

최대밀도점 부근의 순수물속에서 균일 열유속을 갖는 수직 원기둥에 의한 자연대류 -수치해석-

추 호 록

대구보건전문대학 산업안전과

1. 서 론

밀도가 온도의 변화에 따라 비선형적으로 변하는 경우, 예를 들어 공업적으로 많이 이용되고 있는 저온의 물인 경우에는 4°C부근의 최대밀도점의 존재로 인해 매우 특이한 유동형태 및 열전달 특성이 나타난다¹⁾. 또한 유체와 접하는 고체면이 평판의 경우와는 달리 어떤 일정의 곡률을 가지는 원기둥일 경우에는 곡률반경의 효과에 대한 특성이 고려되어야 한다. 이러한 현상은 공업적 측면뿐만 아니라 자연환경의 변화 등에서 매우 중요한 의미를 갖는다.

Elenbaas²⁾, Sparrow³⁾ 등은 공기중에 있는 원기둥의 곡률이 열전달특성에 미치는 효과에 관한 연구를 수행하였다. 주위유체가 물인 경우 Riu^{등¹⁾}, Nagendra^{등^{4,5)}} 등은 상온의 물속에 잠겨있는 등온 및 균일 열유속 원기둥의 지름/길이의 비에 대한 효과만을 대상으로 연구하였다.

따라서 본 연구에서는 균일 열유속을 갖는 수직 원기둥이 저온의 순수물속에 잠겨있을 경우 야기되는 자연대류를 수치해석적(FDM)으로 고찰하였다. 즉, 열유속 변화 및 원기둥의 지름/길이의 비에 따른 원기둥의 범주(category)를 $Ra_D \cdot D/L$ 의 파라미터로써 분류하고, 또한 최대밀도점의 영향이 고려된 새로운 열전달상관식을 제시하였다.

2. 이론 해석

본 연구에서의 무차원화된 지배방정식을 Gosman⁶⁾의 유한차분 방정식으로 나타낸 결과는 다음과 같다.

* 연속 방정식

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right) + \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) + \omega = 0 \dots \dots \dots (1)$$

* 운동량 방정식

$$R^2 \left[\frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\omega}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} \right) - \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\omega}{R} \frac{\partial \psi}{\partial Z} \right) \right] -$$

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left[R^3 \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\omega}{R} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial R} \left[R^3 \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{\omega}{R} \right) \right]$$

$$\pm N^3 \frac{Ra_D^*}{Pr} q | \theta - R^* |^{q-2} (\theta - R^*) \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

* 에너지 방정식

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(\theta \frac{\partial \varphi}{\partial R} \right) - \frac{\partial}{\partial R} \left(\theta \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right) - \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial}{\partial Z} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) + \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \right] = 0 \cdot$$

· · (3)

지배방정식의 수치해를 구하기 위한 수치해석 방법은 유한차분법(FDM)을 사용하였으며, 수치해의 정확성과 안정성을 고려하여 가장 보편적인 Gosman등⁶⁾의 algorithm과 scheme을 적용하였다. 계산과정에 있어서는 SUR 계산법을 도입하였다. 격자수는 비균일 격자계로서 충분한 절점수로 20x40을 택하였다.

국소 열전달계수 (h_z), 평균 열전달계수(h), 평균 누셀트수(Nu) 및 수정 레일리 수(Ra_D^*)를 각각 다음과 같이 정의 하였다.

$$h_z = \frac{q}{T_w - T} = \frac{K}{L} \left(\frac{\partial \theta}{\partial R} \right) |_{R=R_s} \quad h = \int_0^1 h_z dZ \quad Nu_D = \frac{hD}{K}$$

$$Ra_D^* = (Gr_D^* \cdot Pr)$$

주위물의 온도는 최대밀도점의 영향을 고찰하기 위하여 최대밀도점 온도 ($T_m=4.03^\circ\text{C}$)이하인 2.0°C 와 3.0°C , 최대밀도점 온도이상인 7.0°C 를 각각 대표적으로 선택하였다. 공급 열유속은 $q=100\sim 5000 \text{ W/m}^2$ 까지 다양화 하였으며, 수직 원기둥의 지름/길이의 비는 특성길이 0.232m를 기준으로 하여 0.0025에서 1.5까지이다. $Ra_D^* \cdot D/L$ 의 범위는 $0.25\sim 1.8 \times 10^{12}$ 까지로 하였다.

