

유한요소법을 이용한 유도전동기의 등가회로 정수 도출

심동하^o, 한송엽

서울대학교 공과대학 전기공학부

Calculation of the Equivalent Circuit Parameters of Induction Motor using Finite Element Analysis

Dong-ha Shim, Song-yop Hahn

School of Elec. Eng., Seoul Nat' l Univ., Seoul, Korea

Abstract - This paper develops the advanced method for the calculation of the equivalent circuit parameters of induction motor. An induction motor is magnetically coupled system. But the conventional method (the permeance method) calculates the each component of parameters separately. And it highly depends on the experimental factors and experiences to compensate the errors due to the some assumptions. But the proposed method calculates the parameters fully from the results of 2 dimensional finite element analysis. So the complexity in geometry and the non linearity of induction motor can be considered. And the computational cost is reduced compared with the conventional field and circuit approach. The results are compared with parameters from the permeance method. And it is verified by the comparison with the experimental results.

1. 서론

유도 전동기는 그 구조가 간단하고 견고하여 여러 산업 분야에서 사용되고 있다. 특히 최근에는 전기자동차, 고속전철 등과 관련해 설계에 관한 다양한 기법들이 많이 연구되고 있다.

일반적으로 유도전동기는 등가회로 정수에 의해 그 동작 특성이 결정된다. 따라서 유도 전동기를 설계하기 위해서는 우선 등가회로 정수의 정확한 계산이 필수적이다. 또 근래에 인버터로 구동되는 유도전동기의 제어에 많이 적용되고 있는 벡터 제어 기법에서도 정확한 등가회로 정수를 필요로 한다. 만약 여기서 부정확한 등가회로 정수가 사용된다면 비선형적인 토크 또는 철심 부분의 포화에 의해 문제가 발생할 수 있다[1]. 이와 관련해 실험으로부터 직접 등가회로 정수를 찾는 기법들[2]이 많이 연구되고 있지만 이것을 유도전동기의 설계 과정과 연결시키는 데에는 한계가 있다.

유도전동기 설계에는 자기저항법[3]을 이용한 등가회로법과 유한요소법이 주로 사용된다. 자기저항법을 이용한 유도전동기의 등가회로 정수 계산법은 오래 전부터 사용되어 왔다. 그러나 이 방법은 등가회로 정수를 구성하는 각각의 요소들을 개별적으로 계산하기 때문에 자기적으로 복잡하게 결합된 유도전동기를 효과적으로 고려할 수 없다. 결과적으로 이 방법은 실험과 경험으로부터 구해진 계수에 크게 의존 하게 된다. 게다가 이 계수들은 유도전동기의 크기, 형상, 동작 상태에 따라 달라지기 때문에 자기저항법에 의한 정확한 등가회로 정수의 산정을 더 어렵게 만든다.

반면에 유한 요소법은 등가회로법과 비교해 고정자와 회전자의 복잡한 형상과 철의 비선형성을 효과적으로 고려할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 그러나 유한요소 해석의 결과로부터 등가회로 정수들을 직접 구할 수 없다는 단점 때문에 최근까지 자기저항법으로 구해진 등가회로 정수의 부분적인 수정에 많이 사용되어 왔다[4].

최근 들어 유한요소법을 이용해 자계와 회로를 같이 계산해 직접 등가회로 정수를 산정하는 방법이 제안되었다[5-6]. 그러나 이 방법은 계산 과정에서 전압과 전류의 관계를 나타내는 임피던스 행렬이 필요하기 때문에 이 행렬을 구하기 위한 반복적인 계산과정을 필요로 한다. 또 전류원을 인가하기 해석하기 때문에 회전자 바에서의 표피 효과를 고려할 수 없다는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 이를 해결하기 위하여 전압원을 고려한 2차원의 와전류 해석기법을 유도전동기에 적용했다. 따라서 회전자 바에서의 표피효과를 고려할 수 있고 계산 과정에서 임피던스 행렬 대신 쇠교자속 행렬이 사용되기 때문에 반복적인 계산과정을 피할 수 있다. 결과적으로 계산 비용이 감소되고, 표피 효과의 고려에 따른 보다 정확한 등가회로정수를 얻을 수 있다.

