생체시스템해석시의 비선형시스템이론의 적용에 대한 고찰

탁계래
건국대학교 의과대학 의공학과

Application of Nonlinear System Identification Theory to the Physiological System Analysis - A Survey

G. R. Tack
Department of Biomedical Engineering, College of Medicine, Konkuk University

ABSTRACT

In this paper, several nonlinear system identification theories and the application of these methods to the physiological system are reviewed by extracting significant results from the literature. Methods based on functional series expansion, parameter estimation, block-oriented models are included. However, there is still considerable debate about the advantages and disadvantages of each approach. This is true primarily because each method has limitations on the types of assumption and interpretation, types of nonlinear elements, etc. This means that user must select an appropriate method and the selection will depend on the problem under investigation.

서론

어떤 의미에서는 실제적으로 우리가 접하게 되는 대부분의 물리적인 시스템은 비선형이라고 할 수 있다. 비록 제한된 범위 내에서는 선형적인 모델로써 표현이 가능하지만 일반적으로 비선형 시스템은 비선형 모델을 이용하여서만이 표시될 수가 있다. 일반적으로 시스템을 분석하고, 설계하고, 제어하기 위해서는 우리가 연구하고자 하는 시스템을 수학적인 형식으로 표시하는 것이 필수적인 것이다. 이러한 이유 때문에 시스템 확인작업(System Identification)은 중요한 분야의 하나로 정착되었다.

특정 시스템을 분석, 확인하는 것은 입력과 출력신호에 기초하여 시스템의 수학적인 형태를 찾아내는 것과 동일한 작업이다. 그래서 지난 30년동안 시스템 확인작업은 많은 분야, 즉 의공학, 화공학, 전기/전자공학, 수리학, 우주공학 등의 관심을 끌어왔다. 선형시스템분야는 이미 정립이 된 분야이지만 비선형분야는 아직도 연구가 진행되고 있다. 이것은 비선형시스템이 복잡하고, 다양하며, 일반적인 방법론을 유도하기 힘들기 때문이라고 생각된다.

일반적으로 대부분의 생체시스템 (Physiological & Biological System)은 비선형의 정도가 심하다. 그러므로 이러한 비선형인 생체 시스템을 보다 잘 이해하기 위해서는 비선형 시스템 이론 (Nonlinear System Identification)을 적용하는 것이 필요하다고 생각된다. 이러한 확인작업을 거쳐 우리는 생체시스템의 현상을 보다 잘 이해할 수 있고, 특수한 환경하에서의 생체시스템의 반응을 예측할 수 있고, 우리가 분석하고자 하는 전체적인 시스템을 더욱 잘 이해할 수 있게 된다.

본 연구에서는 현재까지 발표된 비선형시스템확인작업을 정리하여 중요한 결과를 뽑아내고, 체계화된 방법으로 서술하고자 하였다. 가능하면 장단점을 열거하고, 각 방법의 생체시스템응용에 관한 사항도 서술하였다.

비선형 시스템 이론

먼저 시스템이론의 관점에서 살펴보면 Astrom등[1]은 여러 가지 다양한 선형시스템 이론을 정리하여 발표하였다. 그들은 시스템모델링의 방법론을 1) 실험방법의 선정, 2) 그에 따른 모델의 선택, 3) 파라미터의 선정방안, 4) 선정된 모델의 적합성유무체크, 5) 새로운 모델의 선정 혹은 모델인정의 과정을 정리하여 제시하였다. 하지만 이 연구는 선형시스템에만 적용할 수 있는 방법이기에 비선형의 정도가 심한 생체시스템에는 적용하기에는 무리가 따르게 된다. Billings[2]는 선형시스템이론을 비선형시스템에 적용할 때의 몇 가지 문제점을 제시하였고 비선형이론의 방법에 관하여 정리하였다. 특히 주어진 시스템의 선형, 비선형여부를 판별할 수 있는 다양한 방법을 제시하여 우리가 연구하고자 하는 시스템의 모델선정에 도움을 주었다.

