

가변 부하를 받는 전기 기계 시스템의 강인 제어

Robust control of Electric Machine System Subject to Variable Load

고려대학교 공과대학 기계공학과

송재복

Jae-Bok Song (Dept. of Mechanical Engineering, Korea University)

Abstract

Control system of electric machine systems is often required to provide the good control performance even in the presence of various variable loads. In this study, time delay control technique is adopted to overcome such variable loads. Also, in this research a new approach of avoiding saturation by varying the reference model for the time delay control based systems subject to the step changes in reference inputs. These schemes are verified by applications to the position controls of the AC servo motor system and the engine throttle actuator.

1. 서 론

종래에는 제어 대상이 되는 시스템이 비교적 단순하고, 제어 시스템에 대한 요구 조건이 그다지 높지 않았으므로, PID 제어기로 대표되는 단순한 형태의 제어기가 주로 사용되었다. 오늘날도 이러한 종류의 제어기가 산업 현장에서 널리 사용되고 있지만, 시스템의 복잡화 및 제어 시스템에 대한 요구 조건이 점차 높아지면서 제어 기법에 대한 연구도 다양하게 진행되고 있다.

이러한 연구 중에서 시간 지연 제어(Time Delay Control, 이하 TDC라 칭함) 법칙은 [1], [2], 플랜트에 미지의 동역학과 예측하지 못하는 외란이 존재하더라도 과거의 몇 샘플링 주기 동안의 시스템의 입출력 정보를 이용하여 미지의 동역학과 외란의 흥들을 제거하고, 기준 모델에 의해 주어지는 원하는 동역학으로 치환함으로써, 플랜트의 상태 변수가 원하는 궤적, 즉 기준 모델을 정확하게 추종하도록 하는 제어 기법이다. 이러한 TDC 기법은 상태 공간 방식에서 기술되며, 기준 모델을 사용한다는 특징을 갖는다.

기준 모델은 TDC 뿐만 아니라 모델 기준 적용 제어(MRAC) [3]나 모델 기준 학습 제어[4] 등에서도 사용되어 제어 시스템의 원하는 궤적을 생성하므로, 제어기의 설계 시에 선정된 기준 모델에 의해 제어 시스템의 추종 성능이 결정된다. 그러나, 제어의 대상이 되는 대부분의 플랜트는 제어 입력의 크기에 제

한이 있으므로 제어 시스템의 추종 성능에는 한계가 존재하게 되며, 기준 모델의 선정 시에도 이러한 한계를 고려하여야만 한다. 그러나 기존의 연구에서 기준 모델의 선정에 관한 체계적인 기준이 없었다.

따라서 본 연구에서는 TDC 기법에서 사용되는 기준 모델의 선정 기준을 제시하고, 제시한 방법에 의해 선정된 가변 기준 모델을 적용한 TDC 기법을 실험에 적용하여 효용성을 확인한다. 또한, 동력계를 통하여 가변 부하를 인가한 AC 서보 시스템과 가솔린 차량에 사용되는 스로틀 액츄에이터에 대한 실험을 통해서 가변 부하를 받는 전기 기계 시스템에 대한 TDC 기법의 성능을 확인한다.

2. 시간 지연 제어 법칙

본 연구의 주 제어 알고리즘으로 사용된 시간 지연(TDC) 법칙에 대해서 간단히 설명하기로 한다. [1], [2] 다음과 같은 형태의 상태 방정식으로 표현될 수 있는 비선형 시변 플랜트를 고려하여 보자.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) + h(x(t), t) + B(x(t), t)u(t) + d(t) \quad (1)$$

여기서, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태 벡터, $u(t) \in \mathbb{R}^r$ 는 제어 벡터, $d(t)$ 는 미지의 외란 벡터를 각각 표시한다 한편, 제어 행렬인 $B(x, t) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 은 잠정적으로 기지의 행렬이라 가정한다. 가제어성(controllability) 및 구조적 정합(structural matching) 조건을 만족시키는 비선형 MIMO 시스템은, 일반성을 잃지 않고 다음과 같은 표준형으로 표시될 수 있다. 즉, 식 (1)의 각 행렬 및 벡터는 다음과 같이 분할될 수 있다.