제안된 방법의 검증은 위해 본 논문에서는 기존의 자기저항법과 제안된 방법에 의해 구해진 등가회로 정수를 비교하고 이 등가회로 정수로부터 구해진 시험 유도전동기의 특성과와 실험 결과를 비교한다.

2. 유한요소 해석에 의한 등가회로 정수 계산

유도전동기에 대한 전압원을 고려한 2차원 와전류 유한 요소해석은 맥스웰 방정식으로부터 유도된 와전류 방정식, 고정자 전압 방정식, 회전자 회로 방정식의 이산화를 통해 이루어 진다[6].

지배방정식에서 시간의존항을 없애기 위하여 복소수 근사법을 이용하였고 철심의 비선형성을 고려하기 위해 뉴턴-랩슨법을 이용하였다.

기존의 자계와 회로를 동시에 계산하는 방법[5-6]은 식 (1)의 임피던스 행렬을 필요로 한다. 자장 해석 결과로부터 구해

진 임피던스 행렬을 통해 전류를 구하고 이 구해진 전류를 인가해서 다시 임피던스 행렬을 구하는 과정이 반복된다.

$$\begin{bmatrix} I^s \\ I^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^s + Z_b^s & Z^r \\ Z^s & Z^r + M^{-1}Z_b^r \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V^s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 M 은 회전자의 구조에 의해 결정되는 행렬.

본 논문에서 제안된 방법은 식(1)의 임피던스 행렬 대신 다음의 쇄교자속 행렬을 이용한다.

$$\begin{bmatrix} j\omega\lambda^s \\ js\omega\lambda^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^s \\ Z^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^s \\ I^r \end{bmatrix} \quad (2)$$

이 쇄교자속 행렬을 이용하면 식 (1)은 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} V^s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega\lambda^s + Z_b^s I^s & j\omega\lambda^r \\ js\omega\lambda^s & js\omega\lambda^r + M^{-1}Z_b^r I^r \end{bmatrix} \quad (3)$$

쇄교자속 행렬을 구하는 과정은 두 번의 유한요소해석을 통해 이루어지는데 먼저 전압원을 고려한 2차원 와전류 유한요소해석 후 고정자와 회전자 전류에 의한 효과를 분리하기 위해 각 요소의 부자속을 계산된 값으로 고정시킨다. 이 상태에서 계산된 고정자의 전류를 인가해 $j\omega\lambda^s, js\omega\lambda^r$ 를 구한다. 이상의 계산으로부터 구해진 자장 분포로부터 중첩의 원리를 이용해 회전자 전류에 의한 자장분포를 구하고 이로부터 $j\omega\lambda^s, js\omega\lambda^r$ 가 구한다. 행렬 방정식 (4)를 간단히 하기 위해 다음과 같은 평균 전압과 전류를 정의한다.

$$V_s^a = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m V_i^s e^{j\frac{2\pi(i-1)}{m}} \quad (4)$$

$$I_s^a = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m I_i^s e^{j\frac{2\pi(i-1)}{m}} \quad (5)$$

$$I_r^a = \frac{1}{Q_r} \sum_{i=1}^{Q_r} I_i^r e^{j\frac{n_{pole}\pi}{n_{hur}}(i-1)} \quad (6)$$

여기서 m : 전압원 상수
 Q_r : 해석영역 내부의 회전자 바의 수
 n_{pole} : 극수
 n_{hur} : 전체 회전자 바의 수

따라서 행렬 방정식 (3)은 다음 식 (7)과 (8)로 간단히 나타낼 수 있다.

$$V_s^a = Z^s I_s^a + Z_b^s I_s^a \quad (7)$$

$$0 = Z^r I_s^a + Z_b^r I_r^a \quad (8)$$

여기서 $Z_b^r = Z_b^r$

누설 리액턴스를 구하기 위해 회전자측의 전류와 임피던스를 고정자측으로 환산되어야 한다. 이때 환산계수는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\kappa = \frac{\phi^s I_s^a}{\phi^r I_r^a} \quad (9)$$

