

# FT의 빠른 신뢰도계산을 위한 연구

이광원\*,이일재\*

\*호서대학교 산업안전공학과

## 1. 서론

보통 시스템은 신뢰도 계산을 위하여 graph나 fault tree(FT)등으로 그 시스템의 신뢰도 특성을 표현하게 된다. 진산망이나 교통망등은 보통 하나의 부품이 graph의 한선에 1:1로 대응하는 linear graph로 표현되나 화학공장이나 원자력 발전소의 신뢰성분석을 위하여 쓰이는 FT는 보통 하나의 부품 또는 사건이 여러 곳에서 나타나는 non linear graph이다.

linear graph로 표현되는 system의 신뢰도분석은 문헌[1~21]에서 많이 연구되어 있으며 non linear graph의 신뢰도 분석은 linear graph의 분석에 비해 더 복잡한 것으로 알려져 있다.

본 논문에서는 non linear graph로 분류되는 FT를 acyclic linear graph로 변환시킨 후 [2]에서 제시한 신뢰도 분석방법을 토대로하여 빠른 신뢰도 계산 알고리즘을 제시하고자 한다.

## 2. 수학적 배경

본 연구는 FT를 이에 대응하는 non linear graph로 1차 변환시킨 후 이를 acyclic linear graph로 변환시킨다. 이때 신뢰도 특성이 변함이 없음을 증명하기 위하여는 domination이론을 사용하였다.

### 2-1. 신뢰도계산 방법과 domination이론

보통 어떤 system의 신뢰도 계산을 위하여는 그 system에 대응하는 graph나 FT의 minimal path나 minimal cutset을 찾고 이를 Inclusion-Exclusion식이나 Factoring Method를 사용하는법과 Reduction방법등 크게 3가지로 분류할 수 있다.

이 중 cutset을 찾아내고, 이를 이용하여 system의 고장도를 계산하면 system의 고장도  $Q(G)$ 는 최소한 하나의 cutset에 포함되는 모든 부품이 고장날 확률로

표현된다.

관찰하는 system G의 모든 minimal cutset의 family를  $C(G) = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$  이라 하고 사건  $A_i$ 를  $C_i$ 에 포함되는 모든 부품이 고장일 사건이라 하면 결국 시스템의 고장도  $Q(G)$ 는

$$Q(G) = q\left(\bigcup_{i=1}^m A_i\right) \quad (1)$$

로 쓸수 있다. 이 확률계산은 Inclusion-Exclusion식을 사용할 경우

$$Q(G) = \sum q(A_i) - \sum \sum q(A_i \cdot A_j) + \dots + (-1)^{m-1} q(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot \dots \cdot A_m) \quad (2)$$

로 표현되며  $2^m - 1$ 개의 항을 관찰하여야 한다.

이 항들 중 같은 부분집합이며 부호가 다른 항들이 다수 발생되며 이들은 서로 소거되어질 수 있다.

식(2)에 어떤 부분그래프  $G_k$ 의 선들만을 포함하는 사건들이 여러개인 경우 i) 짝수개의 사건으로 구성되면 -(minus)부호를 ii) 홀수개의 사건으로 구성되면 +(plus)부호를 갖으며 짝수개가  $n_e$ 번 홀수개의 사건이  $n_o$ 번 나타나면 결국  $n_o - n_e$  번의  $q(G_k)$ 값을 계산해야 한다.

이 때  $n_o - n_e$ 를 그 부분그래프의 domination이라 부른다.

<정의>

G의 어떤 임의의 부분그래프(subgraph)를  $G_a$ 라 하고,  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_b\}$ 를 G의 선집합,  $E_a (\subseteq E)$ 는  $G_a$ 의 선집합,  $M(G) = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ 을 E의 원소를 기초로 한 임의의 집합 family( $M_i \subseteq E$ )라 하면 모든  $M(G)$ 의 subfamilyset  $\underline{M}_i = \{M_i, M_j, \dots, M_l\}$ 들이

$$\bigcup_{j=1}^l M_j = E_a$$

인 경우  $G_a$ 의 formation이라 한다. 만약  $|\underline{M}_i| (= \underline{M}_i$ 에 포함된  $M_i$ 수)가 짝수이면 짝수 formation, 그렇지 않으면 홀수 formation이라 하고  $N_e$ 와  $N_o$ 를 짝수와 홀수 formation의 수를 나타낸다고 하면,  $M(G)$ 를 기초로 한 부분그래프  $G_a$ 의 domination  $d(G_a, M(G))$ 는

$$d(G_a, M(G)) = N_o - N_e \quad (3)$$

로 정의된다.

