

### 구조적으로 적응하는 퍼지 RBF 신경회로망

최종수\*, 이기범\*, 권오신\*\*

\*포항공업과학연구원, \*\*군산대학교 제어계측공학과

## Structurally Adaptive Fuzzy Radial Basis Function Networks

Jong-Soo Choi\*, Gi-Bum Lee\*, Oh-Shin Kwon\*\*

\*RIST, \*\* Kunsan National University

**Abstract** - This paper describes fuzzy radial basis function networks(FRBFN) extracting fuzzy rules through the learning from training data set. The proposed FRBFN is derived from the functional equivalence between RBF networks and fuzzy inference systems. The FRBFN learn by assigning new fuzzy rules and updating the parameters of existing fuzzy rules. The parameters of the FRBFN are adjusted using the standard LMS algorithm. The performance of the FRBFN is illustrated with function approximation and system identification.

### 1. 서 론

시스템 모델링 및 제어에 이용되는 퍼지 모델은 크게 두 가지 형태로 분류할 수 있다. 즉, Mamdani 타입과 Tagaki-Sugeno 타입이다. 두 퍼지 모델은 퍼지 규칙의 후건부의 구성이 다른 형태를 갖고 있다. Mamdani 퍼지 모델은 후건부로 퍼지 집합을 사용하는 반면에 Tagaki-Sugeno 퍼지 모델은 입력변수의 선형 회귀모델을 사용한다. 두 모델은 비선형 모델링 및 제어 문제에 널리 응용되고 있다. 퍼지 시스템을 응용 하는데 있어서 가장 중요한 문제중의 하나는 대상 시스템에 적합한 퍼지 규칙을 어떻게 구성하는나 하는 것이다. 퍼지 규칙을 구성하는 방법은 두 가지로 수동으로 규칙을 찾는 방법과 자동으로 규칙을 생성하는 방법이 있다. 보고되고 있는 대부분의 퍼지 모델은 시행착오를 통해서 대상 시스템에 맞는 퍼지 규칙을 구성하고 있다. 이 방법은 퍼지 모델의 응용을 제한할 뿐만 아니라 엔지니어로 하여금 퍼지 규칙을 동조하는데 많은 시간을 소모하게 한다. 더욱이 수동으로 규칙을 구성하는 방법은 대상 시스템에 대한 지식을 얻을 수 없을 경우에 더욱 어려운 문제에 직면하게 된다.

이러한 어려움은 많은 연구자들로 하여금 퍼지 규칙을 자동으로 추출할 수 있는 연구를 하게 하였다. 이러한 연구들의 기본 개념은 입출력 데이터를 통해서 퍼지 규칙을 추정하는 방법이다. Kosko[1]는 Product 공간의 훈련 데이터를 퍼지 클러스터링을 통해서 퍼지 규칙을 학습하는 FAM(fuzzy associative memory)를 제안하였다. 이 방법은 각 클러스터가 퍼지 규칙을 표현한다. 이와 같이 퍼지 클러스터링을 통해서 퍼지 규칙을 추정할 지라도 생성된 규칙사이의 충돌로 인하여 어려움을 겪게된다.

최근에 RBF(radial basis function) 신경회로망이 주어진 데이터로부터 퍼지 규칙을 추출하는데 이용되고 있다. Moody등[2]에 의해서 제안된 RBF 신경회로망은 비선형 매핑을 위해 기저함수(basis functions)로 불리는 국부 감응함수(local receptive functions)를 이용하는 신경회로망의 한 모델이다. RBF 신경회로망은 일반화 능력, 계산 능력 및 생물학적 plausibility에

서 기존 다층 신경회로망의 개선된 모델로 생각할 수 있고, 패턴 분류, 예측 및 시스템 모델링 등 다양한 분야에 적용되어 그 유용성이 입증되고 있다. 한편, Platt[3]은 관측 데이터의 신규성을 기반으로 새로운 은닉 유닛을 할당하여 신경회로망을 구성하는 RAN(resource-allocating network)을 제안하였다. RAN은 근본적으로 Gaussian RBF 신경회로망이다. Kadirkamanathan등[4]은 Platt의 RAN의 파라미터를 조정하기 위해 LMS 알고리즘 대신 EKF(extended Kalman filter)를 적용하였고 함수 근사화 및 시계열 예측 문제에 응용하여 성능의 우수성을 입증하였다.

