

연직정규좌표에서 3차원 유한요소 유동모형

정태성*

1. 서론

연안해역은 수심과 해안선의 변화가 심한 지형적으로 복잡한 형상을 하고 있다. 따라서, 연안해역의 해수유동은 위치 및 수심에 따라 지역적으로 복잡하게 변화하는 구조를 갖고 있다.

이러한 복잡한 현상을 모의하기 위하여 격자구성이 비교적 자유로운 유한요소모형이 효율적인 것으로 알려져 있으며, 지형이 복잡한 만, 하구 등에서의 해수유동의 해석에 유한요소모형이 널리 사용되어 왔다. 특히 평면 2차원 모형(정·김, 1992 등)은 유속의 수심분포를 계산하지 않음으로써 유속의 연직분포를 이해할 수 없는 단점이 있으나, 3차원 모형에 비하여 간단한 계산구조, 적은 기억용량의 필요, 계산시간의 효율성 등으로 인하여 각종 수리학적 흐름문제의 해석에 널리 해석하여 왔다. 그러나, 최근에는 전산기 특히 PC의 기억용량과 연산처리속도가 급속도로 증진됨에 따라 그 동안 제한되었던 3차원 모형을 활용하여 실제 수리학적 흐름현상들을 정확히 해석하기 위한 노력이 시도되고 있다.

이러한 관점에서 3차원 유동모형에 관한 연구가 국내·외에서 활발히 진행되어 왔다. 그러나 대부분 연구는 수치해석기법으로 유한차분방법(Blumberg and Mellor, 1987; 정·이, 1994)을 사용하고 있으며, 해안선변화를 제한된 격자수로 비교적 정확히 표현할 수 있는 유한요소모형을 사용한 연구는 그리 많지 않은 실정이다. 따라서, 본 연구에서는 조건대가 있는 해역의 연안해수유동의 수치모의에 사용한 바 있는 평면 2차원 유한요소모형(정·김, 1992)을 기초로 하여 균질류에 대한 연직정규좌표에서 3차원 모형을 수립하고, 해석해와 비교 및 실제 해역에의 적용을 통하여 수립한 모형의 정확성과 효율성을 입증하였다.

2. 수치모형

직교좌표에서 3차원 연속방정식과 운동량방정식을 연직방향에 대하여 정규화한 σ -좌표에서 식으로 변화한 식을 Galerkin 유한요소법을 사용하여 해석하였다.

3차원 해수유동을 나타내는 정수압 가정하에서 균질류에 대한 연속방정식과 운동량방정식은 σ -좌표계에서 다음과 같다(Blumberg and Mellor, 1987)

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial uH}{\partial x} + \frac{\partial vH}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial uH}{\partial t} + \frac{\partial (uH)}{\partial x} + \frac{\partial (vH)}{\partial y} + \frac{\partial (u\omega)}{\partial \sigma} - fvH + gH \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{A_V}{H} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right] + F_x \quad (2)$$

* 한남대학교 토목환경공학과

$$\frac{\partial vH}{\partial t} + \frac{\partial(\omega H)}{\partial x} + \frac{\partial(vvH)}{\partial y} + \frac{\partial(v\omega)}{\partial \sigma} + fuH + gH\frac{\partial\eta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial\sigma} \left[\frac{A_V}{H} \frac{\partial v}{\partial\sigma} \right] + F_y, \quad (3)$$

여기서, η = 해수면 변위, t = 시간, u, v, ω = x, y, σ 방향의 유속, $\sigma = \frac{z-\eta}{H}$, f = Coriolis 상수, H = 총수심 (= 평균수심 + 해수면 변위), g = 중력가속도, A_V = 연직방향 와점성계수, F_x, F_y = x, y 방향의 운동량 수평확산항이다.

식 (1) ~ (3)에서 수면변위 η 는 다음과 같은 2차원 천수방정식을 유한요소법으로 해석하여 구하였다.

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial UH}{\partial x} + \frac{\partial VH}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial UH}{\partial t} + \frac{\partial UUH}{\partial x} + \frac{\partial UVH}{\partial y} - fVH + gH\frac{\partial\eta}{\partial x} - DF_x = \tau_{sx} + \tau_{bx} - \frac{\partial \overline{DU^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{DU'V'}}{\partial y} \quad (5)$$

$$\frac{\partial VH}{\partial t} + \frac{\partial UVH}{\partial x} + \frac{\partial VVH}{\partial y} + fUH + gH\frac{\partial\eta}{\partial y} - DF_y = \tau_{sy} + \tau_{by} - \frac{\partial \overline{DU'V'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{DV'^2}}{\partial y} \quad (6)$$

여기서, U, V = x, y 방향의 수심평균 유속, τ_{sx}, τ_{sy} = x, y 방향의 바람마찰응력, τ_{bx}, τ_{by} = x, y 방향의 바닥마찰응력, DF_x, DF_y = x, y 방향의 수평확산항, $U' = u - U, V' = v - V$ 이며, \overline{A} 는 A 변수의 수심평균을 의미한다.