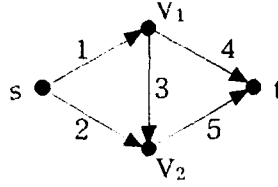


Fig. 1: A graph with bridge structure

[예1]

$M(G)$ 가 fig. 1의 minimal cutset family  $C(G)$ 인 경우를 관찰하자.  $C_1=\{1,2\}$ ,  $C_2=\{1,5\}$ ,  $C_3=\{2,3,4\}$ ,  $C_4=\{4,5\}$ 라 하면 선의 집합  $\{1,2,3,4,5\}$ 를 갖는 그래프의 formation은 5개가 존재한다. 즉  $C_2 \cup C_3$ ,  $C_1 \cup C_2 \cup C_3$ ,  $C_1 \cup C_3 \cup C_4$ ,  $C_2 \cup C_3 \cup C_4$ ,  $C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4$ 가 존재하며 3개의 홀수 formation과 2개의 짝수 formation을 갖으므로  $C(G)$ 를 기초로 한  $\{1,2,3,4,5\}$ 를 갖는 그래프(즉  $G$ )의 domination은  $d(G, C(G)) = n_o - n_e = 3 - 2 = 1$ 이 된다

(2)식에서 항  $A_i \cdot A_i \cdots A_i$ 는 이들이 포함하고 있는 선들 만을 포함하는  $G$ 의 어떤 부분그래프  $G_a$ 에 대응하게 되며 결국 식(2)는

$$Q(G) = \sum_{\forall G_a} d(G_a, C(G)) q(G_a) \quad (4)$$

여기서  $q(G_a)$  :  $G_a$ 의 모든 선이 고장일 확률  
 $G_a$  : 식(2)에 나타나는 항들과 대응되는 부분그래프로 나타낼 수 있다.

## 2-2. Domination이론에서의 기초식

참고문헌 [1]에서는 임의의 subgraph  $G_a$ 에서 선들의 집합  $e$ 를 제거한  $G_a - e$ 의 domination 값이 다음과 같음을 증명하였다.

$$d(G_a - e, M(G) - e) = \sum_{e_i \in e} d(G_a - e_i, M(G)) \quad (5)$$

여기서  $M(G)$ 는 minimal cutset이나 minimal path의 집합으로 생각할 수 있으며  $M(G)=\{M_1, M_2, \dots, M_n\}$ 인 경우  $M(G)-e$ 는 원소들( $M_i \in M(G)$ )(즉, minimal cutset이나 minimal path들)로부터 선집합  $e$ 를 제거한 것이다. 결국 식(5)는  $M(G)-e$ 를 기초로한 subgraph  $G_a - e$ 의 domination은  $M(G)$ 를 기초로한 모든 subgraph들  $G_a - e_i$ (여기서  $e_i$ 는  $e$ 의 부분집합들)의 domination합과 같음을 말해준다. 윗식은 본 연

구에서 non linear graph를 linear graph로 변환시 신뢰도 특성에 변화가 없음을 증명 가능케 해준다.

## 2-3 기초용어론

### 2-3-1 p-, k-, t-선

s-t problem을 관찰할 때 minimal path에 포함되는 선을 p-선, 이들로만 구성된 그래프를 p-그래프라 한다[3].  $|V_k|=k$ (SKT problem) 또는  $|V_k|=n-1$ (SAT problem)인 경우 [4,7]에서는 p-선을 k-선과 t-선이라고 부른다. k-선 또는 t-선을 포함하지 않은 그래프들을 k-그래프 또는 t-그래프라 부른다. minimal path와 minimal cutset의 정의에서 보듯이 minimal path에 속하지 않는 선( $\bar{p}$ -선, 또는 not-p-선)들은 minimal cutset에도 속하지 않게 되며, 결국 p-그래프들은 모든 선이 최소한 한번은 minimal cutset에 속하는 그래프라고도 할 수 있다.

식(2)에서 보듯이 minimal cutset에 속하지 않는 선( $\bar{p}$ -선)들은 신뢰도 계산에 영향을 주지 못하므로 우리가 앞으로 관찰하는 그래프 G는 p-선들로만 구성된 p-그래프에 한한다.