Eykhoff등[3]은 현재 시스템확인작업 (System Identification)의 현황에 대하여 발표하였다. 그들은 시스템해석을 위한 실험방법론, 모델의 적합성여부, 시스템의 확인가능여부 등에 관점을 두어 다양한 분야로 적용하고 있는 시스템확인작업에 대하여 강조한 바 있다. Ljung[4]는 Parameter estimation에 역점을 두어 여러 가지 알고리즘을 제시하였고 사용자의 입장에서의 모델선정시의 유의사항, 선정된 모델의 적합성 여부 등에 대하여 저술한바 있다.

Functional Series

Nonlinear Funtionals에 관한 연구는 Volterra[5]에 의하여 시작되어 다음과 같은 식으로 표시할 수 있다.

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\Omega} \cdots \int k_n(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n) \prod x(t-\tau_i) d\tau_i$$

위의 식은 Volterra Series로 알려져 있고, 이러한 시스템은 Volterra kernels, $k_n(\tau_1, \tau_2, ..., \tau_n)$을 앎으로써 표현이 가능하다. Wiener[6]는 Gram-Schmidt Orthogonalization Algorithm과 Gaussian White Noise를 입력으로 하여 Volterra Series를 Wiener Series로 변환하여 kernel 계산을 어느 정도 간단히 할 수 있는 기반을 마련하였다. Kernel을 계산할 수 있는 여러 가지 다양한 방법이 여러 저자들[7-12]에 의하여 제안되었으나, Correlation techniques를 이용한 Lee, Schetzen[13]에 의한 방법이 일반적으로 많이 쓰이고 있다. 근래에는 Korenberg, Billings [14-16]등의 Gram-Schmidt Orthogonalization with exact data length가 잡음에 강하고 안정적인 해를 제공한다고 하여 그 이점을 지적한 바 있다. Functional series를 정리한 기본적인 책[17-19]도 나와있는 실정으로 비선형시스템확인작업 가운데서 가장 활발한 연구가 진행되고 있는 분야이다.

Functional series를 이용하여 생체시스템 해석에 이용한 저자들은 상당수 있다. 신경생리학분야[19]에 많은 연구가 진행되고 있으며, 드물지만 호흡계생리학분야[20-25]의 연구도 수행 중에 있다. 이러한 연구가운데에서도 비선형분야[19-21]를 해석한 연구는 근래에 들어서 증가하고 있는 추세이다. 보다 많은 사람들[26,27]이 비선형이론을 생체시스템에 적용하고자 하였으나 아직은 이른 단계에 머무르고 있는 실정으로 이에 대한 많은 연구가 필요하다고 느끼고 있다.

Functional series를 이용시의 장점은 1) 일반성이다. 즉 어떤 시스템이라도 몇 가지의 기본조건만 만족시키면 functional series로써 표현이 가능하다는 점이다. 2) 시스템의 구조를 모른다고 하더라고 적용이 가능하다는 점이다. 단점으로는 1) 비선형의 정도를 증가시킴으로써 너무나 많은 파라미터가 필요하다는 점이다. 즉 계산시간의 증가가 필연적이다. 2) Kernel의 계산시 수치계산측면의 문제점을 보유하고있다는 점이다. 3) 비선형 Kernel의 물리적인 의미파악이 어렵다는 점이 있으나 근래에 다양한 방법이 많이 제안되었다[26]. 이러한 단점에도 불구하고 이 방법이 가지고 있는 장점이 다양하기 때문에 생체시스템해석시의 가장 많이 쓰이고 있는 분야 중의 하나라고 할 수 있다.