$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{pmatrix} x_q(t) \\ x_r(t) \end{pmatrix}; \quad f(x, t) = \begin{pmatrix} Tx(t) \\ I_r(x, t) \end{pmatrix}; \quad h(x, t) = \begin{pmatrix} 0_{(n-r) \times 1} \\ h_r(x, t) \end{pmatrix} \\ B(x, t) &= \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times r} \\ B_r(x, t) \end{bmatrix}; \quad d(t) = \begin{cases} 0_{(n-r) \times 1} \\ d_r(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, x_q , f_q , h_r 및 d_r 은 $\mathbb{R}^{r \times 1}$, x_q 는 $\mathbb{R}^{(n-r) \times 1}$ 이며, $B_r \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 은 비특이 행렬이다. 또한, T 는 $(n-r) \times n$

행렬이며, TDC 법칙의 유도에 직접 관련이 되지 않으므로 자세한 설명은 생략한다.

이러한 플랜트에 대해서 비선형 시변 시스템으로 표현되는 다음과 같은 기준 모델을 고려하자.

$$\dot{x}_m(t) = \Phi(x_m(t), r(t)) \quad (3)$$

이 때, $x_m(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 기준 모델 상태 벡터, $r(t) \in \mathbb{R}^r$ 는 기준 입력 벡터이다. 기준 모델의 상태 벡터와 플랜트의 상태 벡터의 차인 오차 벡터를 $e(t) = x_m(t) - x(t)$ 로 정의하면, 원하는 오차 동역학은 일반적으로

$$\dot{e}(t) = A_e e(t) \quad (4)$$

표현할 수 있으며, 여기서 A_e 는 오차 시스템 행렬이다. 이 때, 기준 모델 및 오차 시스템 행렬도 다음과 같이 분할될 수 있다.

$$x_m(t) = \begin{bmatrix} x_{mq}(t) \\ x_{mr}(t) \end{bmatrix}; A_e = \begin{bmatrix} T \\ A_{er} \end{bmatrix} \quad (5)$$

위의 식들을 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} B_r(x(t), t)u(t) \\ = -f_r(x(t), t) - h_r(x(t), t) - d_r(t) + \dot{x}_{mr}(t) - A_{er}e(t) \end{aligned} \quad (6)$$

이 때, $B_r(x, t)$ 은 $r \times r$ 비특이 행렬이므로 역행렬이 존재하게 되어, 식 (6)을 만족시키는 제어 입력 $u(t)$ 를 구할 수 있다.

그러나, $h_r(x, t) + d_r(t)$ 가 미지의 함수이므로, 제어 법칙 (식 (6))을 바로 구현하는 것은 불가능하다. 따라서, 이 미지 함수의 추정치인 $\hat{h}_r(x, t) + \hat{d}_r(t)$ 를 구하여야 한다. 식 (2)을 (1)에 대입하면, 이를 미지의 항은

$$h_r(x, t) + d_r(t) = \dot{x}_r(t) - f_r(x(t), t) - B_r(x(t), t)u(t) \quad (7)$$

로 표시된다. 만약 시간 지연(time delay) L 이 충분히 작고, $h_r(x, t) + d_r(t)$ 가 연속 함수라면 $h_r(x, t) + d_r(t)$ 의 추정치는

$$\begin{aligned} \hat{h}_r(x(t), t) + \hat{d}_r(t) &\approx h_r(x(t-L), t-L) + d_r(t-L) \\ &= \dot{x}_r(t-L) - f_r(x(t-L), t-L) - B_r(x(t-L), t-L)u(t-L) \end{aligned}$$

로 나타낼 수 있다. 즉, 미지의 함수에 대한 추정치가 과거의 측정치, 상태 변수 및 제어 입력에 대한 정보로부터 구해진다.

한편, $B_r(x(t), t)$ 가 미지이거나 불확실한 경우에는

이의 추정치인 $\hat{B}_r(t)$ 를 사용하며, 식 (8)를 (6)에 대입하면 다음과 같은 시간 지연 제어 법칙이 얻어진다.

$$\begin{aligned} u(t) = \hat{B}_r^{-1}(t) \{ -f_r(x(t), t) - \dot{x}_r(t-L) + f_r(x(t-L), t-L) \\ + \hat{B}_r(t-L)u(t-L) + \dot{x}_{mr}(t) - A_{er}e(t) \} \end{aligned} \quad (9)$$

위의 제어 법칙은 시간 지연 L 을 샘플링 주기 T_s 와 동일하거나 정수배로 취함으로써 이산 제어 시스템으로 쉽게 구현할 수 있다.