### 2-3-2 Indegree와 Outdegree, Incut과 Outcut

어떤 p-그래프에서 임의의 질점  $V_i$ 를 관찰할 때 들어오는(도착되어지는) 모든 선의 집합을 그 질점의 Incut이라 하고  $Incut(i)$ (또는  $I_i$ )라 표시하며,  $V_i$ 에서 나가는(출발하는) 모든 선의 집합을 그 질점의 Outcut이라 하고  $Outcut(i)$ (또는  $O_i$ )로 표시한다.

indegree(i) 또는 outdegree(i)는 질점  $V_i$ 에 도착되는 선 또는 출발하는 선의 수를 나타내 주며 간단히  $Ind(i)$  또는  $Outd(i)$ 로 표시한다.

정의에 의해 source질점 s에서  $Ind(s) = 0$  이며 terminal질점에서  $Outd(t) = 0$  이 된다.

Table 1. Fig. 1에서 Incut과 Outcut, Indegree와 Outdegree는 다음과 같다.

	Incut	Outcut	Indegree	Outdegree
s	{ }	{1,2}	0	2
$V_1$	{1}	{3,4}	1	2
$V_2$	{2,3}	{5}	2	1
t	{4,5}	{ }	2	0

### 3. FT의 graph로의 변환

본 장에서는 FT의 acyclic linear graph로의 변환을 설명한다.

#### 3-1 FT의 Graph로의 변환

##### (1) Or-Gate인 경우

FT의 어느 임의의 or-gate T와 그 밑에 기초사상이나 gate가 Fig. 2-a와 같이 분기된다고 하자. 이 때 이 부분 FT에 해당되는 그래프는 Fig. 2-b와 같이 표현되어진다. 이때 gate T가 발생될 고장확률 $Q(T)$ 는 A,B,...,L중 하나의 기초사상이나 gate가 발생될 확률이므로

$$Q(T) = q\left(\bigcup_{i=A}^L i\right)$$

로 표현된다.

그래프에서는 절점 S에서 T가 연결되지 않을 확률  $Q(S \rightarrow T)$ 로 A,B,...,L선중 하나만 고장이면 연결되지 않으므로

$$Q(S \rightarrow T) = q\left(\bigcup_{i=A}^L i\right)$$

이며 두 구조는 결국 같은 확률과 cutset을 갖는다.

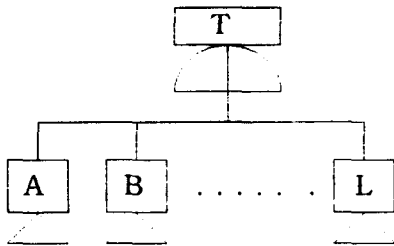


Fig. 2-a: or-gate



Fig. 2-b: or-gate가 변환된 graph

**(2) And-Gate인 경우**

FT의 어느 임의의 and-gate T와 그 밑에 기초사상이나 gate가 Fig. 3-a와 같이 분기된다고 하자. 이 때 이 부분 FT에 해당되는 그래프는 Fig. 3-b와 같이 표현되어진다. 이때 gate T가 발생될 고장확률은 A,B,...,L중 하나의 기초사상이나 gate가 동시에 발생될 확률로 표현되며

$$Q(T) = q\left(\bigcap_{i=A}^L i\right)$$

로 표현된다.

그래프에서는 절점 S에서 T로 연결되지 않을 확률은 A,B,...,L선 모두가 고장이면 연결되지않으므로

$$Q(S \rightarrow T) = q\left(\bigcap_{i=A}^L i\right)$$

이며 두 구조는 결국 같은 확률을 갖는다.