Parameter Estimation

비선형시스템을 확인(Identification)하는 고전적인 방법은 Wiener 혹은 Volterra Kernel을 이용하는 Functional series이다. 이 방법은 시스템의 구조를 모르더라도 사용할 수 있다. 하지만 고차 kernel의 계산은 시간이 많이 걸리고 많은 파라미터를 필요하게 된다. 그래서 Functional series의 이용은 주로 2차 혹은 3차 이하의 비선형시스템에 국한된다. 이것은 고차비선형시스템에는 충분하지 못하다. 만약 비선형 Parameter estimation 방법을 사용하게 되면 고차의 비선형을 유지하면서 훨씬 적은 파라미터를 이용하여 시스템을 표현할 수가 있게 된다.

Billings등[28,29]은 최고 10개의 파라미터로써 고차비선형시스템을 표현하는 것이 가능하다고 제시한 바 있다. 하지만 이 방법은 파라미터값을 계산하기 이전에 모델이 반드시 결정되어져야만 한다. 일반적으로 실제 시스템 모델의 구조는 거의 알려져있지 않기 때문에 모델구조의 선정은 Parameter estimation 방법을 사용할 때의 가장 중요한 부분이다. 선형시스템일 경우에는 일반적으로 AIC(Akaike Information Criteria)나 Modified AIC[30,31]등이 모델차수결정에 이용된다. 비선형시스템에는 비록 여러 가지가 많이 제안[32-35]되었지만 선형의 경우처럼 결정적인 것은 아직은 없는 실정이다. 아래에서 묘사하는 Billings, Korenberg[16,35]의 방법이 여러 장점을 가지고 있어 많이 이용되는 실정이다.

Leontaritis등[36,37]은 선형 ARMA 모델을 확장시킨 NARMAX(Nonlinear Auto-Regressive Moving Average with eXogenous inputs)모델을 제안하였다. 대부분의 비선형시스템의 이 모델로써 표현이 가능하다. 수식적으로 표현하면

$$y(n) = F[y(n-1), ..., y(n-N_y), x(n), x(n-1), ..., x(n-N_x), e(n-1), ..., e(n-N_e)] + e(n)$$

여기에서 x(n)은 측정된 입력, y(n)은 측정된 출력, e(n)은 예측오차로써 다음과 같이 정의된다.

$$e(n) = y(n) - \tilde{y}(n)$$

여기서 $\tilde{y}(n)$ 계산된 출력이다. N_x, N_y, N_e 입력, 출력, 오차의 Lag이다. F[...]는 어떤 비선형함수도 가능하나 일반적으로 x, y, e에 대한 polynomial 함수이다.

가끔 NARMAX 모델은 NARMA모델로 축소되어져 이용되기도 한다.

$$y(n) = F[y(n-1), ..., y(n-N_y), x(n), x(n-1), ..., x(n-N_x)] + e(n)$$

Billings, Korenberg등[16,35]이 제안한 ERR(Error Reduction Ratio)과 RER(Ratio of the reduction in the sum of squared errors)을 이용하면 시스템에서 중요한 역할을 하는 모델을 쉽게 선정할 수가 있다.

시스템확인작업의 마지막순서는 선정된 모델의 적합성여부이다. 이것 역시 많은 테스트방법들이 제안되었지만 Billings등[32,33]에 의한 방법이 많이 이용되고 있다. 여기에서 반드시 확인하고 넘어가야 할 사항은 선형시스템의 적합성여부에 사용되는 Box, Jenkins[38]의 방법은 비선형시스템에는 사용이 불가능하다는 점이다. 즉 그릇된 모델을 제공할 가능성이 많이 있다는 점이다.

Parameter estimation은 생체시스템모델링시 제안된 모델의 물리적인 의미파악이 어렵다는 단점을 가지고 있는 반면에 이상에서와 같이 여러 가지 장점을 지니고 있는 방법으로 생체시스템에는 주로 선형이론인 ARMA의 적용이 두드러지고 있는 분야이며 비선형이론의 적용은 초보적인 수준에 머무르고 있다.[21,40]

Block-Oriented Models

입력과 출력신호를 이용하여 시스템의 원인과 결과에 대한 관계(What's the relationship between input and output?)를 조사한 이후에 우리가 가질 수

있는 의문은 시스템의 내부구조에 관한 것(What's the inside structure of the system?)이다. Eykhoff, Marmarelis[3,19]등은 "Peek into the black-box"라는 말로써 이 문제를 제시하였다. 다른 말로 표현하면 기능확인(Functional Identification)과 구조확인(Structural Identification)이라고 한다.