식 (4) ~ (6)은 Galerkin 유한요소법을 사용하여 유한요소화한 후에 3각형 요소의 Lumped한 선형 보간 및 가중합수를 사용하여 2단계 양해법(정·김, 1989)에 의하여 계산하였다. 식 (2) ~ (3)에서 연직확산항을 제외한 항들은 식 (5) ~ (6)과 같은 방법으로 계산하고, 연직확산항을 음해법으로 차분화하여 최종적으로 삼중대각행렬을 얻은 후에 Thomas 알고리즘을 사용하여 해석하였다. 식 (2) ~ (3)과 식 (5) ~ (6)에서 바닥마찰응력은 각각 저층유속과 수심평균유속의 2차함수로 나타내었다. 모형의 계산방법은 매계산 시간단계마다 천수방정식을 사용하여 수면변위를 계산하고, 3차원 유속분포의 계산은 천수방정식 계산의 약 100계산단계마다 실시하였다. 계산시 3차원 유속분포 계산결과가 천수방정식에 의하여 계산된 수심평균유속과 일치하지 않는 현상이 발생하여, 이를 보정하기 위하여 3차원 유속분포의 수심평균값이 천수방정식에 의하여 얻은 수심평균유속과 같도록 조정하였다.

3. 수치모형의 검증

3.1 1차원 수로에서 취송류의 연직분포

위와 같은 방법을 사용하여 3차원 유한요소 유동모형을 수립하고, 수립된 모형의 정확성을 조사하기 위하여 수로의 길이가 유한한 수로에 바람이 부는 경우에 발생하는 취송류의 연직분포에 대하여 비교검증을 수행하였다. 길이가 20 km, 폭이 5 km, 수심 10 m인 수로를 수평 길이방향으로 1 km, 폭방향으로 5/6 km, 수심방향으로 11개층으로 격자를 구성하였으며, 연직 와점성계수로 50 cm²/sec,

계산시간간격 50초, 바람마찰응력 1 dyne/cm^2 을 사용하였다. 그림 1은 정상상태에서 유속분포를 해석해(Cooper and Pearce, 1977)와 비교한 것으로 계산결과가 해석해와 잘 일치하는 모습을 보였다. 바다부근에서 약간의 차이가 발생하는 이유는 해석해는 바닥경계조건으로 무활동조건을 사용하였으나 계산시는 바닥마찰을 크게 부여하여 무활동조건을 근사시킨 계산결과를 얻었기 때문이다.

3.2 정사각형 호수에서 취송류 분포

한변의 길이가 100 km인 수심 20 m의 정사각형 호수에 바람마찰응력이 1 dyne/cm^2 으로 그림 2의 좌에서 우로 작용하는 경우에 대하여 수치실험을 실시하였다. 격자간격은 수평방향으로 1 km, 수심방향으로 11개층, 계산시간간격은 200 sec, 연직 와점성계수는 $20 \text{ cm}^2/\text{sec}$, 수평 와점성계수는 $300 \text{ m}^2/\text{sec}$, Coriolis 상수는 $0.0001/\text{sec}$ 를 사용하였다. 그림 2 ~ 4는 100시간 계산후의 정상상태에서의 결과로 각각 표층, 중층, 저층에서의 계산결과를 나타낸다. Coriolis힘의 작용에 의하여 표층류가 바람 방향의 우측으로 향하고 수심이 깊어짐에 따라 시계방향으로 유향이 회전하면서 바닥마찰의 영향에 의하여 유속크기가 감소하는 Ekman의 이론과 일치하며, 유한차분모형에 의하여 계산한 정·이(1994)의 결과와 일치하는 양호한 계산결과를 보였다.

