

센서없는 하이브리드형 선형 펄스모터를 위한
비선형 상태관측기 설계

최 동 수* 김 태 한* 김 양 오* 하 인 중* 김 문 환**

* 서울대학교 공과대학 전기공학부

** 한국 전기연구소 발전제어팀

A Nonlinear State Observer
for Sensorless Hybrid-type LPM

Dong-Soo Choi* Tae-Han Kim* Yang-O Kim* In-Joong Ha* Moon-hwan Kim**

* School of Electrical Engineering Seoul National University, Seoul, Korea 151-742

Fax: +82-2-878-8198, Phone: +82-2-880-7312, E-mail:ijha@asrisdt200.snu.ac.kr

** Power Plant Control Team, Korea Electrotechnology Research Institute, P.O.Box 20,Changwon, Korea

Fax: +82-551-80-1476, Phone: +82-551-80-1441, E-mail:mhkim@keri.re.kr

Abstract - This paper describes a nonlinear state observer to identify the rotor position and velocity of a hybrid-type linear pulse motor(LPM). Since the observer's error dynamics of a hybrid-type LPM is highly nonlinear, the stability of the proposed observer is analyzed using an approximated error model. The optimal choices of the proposed observer gains are also discussed. Our extensive simulation study shows that the proposed observer can identify rotor position and velocity and is robust with respect to uncertainties in mechanical parameters and load force.

II. 본론

자기포화가 없다는 가정 하에, 2상 하이브리드 스텝 모터의 동적 방정식은,

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{-R_s i_1 - E(i_1, v, x) + V_1}{L(i_1, x)} \quad (1)$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{-R_s i_2 - E(i_2, v, x - \frac{\pi}{4}) + V_2}{L(i_2, x - \frac{\pi}{4})}$$

$$M \dot{v} + B v + F_L = F_e(i_1, i_2, x) \quad (2)$$

여기서, R_s 는 상저항이며, 함수 L 은 상인덕턴스를 나타내며, 다음과 같은 형태를 취한다.

$$L(i, x) \triangleq L_0 + \tilde{L}_c(x) + \tilde{L}_o(x) \operatorname{sgn}(i) \quad (3)$$

그리고 E 는 역기전력을 나타내며 다음과 같다.

$$E(i, v, x) \triangleq v\{g(x) + \tilde{L}'_c(x)i + \tilde{L}'_o(x)|i|\} \quad (4)$$

여기서 $\tilde{L}'_c, \tilde{L}'_o$ 는 각각 \tilde{L}_c, \tilde{L}_o 의 x 에 대한 일차미분이다. 마지막으로, 발생힘 함수 F_e 는 다음과 같다.

$$F_e(i_1, i_2, x) \triangleq F(i_1, x) + F(i_2, x - \frac{\pi}{4}) \quad (5)$$

여기서, F 는 상힘 함수이며 다음과 같이 주어진다.

$$F(i, x) \triangleq \{g(x) + \frac{1}{2}\tilde{L}'_c(x)i + \frac{1}{2}\tilde{L}'_o(x)|i|\} i. \quad (6)$$

위 식에서, $g(x), \frac{1}{2}\tilde{L}'_c(x)|i|^2 + \frac{1}{2}\tilde{L}'_o(x)|i|i$ 항은 각각 PM과 VR에 의한 힘성분을 나타낸다.

상수 L_0 와 함수 $\tilde{L}_c, \tilde{L}_o, g$ 는 고정자 및 가동자의 기하학적 구조와 영구자석에 의한 자속분포에 의해 결정되며 다음과 같은 성질을 가진다.

$$g(x+p) = g(x), \quad (7)$$

$$\tilde{L}_c(\theta + 2\pi) = \tilde{L}_c(x), \quad (8)$$

$$\tilde{L}_o(x+p) = \tilde{L}_o(x), \quad \forall x \in \mathbf{R} \quad (9)$$

$$L(i, x) > 0, \quad \forall i \in \mathbf{R}, \quad \forall x \in \mathbf{R} \quad (10)$$