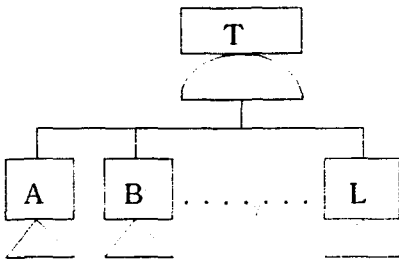


Fig. 3-a: and-gate

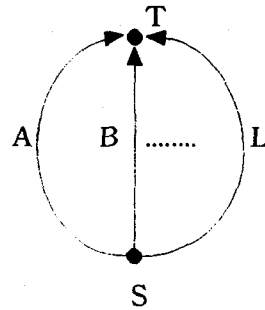


Fig. 3-b: and-gate가 변환된 graph

**(3) n out of m(n/m gate)인 경우**

FT의 어느 임의의 n/m gate T와 그 밑에 기초사상이나 n/m gate가 Fig. 4-a와 같이 분기된다고 하자. 이 때 이 부분 FT에 해당되는 그래프는 Fig. 4-b와 같이 표현되어진다. 이때 n/m gate T가 발생될 고장확률은 A,B,...,L(=m개)의 기초사상이나 gate중 n개의 기초사상이나 gate가 동시에 발생될 확률로 표현되며  $mC_n$ 개의 cutset수를 갖는다. 각 cutset은 모두 n개의 성분으로 구성되며 이들 cutset들의 집합을  $C(T)=\{C_1, C_2, \dots, C_l\}$ 이라 하면

$$Q(T) = \bigcup_{i=1}^n q(C_i)$$

로 표현된다.

이들 cutset들에 포함된 성분들을 모두 병렬연결시키고, 이들은 직렬연결시켜서 얻는 graph역시  $Q(T)$ 와 같은 값을 얻는다.

다음 Fig. 4-a는 2 out of 3 gate의 경우를 Fig. 4-b는 이에 대응하는 graph를 보여주며 Fig. 4-c와 Fig. 4-d는 Fig. 4-b를 간략히 그린 것이다.

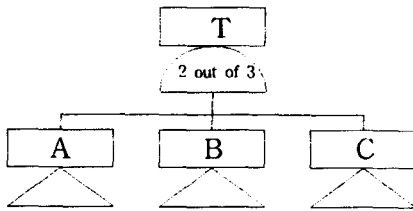


Fig. 4-a: 2 out of 3 gate

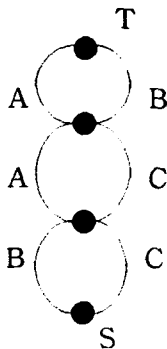


Fig. 4-b: 2 out of 3 gate가 변환된 graph

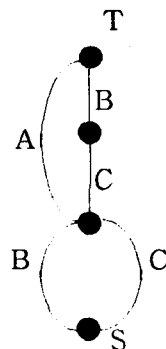


Fig. 4-c

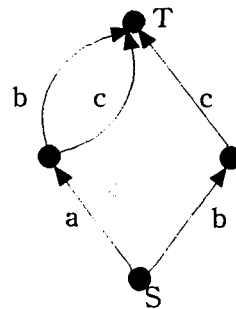


Fig. 4-d: Fig. 4-b를 간략히한 graph

#### (4) 일반적인 경우

And 와 Or Gate 또는 n out of m gate가 여러개 있는 일반적인 FT의 그래프 변환은 top gate로부터 차례대로 변환시킬 수 있다. 다음의 예제는 gate가 3개 기초사상이 6개인 FT의 acyclic 그래프로의 변환을 보여준다.

[예제 2]

Fig. 5에서 FT를 Graph로 변환시키본다.

TOP \* GA GB  
 GB \* D E F  
 GA + A B C

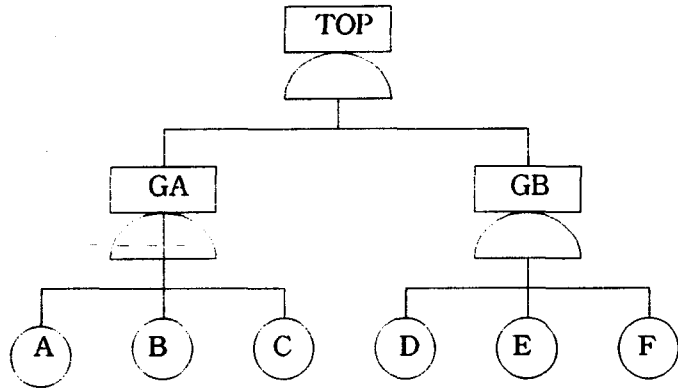


Fig. 5: gate가 3개인 FT

top gate를 그래프로 나타내면 아래와 같다. top gate는 and-gate이므로 아래의 Fig. 5-a와 같이 연결된 event(basic event와 gate를 통칭)만큼 선이 분기한다. 각각의 선은 event가 된다. 오른쪽은 FT로 나타낼 때의 그림이다