Korenberg[40]는 시스템을 동적인 선형부분(Dynamic Linear Part, L)과 정적인 비선형부분(Static Nonlinear Part, N)이 연결되는 시스템을 제안한 바 있다. 이 모델은 Wiener Model(LN model), Hammerstein Model(NL), Wiener-Hammerstein Model(LNL model)의 연장선에 있는 것이다. Harber[41,42]는 계산된 Volterra kernel과 Block-oriented model사이의 상관관계에 대하여 조사하여 Functional identification후 어떻게 시스템의 내부구조를 조사할 수 있을 것인가에 대하여 역설하였다.

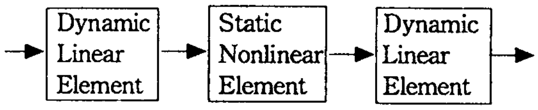

Fig. 1. LNL Cascaded Model

그림 1은 동적 선형요소, 정적 비선형요소, 동적 선형요소가 순차적으로 나타나는 Wiener-Hammerstein 모델을 보여주고 있다.

Block-oriented Model 혹은 Cascaded Model로 불리우는 이 방법은 functional series의 결과인 Volterra kernel과 연동되어 많은 연구가 진행되고 있는 분야로써 생체시스템에의 적용도 많은 분야이다. 알려지지 않은 혹은 부분적으로 알려진 생체시스템의 내부구조를 제안하여 그 결과를 분석하는데에 많이 이용되고 있다.[21-23,43,44]

Block-oriented model은 functional identification후 시스템의 구조를 물리적으로 설명할 수 있는 장점과 비교적 적은 파라미터로써 전체 시스템을 표현하는 것이 가능하기에 생체시스템모델분야에 적합한 방법의 하나라고 생각된다.

결론 및 고찰

이상에서 살펴본 바와 같이 각 방법의 장단점을 정리하면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. Functional series는 비선형의 정도가 2차 혹은 3차 이하인 시스템에는 그 일반성과 시스템의 구조를 모른다고 하더라고 적용가능한 장점 때문에 시스템의 기능확인(Functional Identification)에는 가장 적절한 방법이다.
2. Parameter estimation은 고차비선형시스템이라도 비교적 적은 파라미터로써 표현함이 가능하기에 시스템의 제어나 분석시에 사용하는 것이 적절하다.
3. Cascaded model은 functional series의 결과와 연동하여 시스템의 구조확인(Structural Identification)에 가장 적절한 방법으로 특히 생체시스템모델링시에 발전가능성이 풍부한 분야라고 생각된다.

이 논문에서는 언급하지 않았지만 최근에는 Chaos, Fractal등의 방법[45,46]을 생체시스템에 적용하는 연구도 활발하다. 다음의 기회에는 이 사항도 포함하여 생체시스템모델링의 일반적인 방법론을 정리하고자 한다.

*본 연구는 1997년 건국대학교 신임교원 연구지원의 연구결과임을 밝힙니다.