I. 서론

하이브리드형 선형스텝모터의 고성능 폐루프제어를 위해서 모터가동자의 위치 및 속도의 정보는 필수적이다. 기존에는 위치 및 속도정보를 얻기 위해서 통상적으로 위치센서를 사용하여왔다. 그러나 이런 센서들은 시스템의 신뢰도를 저하시키는 단점이 있다. 이러한 이유로, 비교적 저가인 전류 및 전압 센서만을 써서 가동자의 속도 및 위치를 추정하려는 연구가 활발히 진행되었다. 대부분의 연구는 PMSM을 중심으로 연구가 이루어져 왔는데, [1],[4],[8]은 PM에서 dq 변환 등 비선형 상태변환을 이용하여 간략화된 동적방정식에서 관측기를 구성하는 방법을 제시 하였는데, 이 방법들은 모두 하이브리드 타입에는 적용하기가 어렵다. 그밖에도, 가변구조 관측기를 이용하는 방법[3][9], VR 형태의 모터에 대한 상태관측기[2]도 제안되었으나, 기계정보를 이용하기 때문에 기계파라미터에 강인하지 못하며, 대수방정식으로부터 직접 속도 및 위치정보를 얻는 방법[5]은 계산량이 많아 실제로 구현하기가 힘들다. 그외에 확장 칼만 필터를 이용하는 방법[7]은 공분산행렬등의 설정이 어려운 문제가 있다.

본 논문에서는 기계상수, 즉 가동자의 질량이라든지, 점성 마찰계수등의 정보를 이용하지 않고, 전기 다이나믹스만으로 가동자의 속도 및 위치를 추정할 수 있는 비선형 상태 관측기를 제안한다. 추정 오차의 동적 방정식은 국소적으로 선형이고 안정하다. 주어진 상태 관측기가 속도 및 위치제어에 잘 적용되는지, 그리고 외란 및 부하힘등에 강인한지를 확인하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다.

전류 및 전압센서로부터 실제 전류 및 전압을 얻을 수 있으므로, 식(1)으로부터, 시스템의 출력을 각 상 전류의 미분치로 정의하면, 시스템의 출력 및 출력의 추정치는 가동자의 속도 및 위치만의 함수임을 알 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(v, x) \\ f_2(v, x) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_1}{dt} \\ \frac{d\hat{i}_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\hat{v}, \hat{x}) \\ f_2(\hat{v}, \hat{x}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

시스템 출력의 추정 오차를 다음과 같이 정의하고,

$$e_1 \triangleq \frac{di_1}{dt} - \frac{d\hat{i}_1}{dt}, \quad e_2 \triangleq \frac{di_2}{dt} - \frac{d\hat{i}_2}{dt} \quad (12)$$

한편, 상태 관측이 기계다이나믹스에 비해 상대적으로 매우 빨리 이루어지므로, 상태 관측주기 내에 속도가 거의 변하지 않는다고 가정을 하는 것이 충분히 타당하다. 이제, 이 가정과 식(11), (12)을 이용하여, 다음과 같이 비선형 상태 관측기를 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{v}}{dt} \\ \frac{d\hat{x}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(e_1, e_2) \\ g_2(e_1, e_2) \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 \hat{v}, \hat{x} 는 각각 속도 및 위치의 추정치를 나타내며, g_1, g_2 는 비선형 이득함수이다.

이제, 다음과 같이 속도 및 위치 추정 오차를 정의하고, 추정 오차식을 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{de_3}{dt} \\ \frac{de_4}{dt} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \frac{dv}{dt} - \frac{d\hat{v}}{dt} \\ \frac{dx}{dt} - \frac{d\hat{x}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ e_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1(e_1, e_2) \\ g_2(e_1, e_2) \end{bmatrix} \quad (14)$$

전 영역에서 수렴 여부를 조사하는 것은 매우 어려운 일이므로, 국소적으로 수렴 여부를 알아보면, 이제 e_1, e_2 가 매우 작을 경우, 식(14)를 $e_1 = 0, e_2 = 0$ 근처에서 선형화 하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{de_3}{dt} \\ \frac{de_4}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ e_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_{1g_1} & D_{2g_1} \\ D_{1g_2} & D_{2g_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

한편, 식(11), (12)으로부터, e_3 및 e_4 가 충분히 작을 경우 \hat{v}, \hat{x} 근방에서 다음 식이 성립하게 되므로,

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{1f_1} & D_{2f_1} \\ D_{1f_2} & D_{2f_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \quad (16)$$

따라서, 속도 및 위치의 추정 오차 (e_3, e_4)가 충분히 작을 경우, 식(16)을 식(15)에 대입하면, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{de_3}{dt} \\ \frac{de_4}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ e_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D_{1g_1} & D_{2g_1} \\ D_{1g_2} & D_{2g_2} \end{bmatrix} \mathbf{T} \begin{bmatrix} e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \quad (17)$$

식(17)으로부터, \mathbf{T} 가 비특이행렬일 경우, 임의의 이득행렬 \mathbf{K} 에 대해 다음 식을 만족시키는 \mathbf{g} 의 방향미분을 잡을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} D_{1g_1} & D_{2g_1} \\ D_{1g_2} & D_{2g_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_3 & k_4 \end{bmatrix} \mathbf{T}^{-1} \quad (18)$$