3. TDC 법칙의 기준 모델 선정

TDC 기법과 같이 기준 모델을 사용하는 제어 기법은 기준 모델을 통해서 제어 시스템의 기준 입력에 대한 이상적인 응답을 정하게 된다. 이러한 기준 모델이 기준 입력을 과도하게 신속히 추종하도록 선정하면 과도한 오버슛이 발생하는 등 제어 시스템이 기준 모델을 잘 추종하지 못하게 되는 반면에, 기준 모델이 기준 입력을 느리게 추종하도록 선정하면 제어 시스템이 기준 모델을 충실히 추종하더라도 전반적으로 응답성이 저하된다. 따라서 기준 모델을 사용하는 제어 기법에서 제어 시스템이 잘 추종할 수 있는 범위 내에서 가능한 한 신속한 추적 성능을 가지는 기준 모델을 선정하는 것이 중요한 설계 문제가 된다.

한편, 대부분의 시스템은 제어 신호의 크기에 제한을 가지게 되고, 제한으로 인하여 제어 시스템이 추종할 수 있는 기준 모델에는 한계가 존재하게 된다. 예를 들어, 제어 대상이 모터와 질량으로 이루어진 경우 제어 입력인 전압을 크게 할수록 시스템의 응답은 빨라지지만, 모터에 인가되는 전압을 무한히 크게 할 수는 없다. 따라서 모터의 응답 또한 무한대의 속도를 가질 수 없다.

제어 입력의 제한에 의한 문제는 제어 입력이 플랜트의 선형 영역 내에 있도록 제어기를 설계하면 해결될 수 있다. 이를 위해 기준 입력을 추종하는 속도를 다소 느리게 하는 것도 한 방법이 될 수 있으나, 이 경우에는 제어 성능이 저하될 가능성이 있다. 따라서 안정성을 해치지 않으면서 동시에 제어 시스템의 최대 능력을 발휘할 수 있는 방법이 합리적이다. 이를 위해서 TDC 법칙에서 제어 입력과 기준 모델, 기준 입력의 변화량 사이의 관계를 구하고, 이 관계로부터 바람직한 기준 모델을 선정하는 방법을 제안하고자 한다.

제어 대상이 되는 플랜트가 기준 모델을 잘 추종한다면, 다음과 같이 플랜트의 상태 벡터가 기준 모

델의 상태 벡터와 거의 같다고 가정할 수 있다.

$$x(t) \cong x_m(t) \text{ 또는 } x_r(t) \cong x_{mr}(t) \quad (10)$$

이러한 가정으로부터 기준 모델과 플랜트의 상태 벡터의 차이인 상태 오차 $e(t)$ 가 0이 되므로, 식 (9)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(t) &\cong u_n(t) = \hat{B}_r^{-1}(t) \{ \hat{B}_r(t-L) u_n(t-L) \\ &- f_r(x(t), t) + f_r(x(t-L), t-L) + \dot{x}_{mr}(t) - \dot{x}_{mr}(t-L) \} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, u_n 은 오차가 0 일 때의 공칭 제어 입력을 의미한다. 이 식을 정리하면

$$\begin{aligned} \hat{B}_r(t) u_n(t) - \hat{B}_r(t-L) u_n(t-L) \\ = -f_r(x(t), t) + f_r(x(t-L), t-L) + \dot{x}_{mr}(t) - \dot{x}_{mr}(t-L) \end{aligned} \quad (12)$$

이 되고, 식 (17)을 같은 시간 인덱스를 가진 항끼리 정리하면

$$\begin{aligned} \hat{B}_r(t) u_n(t) + \{ f_r(x(t), t) - \dot{x}_{mr}(t) \} \\ = \hat{B}_r(t-L) u_n(t-L) + \{ f_r(x(t-L), t-L) - \dot{x}_{mr}(t-L) \} = C \end{aligned} \quad (13)$$

이 된다. 식 (13)은 시간에 관계 없이 일정한 상수 벡터 C 가 존재함을 의미한다. 이 식으로부터 공칭 제어 입력과 제어 행렬, 기지의 동역학 벡터 사이의 관계를 간단히 나타낼 수 있다.

$$u_n(t) = \hat{B}_r^{-1}(t) \{ \dot{x}_{mr}(t) - f_r(x(t), t) + C \} \quad (14)$$

여기서, 상수 벡터 C 는 오차가 0 이거나 작을 때의 공칭 제어 입력, 기준 모델 상태 벡터의 미분치, 기지의 동역학 벡터 등으로부터 산출할 수 있다.