RBF 신경회로망을 이용하여 퍼지 규칙을 추출하는 중심 개념은 퍼지 시스템과 RBF 신경회로망의 등가성에 기반을 두고 있다. Jang 등[5]은 RBF 신경회로망의 국부 감응함수와 퍼지 시스템의 멤버십 함수 사이의 유사성으로부터 퍼지 시스템과 RBF 신경회로망이 기능적으로 등가임을 보여주었다. Hunt 등[6]은 Jang 등의 연구결과에서 일부 전제 조건을 제거함으로써 일반화된 RBF 신경회로망과 Tagaki-Sugeno 퍼지 모델사이의 기능적 등가성을 일반화시켰다.

이 논문에서는 Hunt 등이 제안한 두 모델 사이의 등가성과 Platt이 제안한 RAN을 기반으로 입출력 데이터의 학습을 통해서 새로운 퍼지 규칙을 생성하여 구조적으로 적응하는 능력을 갖는 퍼지 RBF 신경회로망(fuzzy radial basis function networks, FRBFN) 모델을 제안한다. 제안한 알고리즘의 유용성을 입증하기 위해서 함수 근사화 및 비선형 시스템 식별 문제에 대한 시뮬레이션을 수행한다.

### 2. 퍼지 RBF 신경회로망

#### 2.1 RBF 신경회로망

신경회로망 분야에서 국부 학습 및 중첩 감응영역은 cerebral cortex, visual cortex 등의 영역에서 연구된 잘 알려진 구조이다. 생물학적 감응 영역을 기반으로 Moody 등은 함수 매핑을 수행하기 위해서 지역적 감응 영역을 이용하는 RBF 신경회로망을 제안하였다[1]. 일반화된 RBF 신경회로망은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$y = f(x) = \sum_{i=1}^N \theta_i(x) \phi_i(x) \tag{1}$$

여기에서  $y$ 와  $x$ 는 각각 출력과 입력 벡터이다. RBF 신경회로망은 N개의 RBF 유닛을 갖고 있으며,  $i$ 번째 유닛의 비선형성은 함수  $\phi_i(x_i)$ 에 의해서 표현된다. 각 프로세싱 유닛의 출력은 연결강도 함수  $\theta_i(x)$ 에 의해서 곱해지고 이 값들은 RBF 신경회로망 출력을 형성하기 위해 더해진다. RBF 신경회로망의 정규화된 형태의 출력은 다음과 같이 표현된다.

$$y = f(x) = \frac{\sum_{i=1}^N \theta_i(x) \phi_i(x)}{\sum_{i=1}^N \phi_i(x)} \tag{2}$$

식 (1)과 (2)의 RBF 신경회로망은 연결강도  $\theta_i(\cdot)$ 가 입력벡터  $x$ 의 함수이기 때문에 일반화된 형태를 표현한다. 함수  $\theta_i(x)$ 는 validity가 RBF 유니트의 출력  $\phi_i(x)$ 에 의해서 정의되는 국부모델(local model)로 생각할 수 있다. 그러므로 일반화된 RBF 신경회로망은 국부활성화 함수  $\phi_i(x)$ 를 통해서 국부모델이 정의된  $N$ 개의 동작영역으로 입력공간을 분해한다.

국부모델  $\theta_i(x)$ 가 상수값, 즉  $\theta_i(x) = \theta_i$ 이라면 식 (1)과 (2)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y = f(x) = \sum_{i=1}^N \theta_i \phi_i(x), \quad (3)$$

$$y = f(x) = \frac{\sum_{i=1}^N \theta_i \phi_i(x)}{\sum_{i=1}^N \phi_i(x)}. \quad (4)$$

RBF 신경회로망 활성화 함수로 사용하는 Gaussian 기저함수의 일반적인 형태는 다음과 같이 표현된다.

$$\phi_i(x) = \exp \left[ - \left( \frac{(x_{i1} - c_{i1})^2}{\sigma_{i1}^2} + \frac{(x_{i2} - c_{i2})^2}{\sigma_{i2}^2} + \dots + \frac{(x_{iM} - c_{iM})^2}{\sigma_{iM}^2} \right) \right] \quad (5)$$

식 (5)의 기저함수는 각 방향에 따라 다른 폭을 갖고 있으므로 초타원(hyperellipsoids) 형태를 갖는다.