참고문헌

1. K.J. Astrom and P. Eykhoff, "System identification - a survey," Automatica, Vol. 7, pp. 123-162, 1971.
2. S.A. Billings, "Identification of nonlinear systems - a survey," IEE Proc. Vol. 127, Pt. D, pp. 272-285, 1980.
3. P. Eykhoff and P.C. Parks, "Identification and system parameter estimation; where do we stand now?" Automatica, Vol. 26, No. 1, pp. 3-5, 1990.
4. L. Ljung, System Identification: Theory for the user, Prentice-Hall, New Jersey, 1987.
5. V. Volterra, Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations, Dover Publications, New York, 1959.
6. N. Wiener, Nonlinear Problems in Random Theory, Wiley, 1958.
7. A.G. Bose, "A theory of nonlinear systems", MIT Technical Report 309, 1956.
8. S. Yasui, "Stochastic functional Fourier series, Volterra series, and nonlinear systems analysis," IEEE Trans, 24, pp. 230-242, 1979.
9. A.S. French and E.G. Butz, "The use of Walsh functions in the Wiener analysis of nonlinear systems," IEEE, Trans, C-23, pp. 225-231, 1974.
10. J.F. Barrett, "Hermite functional expansions and the calculation of output autocorrelation and spectrum for any time-invariant nonlinear system with noise," J. Elect. Control, 16, pp. 107-113, 1964.
11. H.A. Barker, S.N. Obidegwu, "Combined cross-correlation method for the measurement of the 2nd-order Volterra kernels," Proc. IEE, Vol. 120, No. 1, pp. 114-118, 1973.
12. H.A. Barker, R.W. Davy, "Measurement of the second-order Volterra kernels using pseudo-random ternary signals," Int. J. Control, Vol. 27, No. 2, pp. 277-291, 1978.
13. Y.W. Lee and M. Schetzen, "Measurement of the Wiener kernels of a nonlinear system by cross-correlation," Int. J. Control, 2, pp. 237-254, 1965.
14. M.J. Korenberg, S.A. Billings, Y.P. Liu, P.J. McIlroy, "Orthogonal parameter estimation algorithm for nonlinear stochastic systems," Int. J. Control, Vol. 48, No. 1, pp. 193-210, 1988.
15. M.J. Korenberg, "A robust orthogonal algorithm for system identification and time-series analysis," Biol. Cybern. Vol. 60, pp. 267-276, 1989.
16. S.A. Billings, M.J. Korenberg, S. Chen, "Identification of nonlinear output-affine

