

유전율이 큰 부하가 있는 마이크로웨이브
시스템의 전자파 해석

*옥승현, *친창율, 한승업
서울대, *서울시립대

The analysis of electromagnetic field in
microwave system including a load with high permittivity

*Seung-han Ok, *Chang-yul Chun, Song-yop Hahn
School of Elec. Eng., Seoul Nat'l Univ, *Univ of seoul

Abstract - The method for the calculation of the input impedanc of cavity with water is proposed in this paper . the electric field and input impedance are calaulated for the water with high conductivity to verify this method. And the electric field and RCS (radar cross section) is calculated when the plane wave scattered by high permittivity and low conductivity material. The calculated results are compared with exact solution. Then this method is compared with the conventional method.

되어 진다.

2. 본 론

helmholtz 방정식과 더불어 경계조건이 해의 유일성을 보장하기 위해 필요하다. 경계에서의 전계와 자계의 비가 주어지면 그 시스템은 유일한 전자계분포를 갖는다. 경계조건에는 Dirichlet, Neumann, 그리고 Mixed 경계조건이 있다. 본 논문의 모델에서 쓰인 Absorbing boundary condition(ABC) 과 IBC는 Mixed 경계조건식에 해당한다.

1. 서 론

2.1 임피던스 경계조건 (IBC)

많은 회사들이 전자 레인지의 효율을 향상시키려 노력한다. 음식을 효율적으로 가열시키려면 공진기 내부의 전계가 균일해야 한다. 또한 사용전력의 효율을 높이면 입력 임피던스를 알아서 전력 공급단의 임피던스를 그에 맞추어 조절해야한다. 이러한 필요에서 공진기의 입력 임피던스와 내부의 전자계분포를 알아내야한다.

IBC의 기본 개념은 경계에서 경계에 평행한 전계와 자계의 비가 경계에 접한 두 물질상수값의 비에만 의존하며 전체 모델의 형태와 입사파의 입사각에 영향을 받지 않는다는 것이다. skin depth와 곡율이 작다면 대부분의 입사파가 경계에서 수직으로 투과된다. 곡율과 입사각의 영향이 크지않아 고려하지 않은 것을 SIBC(standard impedance boundary condition)이라 한다.

유한 요소법으로 이 값들을 얻어낼 수 있다. 유한 요소법으로 정확한 해를 구하려면 한 파장당 10 개 이상의 요소를 할당해야 한다. 큰 도전율과 유전율 값을 갖는 부하 내부에서는 파장이 매우 짧아 많은 요소가 필요하다. 따라서 큰 도전율과 유전율을 지닌 물질을 포함한 시스템을 해석하는데 어려움이 있다.

경계에서의 전계와 자계의 비는 투과파의 전계와 자계의 비와 같으며 이는 물질상수값에 의해 결정되어지는 값이다. 경계에서 전계와 자계는 다음식을 만족한다.

$$\hat{n} \times \vec{E} = -Z_s \cdot \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H})$$

(1)

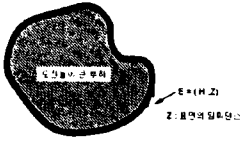
Z_s : 내부의 임피던스

임피던스 경계조건(IBC)을 유전율과 도전율이 큰 물질 경계에 사용하여 해석영역을 줄일수 있다. IBC는 변수와 계산시간, 메모리를 줄여준다. 그래서 이 방법은 기존의 컴퓨터 용량과 속도의 제약으로 불가능하던 작업도 가능케 한다. 임피던스 경계조건에 대한 설명이 있은후 유한요소법에서 IBC 의 적용 과정이 설명되어진다.

2.1.1 유한 요소 정식화

도전율이 큰 부하를 포함한 공진기의 전자계분포와 특성 해석을 보이겠으며 유전율만 큰 부하에 대한 해석도 보일 것이다. 각 해석결과를 기존의 전영역 해석 방법과 비교

가중잔차법(weighted residual method) 중에서 가중함수(weighting function)로 요소의 형상함수-보간함수(interpolation function)를 사용하는 Galerkin법을 이용하여 (2)식에 대한 유한요소 정식화(finite element formulation)



$$E = (H, Z)$$

그림 1. 도전율이 큰 부하 표면에서의 E 와 H

를 해보도록 하겠다.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{E} = 0 \quad (2)$$

사용하려고 하는 요소의 형상함수를 \vec{N} 이라 하고, 먼저 (2)식에 Galerkin법을 적용하면 다음의 식이 된다.