3. 결과 및 고찰

Fig. 1은 열유속 $q=156 \text{ W/m}^2, 247 \text{ W/m}^2$, 원기둥의 지름/길이의 비(D/L)가 각각 0.25, 0.025, 0.0025일 경우에 대하여 원기둥의 길이방향 거리에 따른 벽면의 온도분포를 나타내었다.

Fig.1

여기서 $D/L=0.0025$ 의 경우 전단에 매우 인접된 부분을 제외하고는 원기둥의

전 길이에 따라 매우 균일한 온도분포를 나타낸다. 이는 지름/길이의 비가 작아 질수록 강선(wire)의 특성에 접근되어 동온형태의 온도분포특성을 나타내기 때문으로서 Nagendra등⁴⁾의 실험적 결과와 잘 일치한다. 또한 원기둥의 지름/길이의 비가 증가할수록, 열유속이 증가할수록 벽면온도가 증가하는 형태로 나타난다. 또한 열유속 증가에 따른 벽면온도의 상승은 지름/길이의 비가 클수록, 전단에 비해 후단으로 갈수록 더욱 커진다. 이러한 특성은 Sparrow³⁾등의 결과와 잘 일치한다. 주위물 온도가 3.0°C인 Fig.1(b)의 경우 열유속 및 지름/길이 비의 증가에 따른 벽면온도의 상승효과가 Fig.1(a)의 경우에 비해 크게 나타난다. 또한 $D/L=0.25$ 인 경우 $Z \approx 0.34$ 이상에서는 벽면온도가 더욱 더 증가하여 $T_w > 5.0^\circ\text{C}$ 의 분포로 형성되다. Fig.1(c)의 주위물온도가 최대밀도점온도 이상인 $T_\infty=7.0^\circ\text{C}$ 일 경우에서도 열유속 및 지름/길이의 비에 대한 변화가 벽면 온도분포에 미치는 전반적인 성향은 그림 (a),(b)의 특성과 동일하게 나타난다.

Table 1은 $D/L=0.25$ 인 원기둥에 있어서 열유속에 따른 유동형태의 변화를 나타낸 표이다.

Table 1

주위물의 온도, $T_\infty=2.0^\circ\text{C}, 3.0^\circ\text{C}$ 일 경우 유동형태는 열유속의 증가에 따라 하향 유동영역, 정상상태 유동방정식으로서 해를 구할수 없는 영역, 상향유동영역으로 변화하였다. $T_\infty=7.0^\circ\text{C}$ 일 경우에는 모든 열유속에 있어서 원기둥의 지름/길이의 비에 무관하게 상향 유동형태로만 나타났다.

Fig. 2는 $T_\infty=2.0^\circ\text{C}$ 및 3.0°C , $D/L=0.25$ 인 원기둥에 있어서 평균벽면온도의 증가에 따른 누셀트수의 변화를 나타낸 그림이다.

Fig.2

벽면의 평균온도가 증가함에 따라 하향 유동구간에서의 누셀트수는 $T_\infty=2.0^\circ\text{C}$ 의 경우 $\overline{T_w} \approx 6.0^\circ\text{C}$ ($q=550\text{W/m}^2$), $T_\infty=3.0^\circ\text{C}$ 의 경우 $\overline{T_w} \approx 5.0^\circ\text{C}$ ($q=200\text{W/m}^2$)부근에서 최대를 나타내다가 서서히 감소하고, 상향유동 구간에서는 벽면온도의 상승에 따라 균일하게 증가하는 성향을 나타낸다. 이상과 같은 성향은 최대밀도점온도이하의 주위물 온도일 경우 경계층내의 최대밀도점의 존재로 인해 나타나는 열전달특성이다.

Fig. 3은 전 계산범위에 있어서 Nu_D 및 $Rad^* \cdot D/L$ 의 관계를 알아보기 위하여 수치계산결과를 도시한 그림이다.