여기서 ϕ^s : 고정자 전류에 의한 공극자속의 기본파
 ϕ^r : 회전자 전류에 의한 공극자속의 기본파

환산된 회전자 전류와 임피던스는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_r^a &= \frac{I_s^a}{\kappa} \\ Z^s &= Z^s \quad Z^{s'} = \kappa Z^s \\ Z^r &= \kappa Z^r \quad Z^{r'} = \kappa^2 Z^r \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 그림 1의 등가회로 정수는 다음과 같이 구해진다.

$$R_s = \text{Re}\{Z^s\} \quad X_b = \text{Im}\{Z^s - Z^{s'}\} \quad (11)$$

$$X_b = \text{Im}\{Z^r - Z^{r'}\} \quad R_r = \text{Re}\{Z^r\} \quad (12)$$

$$X_m = \text{Im}\{Z^{r'}\} \quad (13)$$

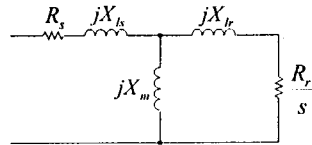


그림 1. 유도전동기 등가회로

3. 해석결과 및 검토

표 1에 제시된 사양의 시험 유도전동기에 대하여 유한요소법(FEM)과 자기저항법을 이용하여 각각의 등가회로 정수를 계산했다.

표 1. 시험 유도전동기 사양

용량	3.74 kW (5 hp)
선 전압	220 V, 60 Hz
극수	4
공극	0.4 mm
축방향 길이	110 mm
고정자 슬롯수	36
회전자 슬롯수	45
회전자 바의 도전율	50% of copper (Cast Al)

유한요소법을 이용하여 등가회로 계산을 수행하는대는 약 950 초가 소요되었다 (hp735 W/S 사용). 그림 2는 정격시의 전체적인 해석 결과로부터 구해진 각각의 고정자와 회전자 전류에 대한 자속 분포를 나타내고 있다.

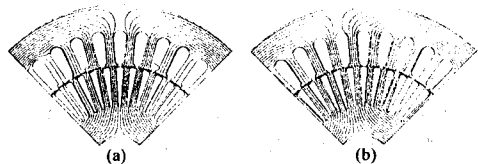
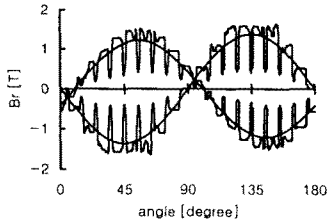


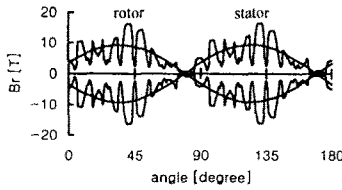
그림 2. 정격에서의 (a)고정자 전류와 (b)회전자 전류에 의한 자속 분포

그림 3은 정격시와 기동시의 회전자와 고정자 전류에 의한 공극에서의 자속밀도와 그 기본파 성분을 보여주고 있다. 이

그림에서 기동시에 더 큰 공간 고조파 성분이 포함되어 있음을 확인할 수 있다.



(a) 정격시



(b) 기동시

그림 3. 고정자 및 회전자 전류에 의한 공극에서의 자속밀도와 기본파 성분

표 2 는 정격시와 기동시의 계산된 등가회로 정수를 보여준다. 유한요소 해석으로부터 얻어진 자화 리액턴스 X_m 은 기동시 약 30% 감소했고 이로 인해 고정자와 회전자의 누설 리액턴스 (X_{ls}, X_{lr}) 가 감소한 반면 자기저항법에 의해서 구해진 자화 리액턴스는 변하지 않았다. 실제 유도전동기의 기동시에는 큰 전류가 흐르게 되고 이로 인해 철 부분이 자기적으로 포화상태가 된다. 따라서 자화 리액턴스의 감소가 예상되며 유한요소법을 통해 계산된 등가회로 정수는 이를 잘 나타내고 있다. 2 차 저항에 있어서는 표피효과에 의한 저항의 상승을 볼 수 있는데 자기저항법을 사용했을 때 더 크게 상승했다. (유한요소법과 자기저항법에 대해 각각 20 %와 30 % 증가했다)