$$\int_V \vec{N} \cdot \left[\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{E} \right] dv = 0 \quad (3)$$

(3) 식을 전개하기 위하여 다음의 벡터동식을 고려하여 보자.

$$\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \nabla \times \vec{A} - \vec{A} \cdot \nabla \times \vec{B} \quad (4)$$

(3)식의 \vec{N} 와 $\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E}$ 를 각각 (4)식의 \vec{A} 와 \vec{B} 에 대응

시켜서 (3)식을 전개하면 다음과 같이된다.

$$\int_V \left[(\nabla \times \vec{N}) \cdot \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - \nabla \cdot \left(\vec{N} \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{N} \cdot \vec{E} \right] dv = 0 \quad (5)$$

(5)식의 적분식 중 가운데 항은 발산정리를 사용하면 다음과 같이 면적분 항으로 바꿀 수 있다.

$$\int_V \nabla \cdot \left\{ \vec{N} \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) \right\} dv = \int_S \left\{ \vec{N} \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) \right\} \cdot \hat{n} ds \quad (6)$$

$$= \int_S \vec{N} \cdot \left(\left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) \times \hat{n} \right) ds$$

$$(\because \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}))$$

여기서 \hat{n} 은 Cavity의 외부로 향하는 단위 법선 벡터이다. 이제 (3)식은 다음과 같이 정리하여 쓸 수 있다.

$$\int_V \left[(\nabla \times \vec{N}) \cdot \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{N} \cdot \vec{E} \right] dv + \int_S \vec{N} \cdot \left(\hat{n} \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) \right) ds = 0 \quad (7)$$

(7)식에서 면적분의 경우 도파관 또는 동축전송선로의 입력 포트(port)인 S면을 제외한 나머지 면은 모두 완전도체이므로 S면 이외의 면에서는 그 값이 '0'이 된다. 그러나 S면에는 입사파(incident wave)와 반사파(reflected wave)가 있으므로 이를 고려하여 적분을 하여야 한다. 여기서 도파

관 feeding의 경우를 고려하자. 도파관 feeding의 경우 입사파를 TE₁₀라고 생각하고 반사파도 도파관의 길이를 충분히 길게 하여서($\lambda_g/2$ 이상) 역시 TE₁₀라고 놓을 수 있도록 하면, 이 면에서의 전개는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \vec{E}^{inc} + \vec{E}^{ref} \\ &= \hat{y} E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-jk_z z} + \hat{y} R E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{jk_z z}, \quad (8) \\ 0 \leq x \leq a \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{l} R : \text{반사계수 (reflection coefficient)} \\ k_z = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \\ a : \text{도파관의 폭} \end{array} \right.$$

(8)식과 같이 표현된 전개에 대해서 (7)식의 면적분을 풀어 보면, 우선

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \nabla \times \vec{E} &= -\hat{z} \times \nabla \times \vec{E} \\ &= \frac{\partial E_y}{\partial z} \hat{y} \\ &= -jk_z \vec{E}^{inc} + jk_z \vec{E}^{ref} \\ &= jk_z \vec{E} - 2jk_z \vec{E}^{inc} \end{aligned} \quad (9)$$

이다. 그리고,

$$\begin{aligned} \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{E}) &= -\hat{z} \times (\hat{z} \times E_y \hat{y}) \\ &= -E_y \hat{y} = -\vec{E} \end{aligned} \quad (10)$$

과 같이 나타낼 수 있으므로, (9)식은 다음과 같이 바뀌 쓸 수 있다.

$$\hat{n} \times \nabla \times \vec{E} = -\gamma \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{E}) + \vec{U}^{inc} \quad (11)$$

여기서, $\gamma = jk_z$, $\vec{U}^{inc} = -2jk_z \vec{E}^{inc}$ 이다.

이제 (7)식의 면적분 항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_S \vec{N} \cdot \left(\hat{n} \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) ds &= \int_S \frac{1}{\mu_r} \vec{N} \cdot \left[-\gamma \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{E}) + \vec{U}^{inc} \right] ds \\ &= \int_S \frac{1}{\mu_r} \left[-\gamma (\hat{n} \times \vec{E}) \cdot (\vec{N} \times \hat{n}) + \vec{N} \cdot \vec{U}^{inc} \right] ds \\ &= \int_S \frac{1}{\mu_r} \left[\gamma (\hat{n} \times \vec{N}) \cdot (\hat{n} \times \vec{E}) + \vec{N} \cdot \vec{U}^{inc} \right] ds \end{aligned} \quad (12)$$