systems using an orthogonal least-squares algorithm," Int. J. Systems Sci., Vol. 19, No. 8, pp. 1559-1568, 1988.
17. W.J. Rugh, Nonlinear System Theory: The Volterra/Wiener approach, The John Hopkins Univ. Press, Baltimore, 1981.
18. M. Schetzen, The Volterra and Wiener theories of nonlinear systems, John Wiley & Sons, New York, 1980.
19. P.Z. Marmarelis, V.Z. Marmarelis, Analysis of Physiological Systems - The White Noise Approach, Plenum Press, New York, 1978.
20. E.L. Dove and G.R. Tack, "Nonlinear Dynamic Modeling of the Respiratory Response to Brief Hypoxia in Cats," J. FASEB, 1988.
21. G.R. Tack, Nonlinear Analysis of the Dynamic Cardiorespiratory Response to Brief Hypoxia and Hypercapnia, PhD Dissertation, Univ. of Iowa, Iowa City, IA, 1991.
22. F.M. Bennett, P. Reischl, F.S. Grodins, S.M. Yamashiro, W.E. Fordyce, "Dynamics of ventilatory response to exercise in humans," J. Appl. Physiol., Vol. 51(1), pp. 194-203, 1981.
23. S. Sorab and S. M. Yamashiro, "Pseudo-random testing of ventilatory response to inspired carbon dioxide in man," J. Appl. Physiol. Vol. 49(6), pp. 1000-1009, 1980.
24. P.J.C. Cunningham and P.A. Robbins, "The pattern of breathing in man in response to sine waves with alveolar carbon dioxide and hypoxia," J. Physiol., 350, pp. 475-486, 1984.
25. N.S. Cherniack, G.S. Longobardo, F.P. Palermo, and M. Heymann, "Dynamics of oxygen stores changes following an alteration in ventilation," J. Appl. Physiol., Vol. 24, No. 6, pp. 809-816, 1968.
26. M.J. Korenberg and I.W. Hunter, "The identification of nonlinear biological systems: Volterra Kernel Approaches," Annals of Biomed. Eng., Vol. 24, pp. 250-268, 1996.
27. V.Z. Marmarelis, "Wiener analysis of nonlinear feedback in sensory systems," Annals of Biomed. Eng., Vol. 19, pp. 345-382, 1991.
28. S. A. Billings and S. Chen, "Extended model set, global data and threshold model identification of severely nonlinear systems," Int. J. Control, Vol. 50, No. 5, pp. 1897-1923, 1989.
29. S. Chen and S. A. Billings, "Representations of nonlinear systems: the NARMAX model," Int. J. Control, Vol. 49, No. 3, pp. 1013-1032, 1989.
30. H. Akaike, "Fitting autoregressive models for predictions," Ann. Inst. Statis. Math., Vol. 21, pp. 243-247, 1969.
31. H. Akaike, "Stochastic theory of minimal realization," IEEE Trans. Auto. Control, Vol. AC-19, No. 6, pp. 667-674, 1974.
32. S. A. Billings and W. S. F. Voon, "Structure detection and model validity tests in the identification of nonlinear systems," IEE proc., Vol. 130, Pt. D., No. 4, pp. 193-199, 1984.
33. I. J. Leontaritis and S. A. Billings, "Model selection and validation methods for nonlinear systems," Int. J. Control, Vol. 45, No. 1, pp. 311-341, 1987.
34. M. Kortmann and H. Unhehauen, "Two algorithms for model structure determination of nonlinear dynamic systems with application to industrial processes, " IFAC Indent. Syst. Para. Estim., Beijing, PRC, pp. 649-656, 1988.
35. M. J. Korenberg, S. A. Billings, Y. P. Liu, and P. J. McIlroy, "Orthogonal parameter estimation algorithm for nonlinear stochastic systems," Int. J. Control, Vol. 48, No. 1, pp. 193-210, 1988.
36. I.J. Leontaritis and S.A. Billings, "Input-output parametric models for nonlinear systems: Part I: Deterministic nonlinear systems," Int. J. Control, Vol. 41, No. 2, pp. 303-328, 1985.
37. I.J. Leontaritis and S.A. Billings, "Input-output parametric models for nonlinear systems: Part I: Stochastic nonlinear systems," Int. J. Control, Vol. 41, No. 2, pp. 329-344, 1985.
38. G.E.P. Box and G.M. Jenkins, Time Series Analysis, Holden-Day, San Francisco, 1976.
39. K. Chon, N.H. Holstein-Rathlou, D.J. Marsh and V.Z. Marmarelis, "Parametric and nonparametric nonlinear modeling of renal autoregulation dynamics," In: Advanced Methods of Physiological System Modeling, Vol. 3, edited by V.Z. Marmarelis, New York, Plenum Press, pp. 195-210, 1994.
40. M.J. Korenberg, "Identification of biological cascades of linear and static nonlinear systems," Proc. 16th Midwest Symp. Circ. Theory, 18.2:1-9, 1973.
41. R. Harber, "Structural identification of block-oriented models based on estimated Volterra kernels," IFAC Ident. & Sys. Para. Est. York, U.K. pp. 1917-1922, 1985.
42. R. Harber, "Structural identification of quadratic block-oriented models based on estimated Volterra kernels," Int. J. Systems Sci., Vol. 20, No. 8, pp. 1355-1380, 1989.
43. I.W. Hunter and M.J. Korenberg, "The identification of nonlinear biological systems: Wiener and Hammerstein cascade models," Biol. Cybern. 55, pp. 135-144, 1986.
44. V.Z. Marmarelis, "Nonlinear and Nonstationary modeling of physiological systems," In: Advanced Methods of Physiological System Modeling, Vol. 1, USC Press, pp. 1-24, 1987.
45. J.M. Bassingthwaighte, L.S. Liebovitch and B.J. West, Fractal Physiology, Oxford University Press, New York, 1994.
46. R. King, L. Weissman, J.M. Bassingthwaighte, "Fractal descriptions for spatial statistics," Ann of Biomed. Eng. Vol. 18, pp. 111-121, 1990.