식(18)을 식(17)에 대입하면,

$$\begin{bmatrix} \frac{de_3}{dt} \\ \frac{de_4}{dt} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_3 - 1 & k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \quad (19)$$

위 오차식의 수렴성 여부를 알아보기 위해 리아프노프 함수를 다음과 같이 잡고, 미분을 해 보면

$$V \triangleq \frac{1}{2}(e_3^2 + e_4^2) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -k_1 e_3^2 - (k_2 + k_3 - 1)e_3 e_4 - k_4 e_4^2 \\ &= -[e_3 \ e_4] \mathbf{Q} \begin{bmatrix} e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

식(21)으로부터, 행렬 \mathbf{Q} 가 양의 정부호(positive definite)라면, 식(19)의 평형점($e_3 = e_4 = 0$)이 국소적으로 점근 안정하게 된다. 따라서, $k_1 \sim k_4$ 값은 다음 두 부등식을 만족하는 값으로 정해지면 된다.

$$k_1 > 0 \quad \text{이 고} \quad 4k_1 k_4 > (k_2 + k_3 - 1)^2 \quad (22)$$

따라서, 식(18)을 만족하기만 하면 어떤 \mathbf{G} 를 쓰든지 식(14)은 국소적으로 식(19)와 동일한 동일한 특성을 가지게 되므로, g_1, g_2 의 결정은 비교적 자유롭다고 할 수 있는데, 식(18)을 만족시키는 이득함수들 중 가장 간단한 형태로서 다음과 같은 \mathbf{G} 를 생각해 볼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} g_1(e_1, e_2) \\ g_2(e_1, e_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11}(\hat{v}, \hat{x})e_1 + \alpha_{12}(\hat{v}, \hat{x})e_2 \\ \alpha_{21}(\hat{v}, \hat{x})e_1 + \alpha_{22}(\hat{v}, \hat{x})e_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

위의 이득함수는, 행렬 \mathbf{T} 가 비특이 행렬이 아닐 때는 언제나 존재 하게 되므로, 추정치가 특이점에 있지 않는 한 제한 상태 관측기는 잘 동작함이 증명된다. 그러나, $\det(\mathbf{T}) = 0$ 일 경우에는 행렬 \mathbf{T} 의 역행렬이 존재 하지 않기 때문에, 식(23)와 같은 이득함수를 정해줄 수 없게 된다. $\det(\mathbf{T}) = 0$ 일 경우, 즉 특이점은 추정 속도가 0이고, 추정 위치가 $\frac{1}{4}$ 피치의 정수배가 될 때이다. 따라서 위치 명령이 $\frac{1}{4}$ 피치의 정수배가 될 경우에는 정상상태에서 위치 및 속도의 추정치가 위에서 언급한 특이점에 위치할 가능성이 높아지므로, 이때에는 위치 및 속도 추정이 제대로 되지 않아 성능의 저하가 발생하게 된다. 만일 추정된 위치가 0 혹은 $\frac{1}{2}$ 피치 일 경우에는 $D_{1f_1} = D_{2f_1} = 0$ 이고, $D_{1f_2} \ll D_{2f_2}$ 이므로, 특이점에서의 이득함수를 다음과 같이 정해 줄 수 있다.

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = \begin{cases} \begin{bmatrix} k_2 \frac{e_2}{D_{2f_2}} \\ k_4 \frac{e_2}{D_{2f_2}} \end{bmatrix} & \text{if } \hat{v} = 0, \hat{x} = \frac{2n}{4}p \\ \begin{bmatrix} k_2 \frac{e_1}{D_{2f_1}} \\ k_4 \frac{e_1}{D_{2f_1}} \end{bmatrix} & \text{if } \hat{v} = 0, \hat{x} = \frac{2n+1}{4}p \end{cases} \quad (24)$$

따라서, $det(T)$ 에 따라 식(23)와 식(24)로 주어지는 이득 함수를 쓰면 가동자의 속도 및 위치를 추정 할 수 있다.

III. 시뮬레이션 결과

II장에서 제시한 상태 관측기의 성능을 시뮬레이션으로 확인하였다. 시뮬레이션에 쓰인 모터는 $R_s = 3.5\Omega$, $L_0 = 45mH$, $B = 7.0Nm/m$, $M = 3.5Kg$ 이다. 위치제어기는 P 제어기이며, 속도제어기는 PI 제어기를 썼다. 힘 및 전류제어기는 [6]를 이용했다. 전류제어주기는 $100\mu s$, 상태관측주기는 $300\mu s$, 속도제어는 $600\mu s$, 위치제어는 $1200\mu s$ 이다.

