두께가 변화하는 재료 내에 있는 경사진 균열의 특성

조명래, 표창률, 박종주
(인덕전문대학)

1. 서론

구조물의 사용수명은 흔히 균열의 생성 및 성장과 크게 관련지어지는데, 이는 균열의 존재가 기계나 구조물의 성능에 장애를 줌은 물론 기계 전체에 치명적인 손상을 입힐 수 있기 때문이다. 그 동안의 파괴역학분야의 연구에서는 균열이 존재하는 부재의 주 모델을 해석의 편의상 두께가 균일한 부재로 간편화하여, 주로 이차원적으로 해석을 해왔다. 그러나, 실제 기계 및 구조물에는 두께가 일정한 부재 뿐 아니라, 두께가 일정하지 않고 변화하는 부재(이하 변후부재라 한다.)가 현실적으로 폭넓게 사용되고 있다. 게다가, 파괴역학에 대한 연구가 활발해지면서 파괴가 발생한 현상에 대한 분석 뿐만 아니라, 파괴를 근원적으로 방지하기 위한 대책에 대한 관심이 증대되면서 변후부재에 대한 관심도 함께 증대되고 있다.

본 연구에서는 이러한 변후부재에 대한 기초연구의 일환으로 각종 기계부품 및 구조물의 파괴를 일으키는 원인이 되는 균열 중에서도 보다 일반적인 존재형태인 혼합 모우드이 변후부재 내에 존재하는 모델을 선정하고 이 경우의 응력확대계수 변화특성을 해석하였다.

2. 이론해석

두께가 다른 2개의 반무한 판재가 결합되어 있고, 그 한쪽에 경사진 관통균열이 있는 모델을 설정하여, 균열경사각 α, 두께비 β, 및 무차원 균열길이 λ를 parameter로 한 응력확대계수 K_I 및 K_{II} 의 2차원 이론해석을 수행하였다.

2.1 응력함수의 설정

일반적인 2차원 탄성문제에서 Airy의 응력함수 Z(z)는 복소 potential $\phi(z)$와 $\psi(z)$를 써서 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$Z(z) = Re\{\bar{z}\,\phi(z)+\psi(z)\} \qquad (z = x+iy) \tag{1}$$

좌표를 무차원화하기 위하여 x,y를 각각 특정길이 W_1으로 나누어 무차원 변수 ζ 및 무차원좌표 ξ와 η를

$$Z(\zeta)=\frac{z}{W_1}=\xi+i\eta, \qquad \xi=\frac{x}{W_1}, \qquad \eta=\frac{y}{W_1} \tag{2}$$

로 정의하면 식(3.2-1)을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Z(\zeta)=\sigma_\infty W_1^2\, Re\{\bar{\zeta}\,\phi(\zeta)+\psi(\zeta)\} \tag{3}$$

5.0으로, 판폭비 $\omega(W_2/W_1)$는 1/3, 1.0, 2.0으로 변화시켜가면서 응력확대계수를 해석하였다.

3.2 응력확대계수계산

유한요소해석 프로그램은 본 연구자들이 퍼스널컴퓨터와 엔지니어링 워크스테이션등에서 수행이 가능하도록 개발한 3차원 유한요소해석프로그램을 사용하였다.응력확대계수는 Ingraffea와 Manu에 의해 제안된 COD및 CSD(crack sliding)방법을 이용하여 계산하였다.

응력확대계수 K_I, K_{II}의 수정계수 F_I, F_{II}는 무차원균열길이 λ, 균열경사각 α, 두께비 β 및 판폭비 ω의 함수로서 다음식과 같이 표현하였다.

$$K_{I}=\sigma\sqrt{\pi a}\cdot F_I(\alpha,\beta,\omega,\lambda)$$
$$K_{II}=\sigma\sqrt{\pi a}\cdot F_{II}(\alpha,\beta,\omega,\lambda) \qquad (13)$$

4. 해석결과 및 고찰

4.1 이론해석

Fig.3은 $\alpha=30^\circ$ 인 경우로서, $\beta=1$인 때에는 균일두께의 무한판재 내에 있는 30° 경사 (하중 방향과 60°) 균열이 되며, 모든 λ값에서 $F_I|_{\beta=1}$= 0.750 으로서, $\alpha=15^\circ$ 인 경우보다도 더 감소하고, $F_{II}|_{\beta=1}$= 0.433으로 $\alpha=15^\circ$ 인 경우보다 증가한다. 전체적인 $F-\lambda$경향은 $\alpha=0^\circ$ 및 $\alpha=15^\circ$ 인 경우와 유사하다. $\beta<1$ (L-S형)인 경우, β의 감소에 따른 F_I값의 증가폭은 $\alpha=15^\circ$ 일 때보다도 더 작으며, $\beta>1$ (S-L형)인 경우에도, β의 증가에 따른 F_I값의 감소폭은 $\alpha=15^\circ$ 인 경우보다 더 작다.