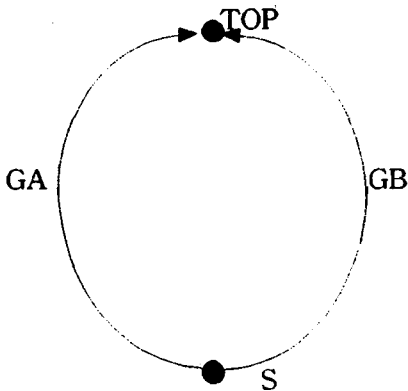


Fig. 5-a: graph로의 1단계변환

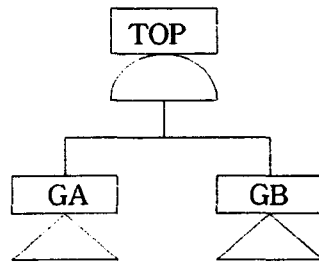


Fig. 5-b: top gate의 분기

Fig. 5-a에서 S절점에서 출발하여 TOP절점에 도착하지않을 확률  $Q(S \rightarrow TOP)$ 은  $Q(GA) \cap Q(GB)$ 로 표현되고 Fig. 5-b에서 top사건이 발생할 고장확률  $Q(TOP)$ 역시 동일하다. gate GA는 or-Gate이므로 각각의 event는 하나의 연결된 선과



같은 연결을 이루며 중간에 node가 삽입된다.(Fig. 5-c참조)

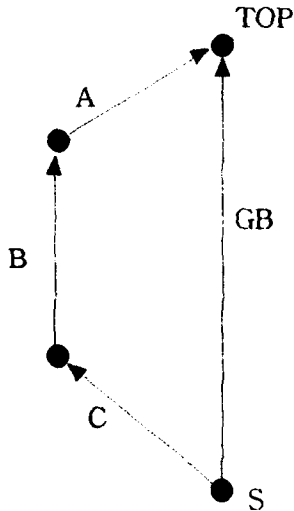


Fig. 5-c: 2단계 변환

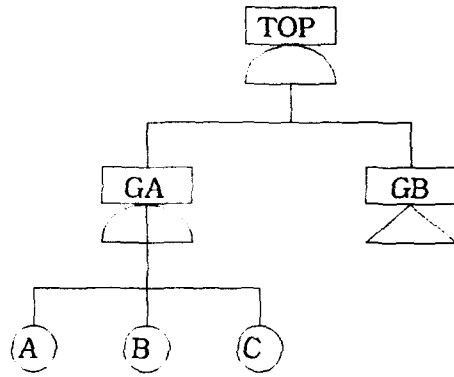


Fig. 5-d: 2번째 gate의 분기

이때  $Q(S \rightarrow TOP) = q(A \cup B \cup C) \cap q(GB)$ 이고 Fig. 5-d에서는  $Q(TOP) = q(A \cup B \cup C) \cap q(GB)$ 이므로 역시 동일하며 위의 두 Fig. 5-c, Fig. 5-d의 minimal cutset =  $\{(GB, A), (GB, B), (GB, C)\}$  역시 같다. 위의 예의 세 번째줄을 그래프로 나타내면 아래와 같다.

GB 역시 병렬구조로 분기되며 Fig. 5-e와 같은 acyclic graph를 결국 얻게된다. 이때 Fig. 5와 Fig. 5-e는 같은 신뢰도값과 cutset  $C(G) = \{(D, E, F, A), (D, E, F, B), (D, E, F, C)\}$ 를 갖는다.

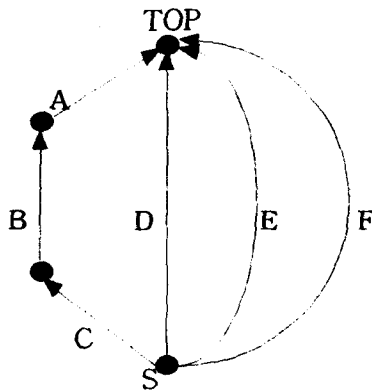


Fig. 5-e: Fig.5에 대응하는 acyclic graph

Fig. 5-b에서 Fig. 5-e사이의 전개과정과 같이 게이트의 성질에 따라 and-gate이면 병렬분기하고 or-gate이면 직렬분기하는 형태의 그래프로 구현이된다.

### 3-2 Non Linear Graph의 Linear Graph로의 변환

본장은 non linear graph인 임의의 그래프  $G$ 를 linear graph  $G^L$ 로 변환하는것에 대하여 설명한다.