Fig.3

그림의 모든 영역에서 거의 선형적 분포를 나타내지만 A와 B부분에서 변곡점

이 존재한다. 이러한 변곡점을 중심으로 그림의 상.중.하부에서 curve-fitting 하였다. 이러한 과정에서 계산값과의 표준편차가 약 0.00004일때 식(4)와 같은 식들을 각각 구하였다.

$$Nu_D = 0.67(Ra_D^* \cdot D/L)^{0.09} \quad Nu_D = 0.33(Ra_D^* \cdot D/L)^{0.19}$$

$$Nu_D = 0.19(Ra_D^* \cdot D/L)^{0.22} \dots \dots \dots (4)$$

4. 결 론

1. 주위물의 온도가 최대밀도점 온도이하일 경우, $T_\infty = 2.0, 3.0^\circ\text{C}$, 하향유동에서의 최대 누셀트수는 평균벽면 온도 약 $T_w \approx 6.0, 5.0^\circ\text{C}$ 에서 나타나고, 상향유동에서의 누셀트수는 벽면온도의 상승에 비례하여 증가한다. 또한 동일 열유속에 있어서 주위물의 온도가 낮을수록, 지름/길이의 비가 클수록 열전달이 활발히 일어난다. 주위물의 온도가 최대밀도점온도이상일 경우 누셀트수는 벽면온도의 상승에 비례하여 증가한다.

2. 동일한 열전달특성을 나타내는 수직 원기둥을 최대밀도점 및 지름/길이의 비가 고려된 무차원 파라미터들을 이용하여 각각의 열전달상관식을 구하였다.

참 고 문 헌

(1) 유갑중, 엄용권, 이성진., "저온의 순수물속에 잠겨있는 등은 수직 원기둥에 의한 자연대류 열전달에 종횡비가 미치는 영향", 대한기계학회 논문집, 제 15권, 제 2호, pp. 677~684, 1991.

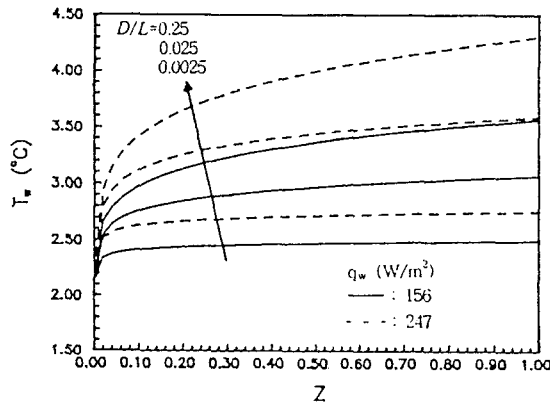
(2) Elanbaas, W., " The Dissipation of Heat by Free Convection from Vertical and Horizontal Cylinder", J. of Applied Physics, Vol. 19, pp. 1148~1154, 1948.

(3) Sparrow, E.M., and Gregg, J.L., "The Laminar Free Convection Heat Transfer from the Outer Surface of a Vertical Circular Cylinder", Trans. ASME, Vol. 78, pp. 1823~1829, 1955.

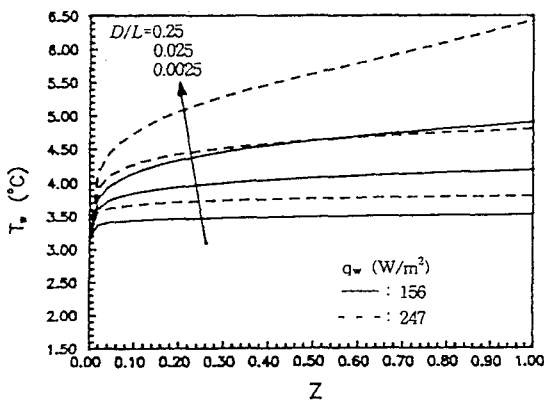
(4) Nagendra, H.R., Tirunarayanan, M.A., Ramachanran, A., " Free Convection Heat Transfer from Vertical Cylinders and Wires", Chem. Eng. Science, pp. 1491~1495, 1969.

(5) Nagendra, H.R., Tirunarayanan, M.A., Ramachanran, A., "Laminar Free Convection from Vertical Cylinders with Uniform Heat Flux", Trans. ASME, pp. 191~194, 1970.