표 2. 정격에서의 등가회로 정수 비교 (단위: $[\Omega]$)

	유한요소법		자기저항법	
	정격	기동	정격	기동
R_s	1.05	1.05	1.05	1.05
X_{ls}	1.99	1.53	1.90	1.26
X_m	71.50	50.31	60.07	60.07
R_r	0.62	.75	0.638	0.83
X_{lr}	3.20	0.78	2.15	0.97

표 3 은 유한요소법과 자기저항법에 의해 각각 구해진 등가회로 정수를 이용하여 계산된 시험 유도전동기 특성치와 측정된 실험치를 비교하고 있다. 정격시에 계산된 토크는 실험치와 비교할 때 각각에 대해 4.6 %와 3.2 %의 오차를 보여주고 있다. 두 경우 모두 5 % 이내의 오차에서 잘 맞음을 볼 수 있다. 그러나 기동시 토크에 있어서 각각에 대해 계산된 토크를 실험치와 비교할 때 각각에 대해 약 10 %와 30 %의 오차가 발생했다. 자기저항법에서는 철심의 포화가

충분히 고려되지 않아 이 같은 큰 오차가 발생한 것으로 사려된다. 그 외에도 기동시 온도상승을 정확히 고려하지 못한 것이 오차의 원인으로 예상된다.

표 3. 유도전동기 특성치 비교

	특성치	실험치	유한요소법	자기저항법
정격	슬립 [%]	2.1	2.0	1.99
	토크 [N m]	20.05	20.97	20.70
	선전류 [A]	13.80	13.00	13.11
기동	토크 [N m]	44.08	48.63	56.84

5. 결론

본 논문에서는 유한요소법을 이용한 유도전동기의 등가회로 정수를 계산하는 방법을 제안했다. 이 방법은 기존의 자계와 회로를 동시에 계산하는 방법에 비해 계산비용이 감소되고 회전자 바에서의 표피효과를 고려할 수 있다. 또 자기저항법에 비해 철심의 포화가 잘 고려되어 기동시에도 정확한 유도전동기의 특성치를 계산해 준다.

그리고 제안된 방법을 통해 유도전동기의 치수와 등가회로 정수와의 관계를 구할 수 있고 이를 이용하여 유도전동기 등가회로 정수의 민감도 해석[8]과 연결해 유도전동기의 설계에 응용할 수 있다.

참고문헌

- [1] R. Krishnan and F.C.Doran, "Study of Parameter Sensitivity in High Performance Inverter-Fed Induction Motor Drive Systems," IEEE-IAS Annu. Meet. Conf. Rec, Oct. 1984, pp.510-524.
- [2] Jennifer Stephan, Marc Bodson and John Chiasson, " Real-Time Estimation of the Parameters and Fluxes on Induction Motors ," *IEEE Trans. Industry Applications*, Vol.30, NO.3, 1994
- [3] Philip L. Alger, *The Nature of Induction Machines*, Gordon and Breach, New York, 1965
- [4] S.Williamson, M.J.Robinson, "Calculation of Cage induction Motor Equivalent Circuit Parameters Using Finite Elements," *IEE Proceedings-B*, Vol.138, No.5, Sep. 1991, pp.264-276
- [5] Stephen Williamson, Lian Hoon Lim and Michael J. Robinson , " Finite-Element Models for Cage Induction Motor Analysis," *IEEE Trans. Industry Applications*, Vol.26, NO.6, 1990
- [6] S.Williamson and M.C.Begg, "Analysis of Cage Induction Motors - A Combined Fields and Circuits Approach," *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. MAG -21, NO.6, 1985
- [7] Antero, A. , 'Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations' (Acta Polytechnica Scandinavica, Helsinki, 1987)
- [8] Somchai Ansuji, Farrokh Shokoooh, "Parameter estimation for Induction Machines Based Sensitivity Analysis," *IEEE Trans. Industry Applications*, VOL.25, No.6, 1989.