어떤 non linear graph에 포함되는 선(부품)  $i$ 가  $l$ 번 나타나면  $i_1, i_2, \dots, i_l$ 로 각기 표기하고 다른 성분으로 인식하자.  $i_1, i_2, \dots, i_l$ 의 집합을  $I$ 로 표시하고 임의의 subset  $i(\subseteq I)$ 가 포함된 subgraph  $G_{k+i}$ 에 포함된 모든 부품이 고장날 확률을  $q(G_{k+i})=q(G_k) \cdot q(i)$ 로 정의하면 다음의 식이 성립된다.

#### Theorem 1

$$\begin{aligned}
 Q(G) &= \sum_{\forall G_k \subseteq G} d(G_k, C(G)) \cdot q(G_k) \\
 &= \sum_{\forall G_k^L \subseteq G^L} d(G_k^L, C(G^L)) \cdot q(G_k) \tag{6}
 \end{aligned}$$

증명 :

i)  $G$ 가 여러번 나타나는 성분을 포함치 않으면  $G=G^L$ ,  $G_k = G_k^L$ ,  $C(G)=C(G^L)$ 이며  $d(G_k, C(G))=d(G_k^L, C(G^L))$ 이 성립된다.

ii)  $G$ 가 여러번 나타나는 성분을 한개만 포함한 경우  
이 성분을  $i$ 라 하면,  $G^L$ 에는  $i_1, i_2, \dots, i_l$ 이 존재하게된다.

이 때 식(5)에서  $i$ 를 모두 포함하는 subgraph  $G_k^L$ 에 대하여

$$d(G_k^L - i, C(G^L - i)) = \sum_{i \in I} d(G_k^L - i, C(G^L)) \tag{7}$$

로 쓸수가 있으며  $i$ 를 포함하는 subgraph  $G_k$ 에 대하여는

$$d(G_k - i, C(G - i)) = d(G_k, C(G)) + d(G_k - i, C(G)) \quad (8)$$

로 쓰여진다. 이때

$G_k - i = G_k - i$ 이므로 식(7),(8)의 좌변항은 같다. 결국 식(7),(8)의 우변항도 같아야 되므로

$$\sum_{i \in I} d(G_k - i, C(G^L)) = d(G_k, C(G)) + d(G_k - i, C(G)) \quad (9)$$

이며 모든  $G_k \in (G - i)$ 에 대하여 성립하므로 식(6)은 증명된다.

iii)  $G$ 가 여러번 나타나는 성분을 여러개 포함한 경우 단계 ii)와 함께 induction 방법을 적용하면 증명된다 ■

#### 4. 신뢰도 계산 Algorithm

acyclic linear graph  $G^L$ 에 대한 신뢰도 계산식은 문헌[2]의 식(6)와 식(12)에서

$$Q(G^L) = \sum_{\forall A \in S(G^L)} q(O_A - I_A) \cdot \prod_{\forall i \in A} (1 - q(I_i - O_{(N-A)})) \quad (10)$$

$$\text{with} \begin{cases} S(G^L) = \{ \forall A \subseteq N \mid I_A \subset O_A, b \in A \} \\ N: G \text{ 또는 } G^L \text{의 내부절점집합} \end{cases}$$

로 주어진다.

이 식은 문헌 [21]의 식(7-8)로 바꿔 쓸 수 있다. 즉

$$Q(G^L) = \sum_{\forall A \in S(G^L)} Q_A, \text{ with} \quad (11)$$

$$Q_A = (q(O_i) / q(I_i - O_{(N-A+i)})) \cdot (1 - q(I_i - Q_{(N-A+i)})) \cdot Q_{A-i}$$

여기서  $i$ 는 절점집합  $A$ 에서 그래프구조 제일 나중에 오는 절점이고,  $Q_{\emptyset} = q(O_s)$ 이다.