이제 부하의 경계를 IBC로 해석하는 경우를 고려해보자. 우선 IBC를 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \vec{E} &= -Z_s \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{H}) \\ \hat{n} \times \hat{n} \times \vec{E} &= Z_s \hat{n} \times \vec{H} \\ \hat{n} \times \hat{n} \times \vec{E} &= Z_s \hat{n} \times \nabla \times \frac{1}{j\omega\mu} \vec{E} \end{aligned}$$

이제 (7)식의 면적분항은 다음과 같이 바뀐다.

$$\int_s \vec{N} \cdot \left(\hat{n} \times \frac{\nabla \times \vec{E}}{\mu_r} \right) ds = \int_s \vec{N} \cdot \left[-\frac{j\omega\mu}{Z_s} \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{E}) \right] ds$$

$$= \int_s \vec{N} \cdot \left[\frac{j\omega\mu}{Z_s} (\hat{n} \times \vec{N}) \cdot (\hat{n} \times \vec{E}) \right] ds$$

2.3 결과 및 고찰

우선 높은 도전율을 가진 부하에 대한 해석 결과를 보인 후 높은 유전율만 가진 부하에 대한 해석을 보인다. 이 방법은 입사각의 영향을 고려하지 않는다.

그림 2에 첫 번째 해석 모델이 보인다. 2.45 GHz의 평면파가 도전율이 큰 원형 실린더에 의해 산란되는 상황에서 전계분포와 RCS (radar cross section) 값을 구해보았다. 이 모델은 많은 요소를 요구하지 않아 시험 모델로 적합하다. 그리고 이 모델의 결과는 경계에서의 입사각이 임피던스에 미치는 영향에 대한 정보를 준다. 도전율은 바닷물의 도전율을 택하였고 모델의 수치해석 시간을 줄이려 유전율은 바닷물의 유전율보다 작게 주었다. 또한 Absorbing boundary condition (ABC)가 무한 공간에 대한 근사경계조건으로 사용되었다. 그림 3은 전영역 해석시의 전계분포이고 그림 4는 IBC 적용시의 해석결과이다. 두해가 거의 일치함을 알 수 있다. 하지만 전영역 해석시의 계산시간은 표 1과같이 5배 정도나 더 걸렸음을 알 수 있다. 이는 IBC가 매우 효율적인 방법임을 알려준다. 그림 5에서 RCS 값을 비교해보었다. IBC가 해석시간과 메모리를 많이 절약해줌에도 해석결과는 전영역해석과 정확히 일치함을 보인다.

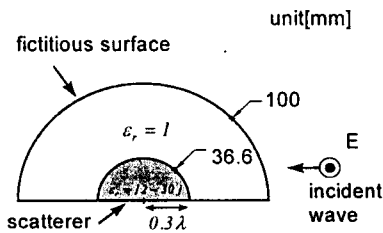


그림 2. 공기중의 원형 실린더 형의 유전체

	전영역 해석시	IBC 적용시
절점의 수	2589	1228
요소의 수	5067	2319
면의 수	7655	3546
계산 시간	350 초	55 초

표 1. 전영역 해석시와 IBC 적용시의 요소의 수 비교



그림 3. 전영역 해석시의 전계분포

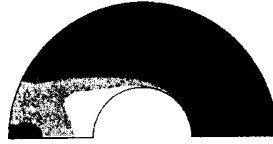


그림 4. IBC 적용시의 전계분포

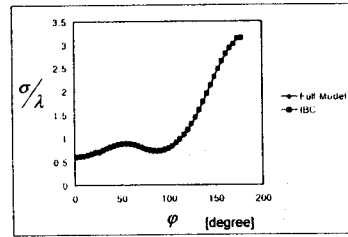


그림 5. RCS 값의 비교

두 번째 해석 모델이 그림 6에 나타나 있다. 도파관을 통해 입사된 파가 공진기 내부로 들어가게 되어 있으며 내부에는 도전율이 큰 물질이 있다.