이러한 과정을 통해 얻은 식 (14)의 관계로부터 기준 모델의 선정 조건을 구할 수 있다. 즉, 식 (14)로부터 공칭 제어 입력의 최대값 $u_{\max}(t)$ 과 최소값 $u_{\min}(t)$ 을 계산할 수 있으므로, 공칭 제어 입력이 포화 영역으로 가지 않도록 하려면 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$U_{\min} \leq u_{\min}(t), \quad U_{\max} \leq u_{\max}(t) \quad (15)$$

여기서, U_{\min} 과 U_{\max} 는 그림 1에 나타나 있듯이 포화 영역의 경계를 나타낸다.

기준 모델에 입력되는 기준 입력이 변화할 때마다 이러한 조건을 만족하도록 기준 모델을 재생할 수 있는데, 이를 가변 기준 모델(variable reference model)이라 부르기로 한다. 이러한 가변 기준 모델을 통해서 제어 입력의 제한 범위 내에서 최대의 제어 성능을 발휘하는 제어기를 구성할 수 있게 된다. 만약 기

준 모델이 고유 진동수나 감쇠비와 같은 파라미터로 표현된다면 식 (14)과 조건 (15)가 기준 모델의 파라미터를 설정하는 기준을 제공할 수 있다.

4. 실험

4.1 실험 장치

본 연구에 사용된 실험 장치는 AC 서보 시스템과 스로틀 액츄에이터이다. 서보 시스템은 그림 1과 같이 동력계와 AC 서보 모터로 구성되어 있고, 동력계에 의해 가변 부하를 인가할 수 있도록 제작되었다.

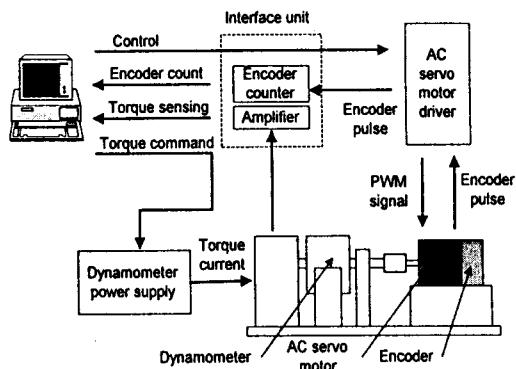


Fig.1 Schematic diagram of experimental setup

그림 2는 가솔린 엔진의 스로틀 액츄에이터의 작동 원리를 나타낸 것이다. 액츄에이터는 스로틀 개도에 따라서 변화하는 스프링의 토크를 이겨내고 스로틀 개도를 제어하게 된다.

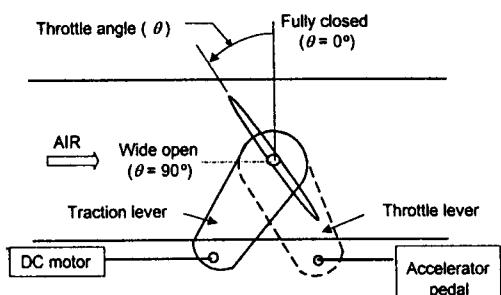


Fig.2 Operation of throttle actuator and definition of throttle angle

4.2 실험 결과 및 고찰

그림 3은 임의의 기준 입력이 인가되었을 때, 기준 모델을 고정한 시간 지연 제어기의 위치 제어 실험 결과를 나타낸다. 사용된 기준 모델은 임계 감쇠

인 선형 2차 시스템으로 고유 진동수 ω_n 이 100 rad/sec 로 고정하였다. 기준 입력의 작은 변화량에 대해서는 플랜트가 기준 입력을 신속히 잘 추종하지만, 기준 입력의 큰 변화량에 대해서는 오버슛이 발생하는 것을 볼 수 있는데, 이 때의 제어 입력은 포화 영역에 들어가는 비교적 큰 값이 된다.