## 2.2 퍼지 RBF 신경회로망 모델

Takagi-Sugeno(TS) 퍼지모델은 규칙의 후건부가 입력변수의 선형회귀함수로 구성되어 있다. 이 점이 Mamdani 타입의 퍼지 모델과 다른 점이다. TS 모델의  $i$ 번째 규칙은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{IF } x_{i1} \text{ is } A_{i1} \text{ and, } \dots \text{ and } x_{iM} \text{ is } A_{iM} \\ \text{THEN } v_i = a_{i0} + a_{i1}x_1 + \dots + a_{iM}x_M. \quad (6)$$

여기에서  $A_{ij}$ 는 퍼지집합이고,  $a_{ij}$ 는 조정되는 후건부 파라미터이다. 추론 규칙은 다음과 같이 전건부의 발화강도(firing strength) 계산에 의해서 구현된다.

$$\mu_R(x_i) = \mu_{i1}(x_{i1}) \wedge \dots \wedge \mu_{iM}(x_{iM}). \quad (7)$$

여기에서  $\mu_{ij}$ 는 퍼지집합  $A_{ij}$ 의 멤버십 함수이고,  $\wedge$ 는 T-norm 퍼지 conjunction 연산자이다. 이 발화정도 값은 출력함수와 곱해져서 최종 출력을 만든다. TS 모델의 전체 출력은 정규화된 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = f(x) = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_R(x_i) v_i(x)}{\sum_{i=1}^N \mu_R(x_i)} \quad (8)$$

Hunt 등[6]이 일반화시킨 일반화된 RBF 신경회로망과 TS 모델의 기능적 동가성은 다음의 조건들을 만족해야 한다.

(조건 1) RBF 유니트의 수는 퍼지 if-then 규칙의 수와 같아야 한다.

(조건 2) 각 규칙의 멤버십 함수는 Gaussian 함수로 선정되어야 한다.

(조건 3) 각 규칙의 발화강도를 계산하기 위해 이용하는 T-norm 연산자는 곱연산이어야 한다.

(조건 4) 전체 출력을 계산하기 위해서 RBF 신경회로망과 퍼지 추론 시스템이 동일한 방법을 이용해야 한다.

위의 조건 (2)와 같이 퍼지규칙 전건부의 멤버십 함수가 univariate Gaussian 함수를 갖는다면,  $i$ 번째 규칙의  $j$ 번째 멤버십 함수값은 다음과 같다.

$$\mu_{ij}(x_{ij}) = \exp \left( - \frac{(x_{ij} - c_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \right), \quad j=1, 2, \dots, M \quad (9)$$

조건 (3)으로부터 각 규칙의 발화강도는 다음과 같이

된다.

$$\mu_R(x_i) = \prod_{j=1}^M \mu_{ij}(x_{ij}), \quad i=1, 2, \dots, N \quad (10)$$

식 (10)은 RBF 기저함수의 수와 퍼지 규칙의 수가 같을 경우 식 (5)와 동가이다. 즉,  $\mu_R(x_i) = \phi_i(x_i)$ 가 된다. 따라서 식 (2)와 (8)은 동일하게 된다.

이 논문에서 사용하는 FRBFN의 출력은 식 (8)의 형태를 취한다. 여기에서 규칙 전건부의 발화강도는 식 (5)에 의해서 계산된다.

## 2.3 퍼지 RBF 신경회로망(FRBFN)의 학습

제한한 FRBFN의 학습과정은 새로운 퍼지 규칙의 생성과 FRBFN 파라미터의 갱신을 포함한다. 초기에 FRBFN의 퍼지 규칙 유니트(또는 RBF 유니트)는 0개이다. 학습이 진행됨에 따라 훈련 데이터의 신규성 검출에 의해서 퍼지 규칙 유니트가 자동으로 생성되어 FRBFN을 구성하게 된다. 따라서, 제안하는 FRBFN은 훈련 데이터의 정보에 따라 구조적으로 적응하는 구조를 갖는다. 훈련 데이터쌍  $(x_n, y_n^d)$ 이 주어지면, 아래의 두 조건을 만족해야 새로운 규칙이 생성된다.