4. 수치모형의 현장적용

상기와 같은 과정을 거쳐 모형의 정확성이 입증됨에 따라 실제 해역에서 적용성을 검토하기 위하여 진해만의 조류계산에 적용하였다. 적용시 삼각형 유한요소의 크기는 250 m ~ 2,500 m, 총격자점수는 5457개, 총요소수는 808개이다. 계산시간간격으로 20초를 사용하였으며, 5조석주기간 계산하여 최종 조석주기에서 계산결과를 검토하였다. 연직방향으로는 총 11개층으로 분할하였으며, 천수방정식 50회 계산마다 1회 연직 유속분포를 계산하였다. 그림 5 ~ 6은 수치모형에 의하여 계산된 대조기 창조시와 낙조시의 표층에서 유속분포도로 대체적인 경향은 기존의 연구결과들과 일치하는 양호한 모습을 보였다. 모형결과에 대한 자세한 검토는 현재 진행중에 있다.

5. 참고문헌

- 정태성, 김창식, 1992. 이동경계를 고려한 유한요소 해수유동모형, 한국해양학회지, 4(3), pp. 146-155.
- 정태성, 이길성, 1994. 연직변환좌표에서 3차원 유동 수치모형, 대한토목학회논문집, 14(5), pp. 1145-1158.
- Blumberg, A.F. and Mellor, G.L., 1987. A description of three-dimensional coastal ocean circulation model, *Three-Dimensional Coastal Ocean Models*, edited by N.S. Heaps, AGU, pp. 1-16.
- Cooper, C.K. and Pearce, B.R., 1977. A three-dimensional numerical model to calculate currents in coastal waters utilizing a depth varying vertical eddy viscosity, Rep. No. 226, Ralph M. Parsons Lab. for Water Resources and Hydrodynamics, MIT.

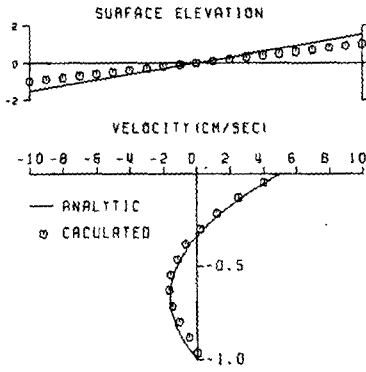


그림 1. 취송류의 연직분포

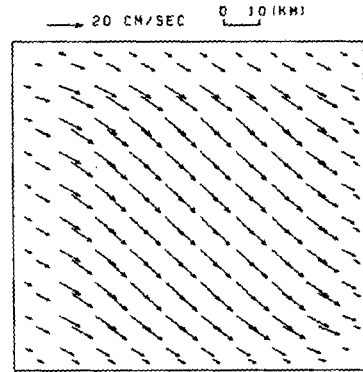


그림 2. 취송류 분포도(표층)

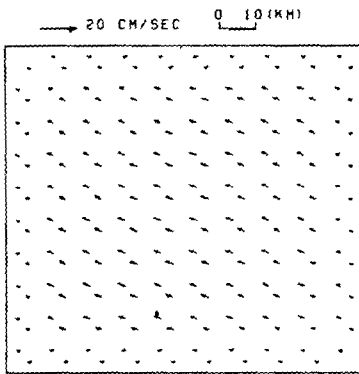


그림 3. 취송류 분포도(중층)

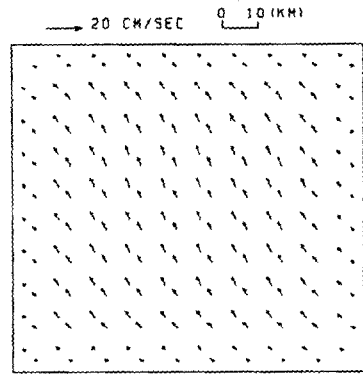


그림 4. 취송류의 분포도(저층)

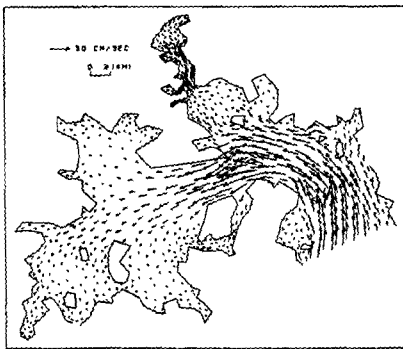


그림 5. 대조기 창조류 분포(표층)

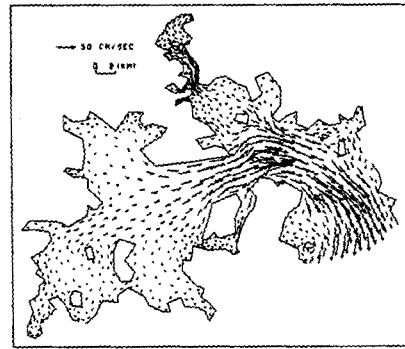


그림 6. 대조기 낙조류 분포(표층)