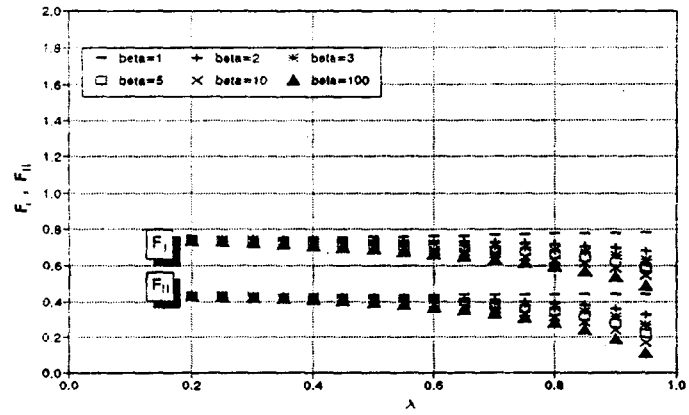

Fig.3a F values analyzed by theorectical analysis (thin-to-thick type)

무차원 균열길이 λ_1은 다음과 같이 정의한다.

$$\lambda_1 = \frac{a}{W_1} \qquad (0 \le \lambda_1 \le 1) \tag{4}$$

2.2.1 Region I 의 응력함수

Region I 에 대하여는 다음과 같은 3개의 응력함수를 중첩한다.

$$Z(\zeta) = Z^{(0)} + Z^{(1)} + Z^{(2)} \tag{5}$$

$Z^{(1)}$의 복소 potential은 다음과 같이 설정한다.

$$\phi_1(\zeta_1) = \sum_{n=0}^{\infty} (F_n^R + iF_n^I)\ \zeta_1^{-(n+1)}$$

$$\psi_1(\zeta_1) = -D_0^R \ln \zeta_1 + \sum_{n=1}^{\infty} (D_n^R + iD_n^I)\ \zeta_1^{-n} \tag{6}$$

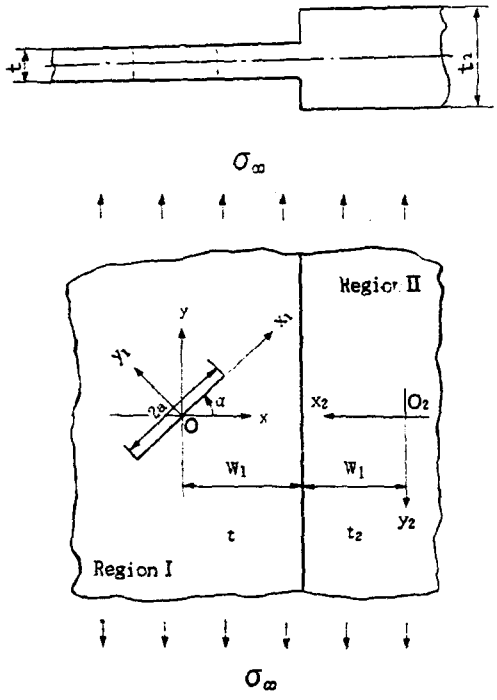

Fig.1 Combined mode crack in a variable thickness plate (2 semi-infinite plate)

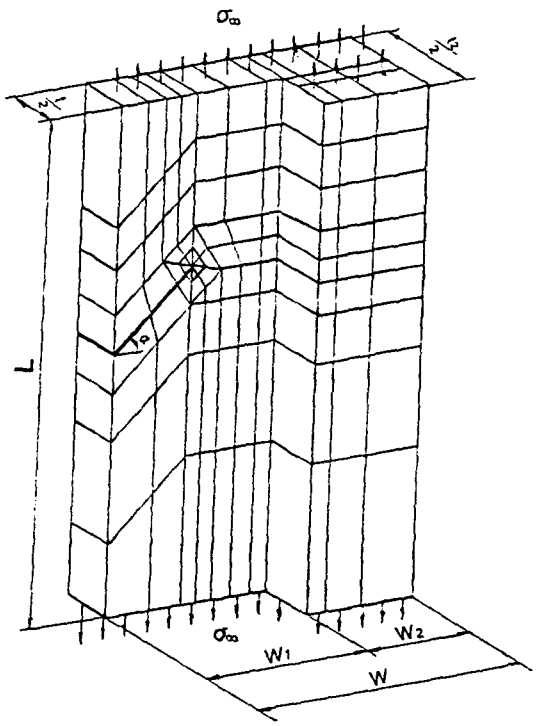

Fig.2 Three dimensional mesh design for FEM(slant edge crack)

$Z_2^{(2)}$의 복소 potential은 다음과 같이 설정한다.