$$\text{Criteria 1: } \|x_n - c_{nb}\| > \epsilon_n. \quad (11)$$

$$\text{Criteria 2: } e_n = y_n^d(x_n) - y_n(x_n) > e_{\min} \quad (12)$$

여기에서,  $c_{nb}$ 는 입력공간에서  $x_n$ 과 가장 가까운 유니트의 중심이고,  $\epsilon_n$ 과  $e_{\min}$ 은 threshold이다. 새로운 규칙이 생성될 때, 전건부의 파라미터는  $c^{\text{new}} = x_n$ ,  $\sigma^{\text{new}} = x(x_n - c_{nb})$ 로 주어지고, 후건부의 파라미터 벡터  $a^{\text{new}}$ 는 random하게 초기화된다.  $x$ 는 입력공간에서 유니트의 중첩을 결정하는 요소이다. 초기에 거리  $\epsilon_n$ 은  $\epsilon_{\max}$ 로부터 시작하여 다음과 같이 지수함수적으로 감쇄한다.

$$\epsilon_n = \max[\epsilon_{\max} \lambda^n, \epsilon_{\min}] \quad (13)$$

여기에서  $\lambda$  ( $0 < \lambda < 1$ )는 감쇄상수이다.  $\epsilon_n$ 은  $\epsilon_{\min}$ 에 도달할 때까지 감소한다.

FRBFN의 파라미터는 다음과 같이 정의되는 오차함수  $E$ 를 최소화하기 위해 갱신된다.

$$E = \frac{1}{2} [y^d(k) - y(k)]^2 \quad (14)$$

$i$ 번째 규칙의 파라미터 벡터를  $w_i = [c_{ij}^T, \sigma_{ij}^T, a_i^T]^T$ 라 하면, 학습 알고리즘은 LMS 규칙에 의해서 다음과 같이 계산된다.

$$w_i(k+1) = w_i(k) + \eta \Delta w_i(k) = w_i(k) - \eta \frac{\partial E(k)}{\partial w_i(k)} \quad (15)$$

여기에서  $\eta$  학습계수이다.

## 3. 시뮬레이션

제한한 FRBFN의 성능을 시험하기 위해서 함수 근사화 및 비선형 동적 시스템 식별에 적용한다.

### 예제 1: 비선형 함수 근사화

함수 근사화의 예제로 Hermite polynomial을 사용한다. Hermite polynomial은 다음 식으로 주어진다.

$$f(x) = 1.1(1 - x + 2x^2) \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right). \quad (16)$$

훈련을 위한 데이터는  $[-4, 4]$  범위에서 40개의 데이터를 random sampling하였다(그림 1(a)에서 □로 표시됨). 함수 근사화 결과는 그림 1에 나타냈고, 200개의 데이터 포인트에 대하여 테스트 되었다. 결과로부터 알 수 있듯이 제안한 FRBFN은 매우 작은 근사화 오차를 보였다. Kadiramanathan 등[4]의 RANEFN는 동일한 실험에서 13개의 은닉 유니트에 의해서 근사화가 이루어졌지만, FRBFN은 단지 4개의 규칙에 의해서

근사화가 성공적으로 수행되었다. 이 예제에 대한 FRBFN의 각 파라미터 값을 표 1에 제시하였다.

**예제 2: 비선형 동적 시스템 식별**

이 예제는 비선형 동적 플랜트의 식별에 관한 실험으로 식별 대상 플랜트는 다음과 같이 주어진다.

$$y(k+1) = 0.35 \left( \frac{y(k)y(k-1)[y(k)+2.5]}{1+y^2(k)+y^2(k-1)} + u(k) \right) \quad (17)$$

FRBFN은  $u(k)$ 에 대하여  $[-1, 1]$ 범위내에서 균일한 분포를 갖는 1000개의 훈련 데이터에 의해서 훈련된다. 이때 FRBFN의 입력은  $\{u(k), y(k)\}$ 이다. 테스트에 사용된 입력  $u(k)$ 는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} u(k) &= \sin(\pi k/25), & k < 250 \\ &= 1.0, & 250 \leq k < 500 \\ &= -1.0, & 500 \leq k < 750 \\ &= 0.3 \sin(\pi k/25) + 0.4 \sin(\pi k/32) + 0.3 \sin(\pi k/40), & k \geq 750. \end{aligned} \quad (18)$$

식별결과는 그림 2에 나타났다. 결과로부터 알수 있듯이 FRBFN은 비선형 동적 시스템의 식별에서도 적합함을 확인할 수 있었다.