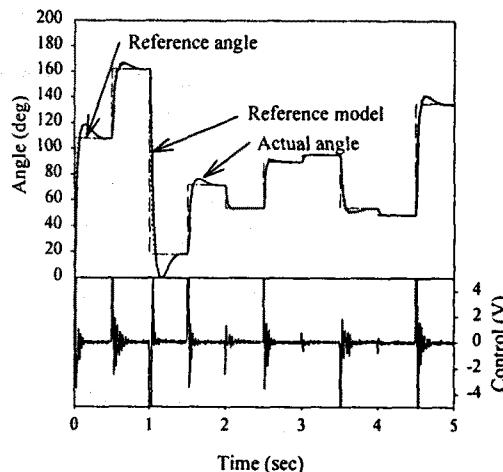


Fig.3 Position control of servo motor by TDC with fixed reference model ($\omega_n = 100$ rad/sec) (Experiment)

기준 모델을 고정할 때에는, 기준 입력의 변화량이 큰 경우에 기준하여 기준 모델을 선정하면 기준 입력의 작은 변화량에 대해서 매우 느린 응답을 보여주며, 반대로 기준 입력의 변화량이 작은 경우에 기준하여 기준 모델을 선정하면 기준 입력의 큰 변화량에 대해 시스템이 추종할 수 없는 무리한 기준 모델이 된다.

이번에는 이러한 고정 기준 모델의 단점을 보완하기 위해서 본 연구에서 제안한 가변 기준 모델을 적용시켜 보자. 그림 4는 임의의 기준 입력이 인가되었을 때, 가변 기준 모델을 사용한 시간 지연 제어기의 위치 제어 실험 결과이다. 임계 감쇠인 선형 2차 기준 모델을 사용하여 가변 기준 모델 알고리즘을 적용하였다. 임계 감쇠이므로 기준 모델 선정의 설계 변수는 기준 모델의 고유 진동수가 되고, 기준 입력의 변화량에 따라서 기준 모델의 고유 진동수가 변화함을 알 수 있다. 즉, 기준 입력의 변화량이 큰 경우에는 기준 모델의 고유 진동수가 작게 선정되어 오버슛이 방지되고, 기준 입력의 변화량이 작은 경우에는 기준 모델의 고유 진동수가 크게 선정되어 보다 신속한 응답을 발생시킨다. 또한, 제어 입력은 항상 선형 영역 내에 존재하게 되어 가변 기준 모델의 타당성을 입증해 주고 있다.

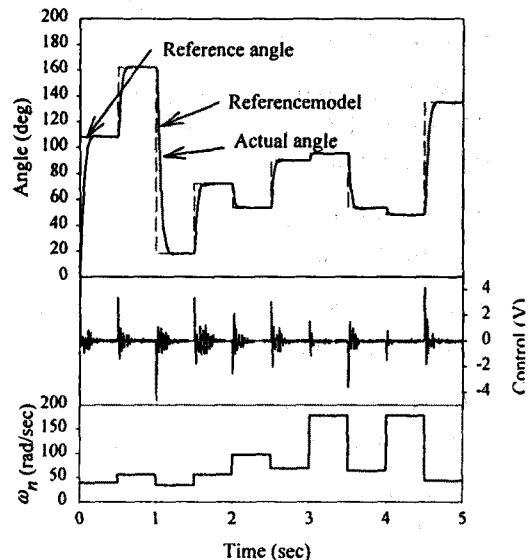


Fig.4 Position control of AC servo motor by TDC with variable reference model (Experiment)

그림 5는 일정한 속도에 도달한 후 계단형의 외란이 인가되는 경우에 대한 시간 지연 제어기에 의한 속도 제어 실험 결과이다.