IV. 결론

LPM의 전기다이나믹스만을 바탕으로 비선형 상태 관측기를 제안하고, 국소적으로 수렴성을 증명하였다. 시뮬레이션을 통해 제안된 상태 관측기가 잘 동작함을 보이고, 외란 및 모델불확실성에 강함을 보였다. 하지만 본 관측기는 전류미분을 이용하므로, 전류 노이즈의 영향을 줄이기 위한 연구가 더 필요하다.

참고 문헌

- [1] J. Solsona, M. Valla and C. Muravchik, "A Nonlinear Reduced Order Observer for Permanent Magnet Synchronous Motors," *IEEE Trans. I.E.*, vol. 43, no. 4, August 1996.
- [2] J. Lang, "State Observer for Variable-Reluctance Motors," *IEEE Trans. I.E.*, vol. 37, no. 2, pp. 133-142, April 1990.
- [3] 장동의, "하이브리드형 선형스텝모터의 센서없는 제어를 위한 가변구조 관측기의 설계," 서울대학교 석사학위 논문 1997.
- [4] L. Jones and J. Lang, "A State Observer for the Permanent-Magnet Synchronous Motor," *IEEE Trans. I.E.*, vol. 36, no. 3, pp. 374-382, August 1989.
- [5] 임희선, "위치검출기 없는 하이브리드형 스텝모터의 위치제어," 서울대학교 석사학위 논문 1994.
- [6] S.H.Chu and I.J.Ha, "Control of Hybrid Step Motors via a Simplified Linearization Technique," *International Journal of Control*, vol.61, no.5, pp. 1143-1167, 1995.
- [7] A. Bado, "Effective Estimation of Speed and Rotor Position of a PM Synchronous Motor Drive by a Kalman Filtering Technique," *Proc. IEEE PESC.*, pp.951-957, 1992.
- [8] T. Low, T. Lee and K. Chang, "A Nonlinear Speed Observer for Permanent-Magnet Synchronous Motors," *IEEE Trans. I.E.*, vol. 40, no. 3, June 1993.
- [9] J. Slotine, J. Hedrick and E. Misawa, "On Sliding Observers for Nonlinear Systems," *Trans. ASME -J. of Dynamic Systems, Measurements and Control*, vol.109, pp. 245-252, 1987.

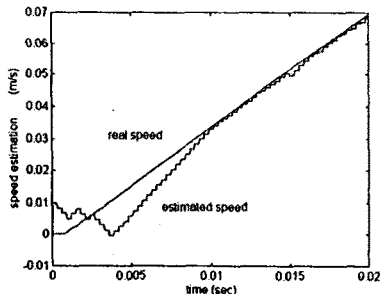


Fig.3 초기 추정오차가 있는경우의 추정치의 수렴

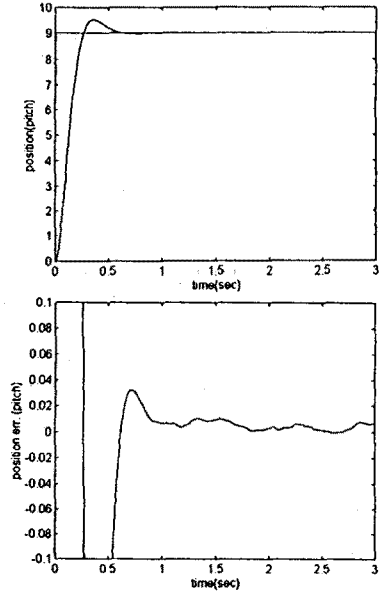


Fig.1 (a) 9피치 위치명령을 준 경우
(b) 위치오차

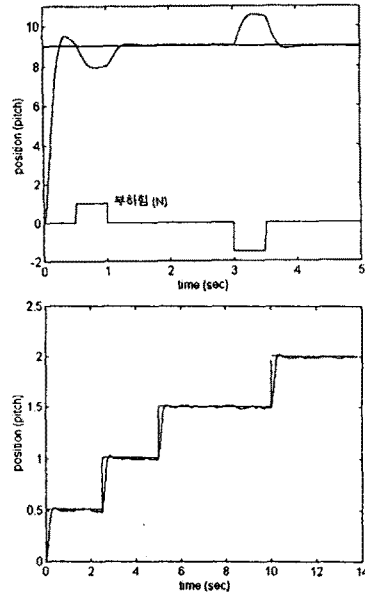


Fig.2 (a) 부하힘이 가해질때 응답
(b) 계단모양의 위치명령에 대한 응답