**4. 결 론**

이 논문에서는 퍼지 시스템과 RBF 신경회로망 모델의 등가성을 기반으로 입력력 데이터로부터 퍼지 규칙을 자동으로 생성하는 퍼지 RBF 신경회로망(FRBFN)을 제안하였다. 제안한 FRBFN 모델은 훈련 데이터의 신 규성을 판단하여 새로운 규칙을 생성하기 때문에 구조적으로 적응하는 능력을 갖는다. 따라서, 대상시스템에 대한 지식이 부족할 지라도 학습을 통해서 sub-optimal한 퍼지 모델링의 해를 찾을 수 있다. 제안한 모델의 성능을 시험하기 위해서 비선형 함수 근사화 및 동적 시스템 식별 문제에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과로부터 제안한 FRBFN 모델은 비선형 시스템을 모델링하는 능력이 우수함이 입증되었다.

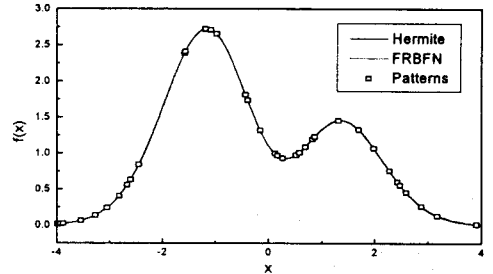
제안한 모델은 비선형 시스템의 퍼지 제어의 이용이 가능하다. 이 경우 각 퍼지 규칙의 제어 대상 시스템의 구역화된 동작영역의 제어를 담당하기 때문에 제어의 정도에 따라 입력공간을 세분화하여 새로운 제어 규칙을 생성시킬 수 있으므로 gain scheduling과 같은 제어 효과를 기대할 수 있다.

**[참 고 문 헌]**

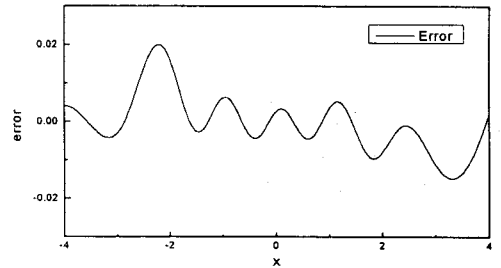
- (1) B. Kosko, *Neural Networks and Fuzzy Systems*, Prentice-Hall, 1992.
- (2) J. Moody and C. Darken, "Fast learning in networks of locally-tuned processing units," *Neural Computation*, vol. 1, pp. 281-294, 1989.
- (3) J. Platt, "A resource-allocating network for function approximation," *Neural Computation*, vol.3, pp. 213-225, 1991.
- (4) V. Kadiramanathan and M. Niranjan, "A function estimation approach to sequential learning with neural networks," *Neural Computation*, vol.5, pp.954-975, 1993.
- (5) J.-S. R. Jang and C. -T. Sun, "Functional equivalence between radial basis function networks and Fuzzy inference system," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 4, no. 1, pp. 156-159, 1993.
- (6) K. J. Hunt, R. Haas, and R. Murray-Smith, "Expanding the functional equivalence of radial basis function networks and fuzzy inference systems," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 7, no. 3,

표 1. 예제 1에 대한 FRBFN 파라미터

Rule No.	center	width	후건부 parameter
1	-0.254	1.063	(0.797, -3.066)
2	1.050	0.709	(2.319, 1.252)
3	2.121	0.821	(0.311, -0.067)
4	-2.838	1.222	(-0.216, -0.046)

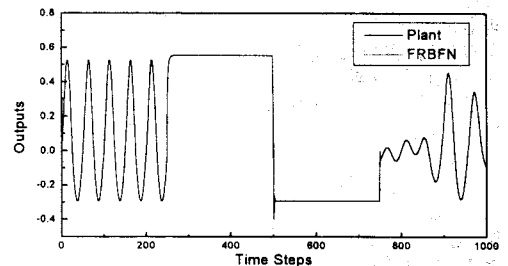


(a) Hermite 함수와 FRBFN의 근사화 결과

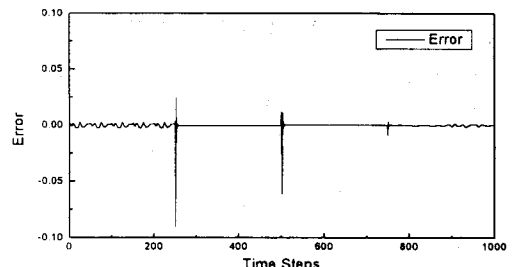


(b) Error

그림 1. Hermite polynomial 함수 근사화 결과



(a) Plant의 출력과 FRBFN의 식별 결과



(b) 두 출력사이의 오차

그림 2. 비선형 시스템 식별 결과