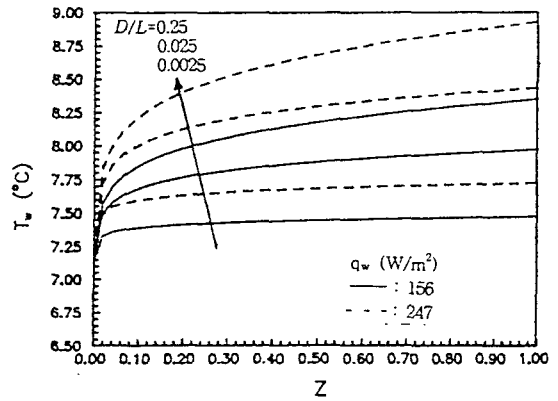
(6) Gosman, A.D., Pun, W.M., Runchal, A.K., Spalding, D.B. and Wolfshtein, M., "Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows", Academic, Press, New York, 1969.



(a) $T_{\infty}=2.0^{\circ}\text{C}$



(b) $T_{\infty}=3.0^{\circ}\text{C}$



(c) $T_{\infty}=7.0^{\circ}\text{C}$

Fig. 1 Wall temperature distributions for $D/L=0.25,0.025,0.0025$ and $q_w=156,247\text{W/m}^2$

Table 1 The flow patterns with heat flux at $D/L=0.25$

flow pattern \ T_∞	2.0°C	3.0°C	7.0°C
down flow	$100 < q \leq 590$ ($2.0^\circ\text{C} < \bar{T}_w \leq 6.4^\circ\text{C}$)	$100 < q \leq 247$ ($3.0^\circ\text{C} < \bar{T}_w \leq 5.5^\circ\text{C}$)	-
non-solution	$590 < q \leq 1050$ ($6.5^\circ\text{C} < \bar{T}_w \leq 9.3^\circ\text{C}$)	$248 \leq q < 3560$ ($5.6^\circ\text{C} \leq \bar{T}_w \leq 11.6^\circ\text{C}$)	-
upflow	$q \geq 1050$ ($\bar{T}_w \geq 9.4^\circ\text{C}$)	$q \geq 3560$ ($\bar{T}_w > 11.6^\circ\text{C}$)	$q \geq 100$ ($\bar{T}_w \geq 7.0^\circ\text{C}$)

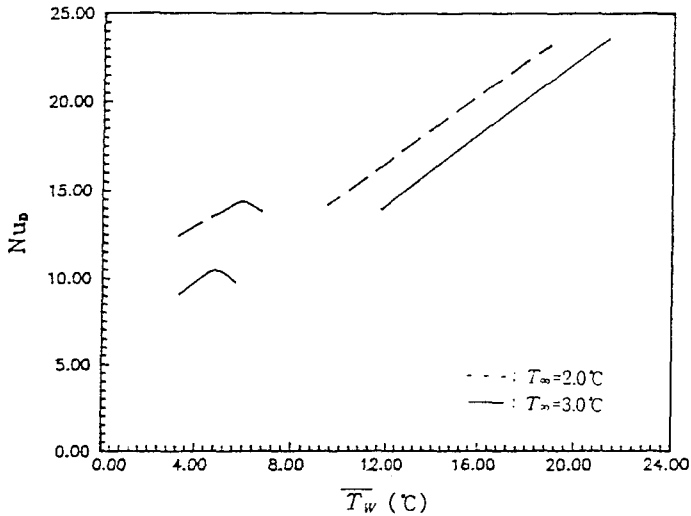


Fig. 2 Variations of mean Nusselt number with heat flux for $T_\infty=2.0^\circ\text{C}, 3.0^\circ\text{C}$

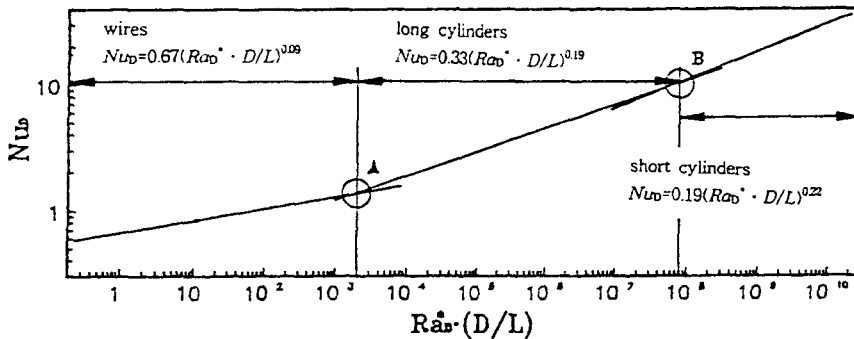


Fig. 3 Heat transfer correlations