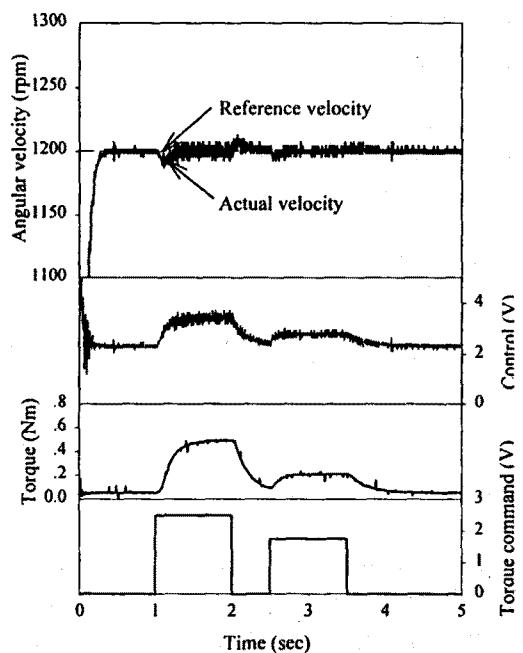


Fig.5 Velocity control of AC servo motor subject to step disturbance by TDC (Experiment)

토크 명령은 동력계의 전원 공급 장치로 출력되는 전압 신호를 의미한다. 그림에서 알 수 있듯이 토크 명령은 계단형으로 주어지는데, 이 신호가 전원 공급 장치에 의해 전류로 변환되어 동력계의 토크를 조절하게 된다. 동력계에서 발생된 토크는 제어 시스템의 외란으로서 모터의 움직임을 방해하는 방향으로 작용하게 된다. 그럼에서 토크 값은 동력계의 토크 센서로부터 측정된 전압 신호를 토크 값으로 환산한 것이다. 측정된 토크의 값을 모터의 정격 토크와 비교하면 인가된 부하 토크가 모터 정격 토크의 80%에 해당하는 큰 값이다. 실험 결과를 보면 외란이 인가되면 오차가 발생되지만 시간 지연 제어기의 외란에 대한 추정으로 제어 입력이 증가하여 곧 외란을 보상하는 것을 알 수 있다.

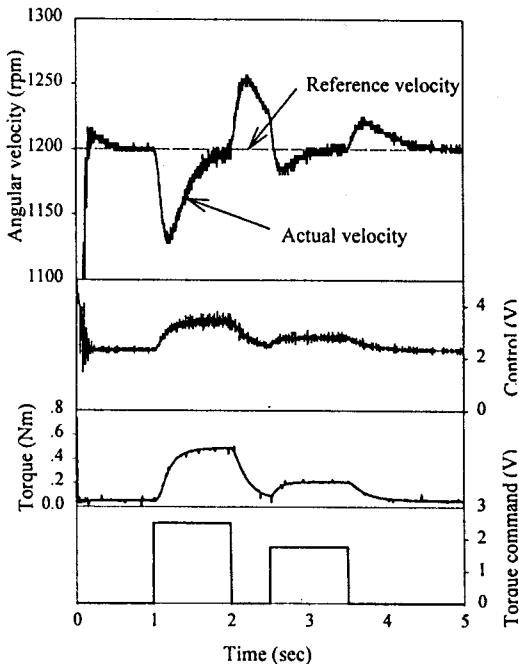


Fig.6 Velocity control of AC servo motor subject to step disturbance by PID (Experiment)

그림 6은 계단 부하에 대한 PID 제어기의 속도 제어 실험 결과이다. PID 제어기는 원리상 오차가 존재해야 제어 입력이 증감하여 그 오차를 줄이게 된다. 즉, 오차가 발생해야 그 오차를 보상하기 위해 제어 입력이 변화하게 된다. 따라서 부하가 작용하면 필연적으로 오차를 수반하게 된다. 물론 이득값을 조절하여 오차의 양을 줄일 수는 있지만, 부하의 크기가 일정하지 않을 경우 이득값의 조절에 의한 성능의 향상에는 제약이 있게 된다.