Call Procedure(A, i, Q)  
 End  
 Procedure(A, i, oldQ)  
 Start  
 step 4; A = A U i  

$$\text{NewQ} = \left( \frac{q(O_i)}{q(I_i - O_{(N-A)})} \right) \cdot (1 - q(I_i - Q_{(N-A)})) \cdot \text{OldQ}$$

$$Q(G) = Q(G) + \text{NewQ}$$
 step 5; If i ≠ n For j=i+1 to n Do  
 If  $I_j \cap O_{S,A} = \emptyset$  Then Call Procedure(A, j, NewQ)  
 Stop

## 6. 결론

본 연구는 non linear graph인 FT를 일반적인 graph로 변형시키고 이를 다시 non linear graph로 변형시켰다. 이 과정에서 신뢰도의 변화가 없음을 증명하였고, 기존의 FT신뢰도분석보다 이론상으로 빠른 신뢰도 계산식과 알고리즘을 제시하였다. 본 연구에서는 우선 and-, or-, n out of m gate를 만들 포함한 FT를 대상으로 하였으며, 그 밖의 다른 gate를 포함한 FT에 대한 연구가 앞으로 연구 과제라 할수 있겠다.

## 7. 참고문헌

- [1] 이광원, 이일재, 강신재, Domination 이론에서의 새로운 식과 이의 신뢰성계산에 대한 적용, 한국 산업안전 학회지, vol.11, No.1, 1996.
- [2] 이광원, Domination 이론을 이용한 acyclic digraph의 빠른 신뢰도 계산을 위한 연구, 한국 산업안전 학회지, vol.11, No.1, 1996.
- [3] A. Satyanarayana, "A unified Formula for Analysis of Some network Reliability Problems", IEEE Trans. Reliability, vol R-31, No.1, April 1982.
- [4] A .Satyanarayana and A. Prabhaker, "New Topological Formula and Rapid Algorithm for Re li ability Analysis of Complex networks, "IEEE Trans. Reliability, Vol. R-27, June 1978, pp 82-100.
- [5] J. A. Abraham, An improved algorithm for network reliability, IEEE Trans. Reliability, R-28, 1979 April.

- [6] L. Fratta and U. G. Montanari, A Boolean algebra method for computing the terminal reliability in a communication network, *IEEE Trans. Circuit Theory*, C-20, 1973 May.
- [7] K. K. Aggarwal, K. B. Misra and J. S. Gupta, A fast algorithm for reliability evaluation, *IEEE Trans. Reliability*, R-24, 1975 April.
- [8] S. H. Lee, Reliability evaluation of a flow network, *IEEE Trans. Reliability*, R-29, 1980 April.
- [9] R. E. Barlow, F. Proschan, *Statistical Theory of Reliability and Life Testing*, McArde Press, Inc., 1981
- [10] K. B. Misra, and T. S. M. Rao, Reliability analysis of redundant networks using flow graphs, *IEEE Trans. Reliability*, Vol. R-19, 1970 Feb.
- [11] A. Satyanarayana and M. k. Chang, "network Reliability and the Factoring Theorem," *networks*, Vol. 13, 1983.
- [12] R. R. Willie, "A Theorem Concerning Cyclic Directed Graphs with Applications to network Reliability," *networks*, Vol. 10, 1980.
- [13] R. k. Wood, "A Factoring Algorithm Using Polygon-to-Chain Reductions for Computing k-Terminal network Reliability," *networks*, Vol. 15, 1985.
- [14] A. Satyanarayana, A. Prabhaker, "Comments on "New Topological Formular and Rapid Algorithm for reliability analysis of Complex networks","*IEEE Trans. Reliability*, vol R-28, August 1979 Oct.
- [15] A. Agrawal and R. E. Barlow, " A Survey of network Reliability and domination Theory," *Operations Research*, Vol.32, No.3, May-June 1984.
- [16] A. Satyanarayana, J. N. Hagstrom, "A New Algorithm for the Reliability Analysis of Multi-Terminal networks,"*IEEE Trans. Reliability*, Vol. R-30, 1982 Oct.
- [17] J. A. Buzacott, "A Recursive Algorithm for Directed-Graph Reliability," *networks*, Vol 13, 1983.
- [18] A. Satyanarayana, J. N. Hagstrom, "Combinatorial Properties of Directed Graphs Useful in network Reliability," *networks*, Vol. 11, 1981.
- [19] A. Agrawal and A. Satyanarayana, "An  $O(|E|)$  Time Algorithm for Computing the Reliability of a Class of Directed networks," *Operations Research*, Vol.32, No.3, May-June 1984.
- [20] J. D. Spragins, J. C. Sinclair, Y. J. Kang, and H. Jafari, on Selected

Areas in Communications, IEEE J., SAC-4, 1986.

- [21] Kwang-Won Rhie, Zur Domination und Zuverlässigkeit linearer Graphen aufgrund ihrer Minimalschnitte, Dissertation, Technische Universität in Berlin, July 1994.