는 그래프를 두 부분으로 분할하는 분할포인트를 선택해야 한다. 본 논문에서 우리는 분할 결과가 Ncut(A,B) 값을 갖는 그런 분할 포인트를 찾고자 한다.

알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

(1)가중된 그래프 G=(V,E)를 설정한다. 각각의 edge에서 가중치를 계산하여 W와 D로 정리한다.

(2)가장 작은 고유치를 가진 벡터를 찾기 위해 $(D-W)x=\lambda Dx$를 계산한다.

(3) Ncut이 최대가 되는 분할 포인트를 찾아서 그래프를 양분하도록 하는 두 번째로 작은 고유치를 가진 고유 벡터를 사용한다.

(4) Cut의 안정성(stability)을 확인하여 현재의 분할이 사용될 수 있다면 그것을 사용한다. 그때의 Ncut은 이전에 정의된 값 이하로 한다.

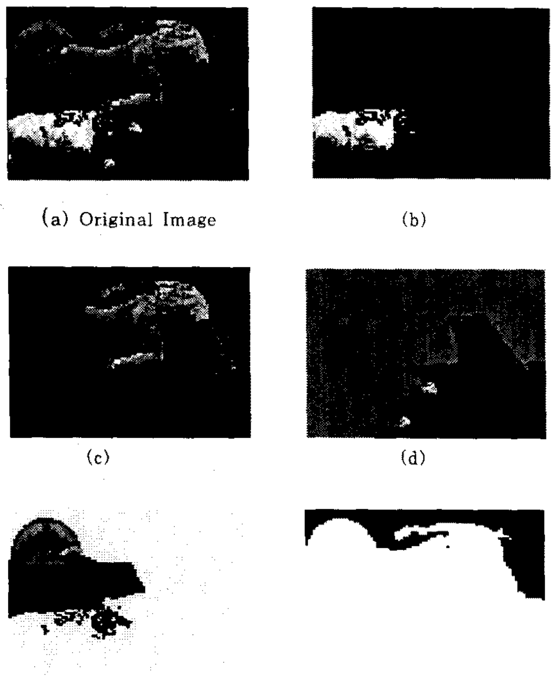
(5) 만일 필요하다면 분할된 부분을 반복적으로 세분한다.

3. 실 험

Grouping 알고리즘을 image segmentation에 적용시킨다. 그러면 영상의 각 픽셀들을 그래프의 절점으로 인식하여 그래프 G=(V,E)를 구성하고, feature similarity 항과 spatial proximity 항의 곱으로써 절점 i와 절점 j사이의 edge 가중치 w_{ij}를 정의한다.

$$w_{ij} = e^{\frac{-\|F(i)-F(j)\|_2}{\sigma_I}} * \begin{cases} e^{\frac{-\|X(i)-X(j)\|_2}{\sigma_X}}, & \text{if } \|X(i)-X(j)\|_2 < r \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서 $X(i)$는 절점 i의 공간 위치이고 $F(i)$는 절점에서의 intensity, color, texture information이다. 본 논문에서는 intensity 값으로 $F(i)=I(i)$이다.



(a) Original Image (b)

(c) (d)

(e) (f)

그림2. Normalized cut을 이용한 image segmentation
(a) 원 영상 (b)-(f) Ncut 값이 0.04이하인 부분들의 구성성분

매개변수는 다음과 같이 주어주고 segmentation을 하였다.

$$\sigma_I=0.01 \quad \sigma_X=4.0 \quad r=5$$

작은 내부 성분들의 변화는 무시되고 영상의 주요성분들은 추출할 수 있었다.

4. 결 론

본 논문에서는 Image segmentation을 group partitioning problem으로 생각함으로써 normalized cut을 사용하였다. 그리고 최소화되는 normalized cut을 구하기 위한 효과적인 알고리즘을 찾기 위하여 일반 고유치 시스템이 실수해를 제공한다는 것을 보였다. normalized cut을 이용하여 영상을 분할할 수 있었다. r값을 5이하로 정하고 segmentation을 하였기 때문에 작은 부분은 무시되었다. 추출된 주요 성분들에 대해 원한다면 각각을 다시 반복적으로 분할을 하여 그 성분들을 다시 분할할 수 있다. 앞으로 normalized cut을 이용하여 연속적인 영상을 압축할 때 응용하면 효과적인 압축을 할 수 있을 것이다.

[참 고 문 헌]

[1] J. Shi and J. Malik. "Normalized cut and image segmentation" IEEE Vision and Pattern Recognition 1997

[2] H.D Simon A. Pothen and K.P Liou. "Partitioning sparse matices with eigenvectors of graph" SIAM Journal of Matrix Anal. 1990

[3] Z. Wu and R. Leahy " An optimal graph theoretic approach to data clustering: Theory and its application to image segmentation" PAMI 1993

[4] J. Shi and J. Malik " Motion segmentation and tracking using normalized cut" International Conference on Computer Vision 1998

[5] Golub and Van Loan "Matrix computations" John Hopkins Press 1989

[6] A. Murat Tekalp "Digital Video Processing" Prentice Hall 1995

[7] Reinhard Klette and Piero Zamperoni "Handbook of Image Processing Operator" John Wiley&Sons 1995