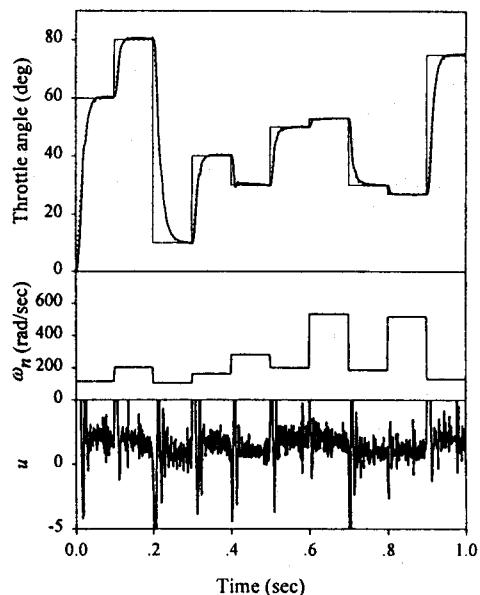


Fig.7 Position control of throttle actuator by TDC with variable reference model (Experiment)

그림 7은 임의의 기준 입력이 인가되었을 때 가변 기준 모델을 사용한 TDC 기법에 의한 스로틀 액츄에이터의 위치 제어 실험 결과이다. 스로틀 액츄에이터는 스로틀 개도가 변화하면 부하로 작용하는 스프링 토크도 변화하여 스프링 토크가 가변 부하로 작용하게 된다. 기준 입력의 변화량이 큰 경우에는 기준 모델의 고유 진동수가 작게 설정되어 오버슛이 방지되고, 기준 입력의 변화량이 작은 경우에는 기준 모델의 고유 진동수가 크게 설정되어 보다 신속한 응답을 발생시킨다. 제어 입력은 정상 상태에서의 스로틀 개도에 따라서 다르게 나타나는데, 이는 스프링의 토크에 의한 것으로서 TDC 기법은 이러한 외란이 존재하는 상황에서 외란을 보상하고 기준 모델을 추종하는 제어 성능을 나타낸다

5. 결론

본 연구에서는 제한된 제어 입력을 갖는 시스템에 대한 시간 지연 제어기를 설계하는 방법으로 가변 기준 모델을 설정하는 방법을 제안하였으며, 가변 부하를 받는 시스템에서의 시간 지연 제어기의 외란에 대한 제거 능력을 PID 제어기와 비교하였다. 이를 위해 AC 서보 모터 구동 회로와 가변 부하 인가 장치를 자체 제작하여 실험을 수행하였고, 본 연구에서 제안한 방식을 검증하기 위해서 비선형 부하를 갖는 스로틀 액츄에이터 시스템에 대해서도 실험을 수행

하였다. 이 연구를 통해서 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 기준 입력의 변화량, 제어 행렬 및 제어 입력의 제한 범위 등의 정보로부터 가변 기준 모델을 결정하는 방법을 제안하고, 실험에 적용한 결과, 기준 입력의 큰 변화에 대해서도 오버슛이 발생되지 않는 정확한 응답이, 기준 입력의 작은 변화에 대해서는 매우 신속한 응답이 발생되어, 전반적으로 향상된 제어 성능을 얻을 수 있었다.
2. 시간 지연 제어기는 과거의 몇 샘플링 주기 동안의 시스템의 입출력 정보를 이용하여 미지의 선형 또는 비선형 동역학과 예측하지 못한 외란에 의한 항들을 제거하므로, 우수한 외란 제거 성능 및 강인성을 나타낸다는 것을 실험을 통해서 확인할 수 있었다. 또한, 가변 부하가 인가되는 경우에 발생한 오차에 대해서 보상하는 PID 제어기에 비해서 시간 지연 제어기가 보다 우수하게 가변 부하에 대처하였다.

참고 문헌

- [1] K. Youcef-Toumi, and O. Ito, "A Time Delay Controller for Systems With Unknown Dynamics," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.112, No.1, pp. 133-142, 1990.
- [2] S. Reddy, "Theory of Time Delay Control and Application to Magnetic Bearings," *Doctoral Thesis*, MIT, 1992.
- [3] J.J. Slotine, and W. Li, "Applied nonlinear control," *Prentice Hall*, pp.315-323, 1991.
- [4] C.C. Cheah, and D. Wang, "A model reference learning scheme for a class of nonlinear systems," *International Journal of Control*, Vol.66, No.2, pp.271-287, 1997.
- [5] Y.S. Lu, and J.S. Chen, "Design of a global sliding-mode controller for a motor drive with bounded control," *International Journal of Control*, Vol.62, No.5, pp.1001-1019, 1995.
- [6] M.W. Spong, J.S. Thorp, and J.M. Kleinwaks, "The Control of Robot Manipulators with Bounded Input," *IEEE transaction on automatic control*, Vol. AC-31, no.6, pp.483-490, 1986.