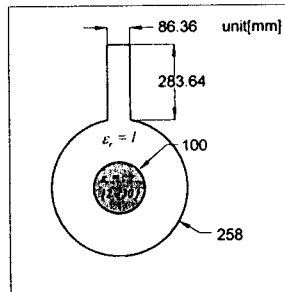


그림 6. 내부에 유전체가 있는 공진기 모델

입력 입사파는 TE10 이며 반사파도 TE10 라는 가정하에 유한요소 정식화를 했다. 도파관의 길이를 충분히 길게 하여 반사파도 도파관 입구에서 TE10 이게 했다. 공진기의 입력 임피던스가 계산되어야 할 관심있는 값이다. 이 모델은 IBC가 수부하가 있는 실제 전자 레인지 해석에 적용될수있음을 보이기에 충분하다. skin depth 는 대략 20 mm 였다. 전영역 해석시 skin depth 영역만을 해석영역에 포함시켰다. 이는 실제로 skin depth 이상의 영역에서는 전자파가 거의 존재하지 않기 때문이다. 그림 7, 그림 8에 두경우에 대한 전계분포를 보였다. 전영역해석시 반사계수는 -2.4[db], IBC 적용시의 반사계수는 -2.6[db] 로 거의 일치했다.

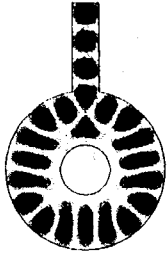


그림 7. 전영역 해석시의 전계분포

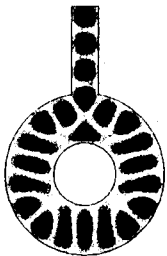


그림 8. IBC 적용시의 전계분포

이런 결과는 이전 논문에서도 예상될 수 있었던 결과이다. 투과파의 영향이 무시될 수 있었던 것은 투과파가 반대편 경계에 도달하기 전에 소멸해버리기 때문이다. 그러나 도전율이 크지 않고 유전율만 클 때 경계에서의 임피던스는 모델의 형태와 크기에 의존하는 변수가 된다. 이 때 경계에서의 임피던스를 정확히 예측할 수 없어 IBC를 사용할 수 없다. 하지만 유전율이 크고 모델의 형태와 크기가 입사파를 거의 반사시키는 상황이면 투과파가 있지만 작을 때 이 투과파의 영향은 무시될 수 있다. 그림 10 이 투과파가 작은 경우에 대한 전계분포를 나타낸다. 그림 10 은 부하내부가 모두 채워진 상태가 아닌데 이 때가 반사되는 양이 더 많았다. 그림에서와 같이 투과 되는 파가 거의 없고 이 전계분포는 IBC로 해석한 결과와 거의 일치함을 알 수 있다. 그림 11이 IBC로 해석시의 전계분포이다. 두 경우에 대한 RCS값이 그림 12 에서 비교되었다.



그림 10. 전영역 해석시의 전계분포 $\epsilon_r = 70 + 0j$

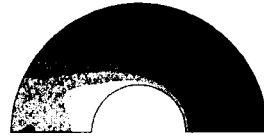


그림 11. IBC 적용시의 전계분포 $\epsilon_r = 70 + 0j$

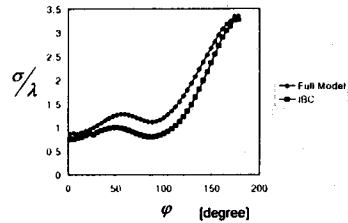


그림 12. RCS 값의 비교

3. 결 론

도전율이 큰 부하와 유전율이 큰 부하에 대한 IBC를 적용한 해석 방법과 결과를 제시하였다. 그 동안 IBC는 도전율이 커서 경계에서의 임피던스를 정확히 예상할 수 있는 상황에서 사용되었다. 하지만 수부하처럼 도전율이 크지 않은 부하는 표면에서의 임피던스를 정확히 예측하기 힘들다. 하지만 유전율이 크기에 특정한 형태가 아닌 입사파가 경계에서 거의 반사되며 이때는 작은 투과파의 영향이 전체전계분포에 큰 영향을 끼치지 않음을 알 수 있다. IBC를 사용하면 정확성의 손실은 어느정도 감안해야 하지만 계산시간과 메모리의 많은 절약 효과를 가져올 수 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] T.H.Fawzi, M.taher Ahmed.P.E.Bere, "On the use of the impedance boundary conditions in current problems", IEEE Trans. Magn., vol.21, 1985, pp.1835-1840
- [2] A.Darcherif, A.Raizer, J.Sakellaris, and G.Mcunier, "On the use of surface impedance concept in shield and Multiconductor cable characterization by the Finite element method", IEEE Trans. Magn., vol.28, 1992, pp.1446-1449.
- [3] D.J. Hoppe, and Y.Rahmat-Samii, Impedance boundary conditions in electromagnetics, A SUMMA BOOK, 1995.
- [4] H.B.Lee, "Computer Aided Optimal Design Methods for Waveguide Structures", Ph.D. dissertation, EE Department, Seoul National University, February 1995.