$$\phi_2(\zeta) = \frac{1}{2}\int_o^\infty \{B^R(m) + iB^I(m)\}e^{m\zeta}\,dm, \tag{7}$$
$$\psi_2(\zeta) = \int_o^\infty \left[\{A^R(m) + iA^I(m)\} + \frac{\zeta}{2}\{B^R(m) + iB^I(m)\}\right]e^{m\zeta}\,dm$$

2.2.2 Region Ⅱ의 응력함수

Region Ⅱ에는 균열이 없으므로, 다음과 같이 2개의 응력함수를 설정하기로 한다.

$$Z_2(\zeta_2) = Z_2^{(0)} + Z_2^{(2)} \tag{8}$$

여기에서 $Z_2^{(0)}$는 무한원방에서의 경계조건을 만족시키기 위한 것이고, $Z_2^{(2)}$는변후경계 ($\xi_2 = 1$)에서의 경계조건 및 평형조건을 만족시키기 위한 것이다.

$Z_2^{(0)}$의 복소 potential은 다음과 같이 설정한다.

$$\Phi_o(\zeta_2) = \frac{1}{4}(\zeta_2 - 2), \tag{9}$$
$$\Psi_0(\zeta_2) = \frac{1}{4}(\zeta_2 - 3)^2$$

$Z_2^{(2)}$의 복소 Potential은 다음과 같이 설정한다.

$$\Phi_2(\zeta_2) = \frac{1}{2}\int_o^\infty \{H^R(m) + iH^I(m)\}e^{m\zeta_2}\,dm \tag{10}$$
$$\Psi_2(\zeta_2) = \int_0^\infty [\{G^R(m) + iG^I(m)\} + \frac{\zeta_2}{2}\{H^R(m) + iH^I(m)\}e^{m\zeta_2}\,dm$$

2.2.3 균열선단의 응력확대계수

$$K_I - iK_{II} = 2\sqrt{2\pi}\,\sigma_\infty\sqrt{W_1}\lim_{\zeta_1\to\lambda_1}\sqrt{\zeta_1 - \lambda_1}\;[\phi'(\zeta_1)] \tag{12}$$
$$= \sigma_\infty\sqrt{\pi a}\,[F_I(\alpha,\beta,\lambda_1) - iF_{II}(\alpha,\beta,\lambda_1)]$$

3. 유한요소해석

3.1 해석 모델

유한요소해석모델로는 Fig.2와 같이 한쪽에 경사진 균열을 갖는 변후판재(thin-to-thick형)에 무한원방 균일인장응력 σ=100MPa이 작용하는 것으로 선정하였으며, mesh구성시에 균열선단 부근에서는 균열선단의 특이성을 만족시킬 수 있도록 15-node quarter point singular element를 배치하고 나머지 부분은 20-node quadratic isoparametric element를 사용하였다. 이 모델에 대하여 먼저 균열경사각 α를 45°, 60°, 75°로 설정하고, 두께비 $\beta(t_2/t)$는 1.0, 2.0, 3.0,

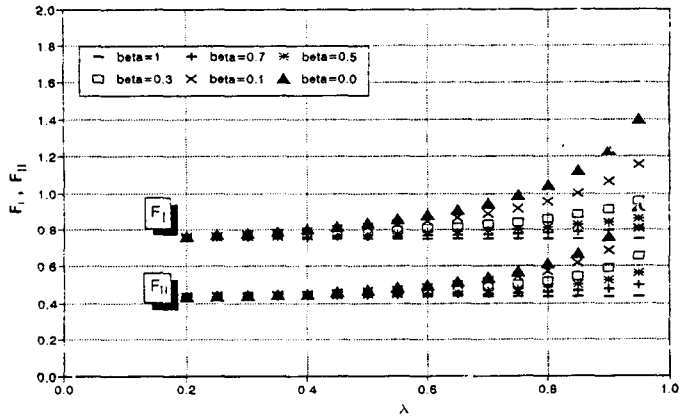

Fig.3b F values analyzed by theorectical analysis (thick-to-thin type)

4.2 수치해석

Fig.4는 균열경사각 α=45°,판폭비 ω=1/3으로 두꺼운 부분의 폭이 비교적 좁은 경우의 F값의 변화를 표시한 것으로서, F_I과 F_{II} 모두 균열선단이 변후경계에서 멀리 떨어진 곳에 위치한 경우(λ값이 작은 범위)에는 두께비 β의 영향을 별로 받지 않는 것으로 나타났다. 그러나 F_{II}는 균열선단이 변후경계에 가까워짐에 따라 증가하던 값이 감소추세로 바뀌고 F_I은 변후경계근방에도 증가추세를 그대로 지속하는 현상을 보이고 있다(λ<0.95). 이러한 현상은 혼합 모드 균열이 존재하는 판재에 균열진전방향으로 두께가 변화하는 판재가 연결되어 있다면, 이로 인한 응력확대계수에 대한 영향은 K_I에서 보다 K_{II}에서 더 크게 나

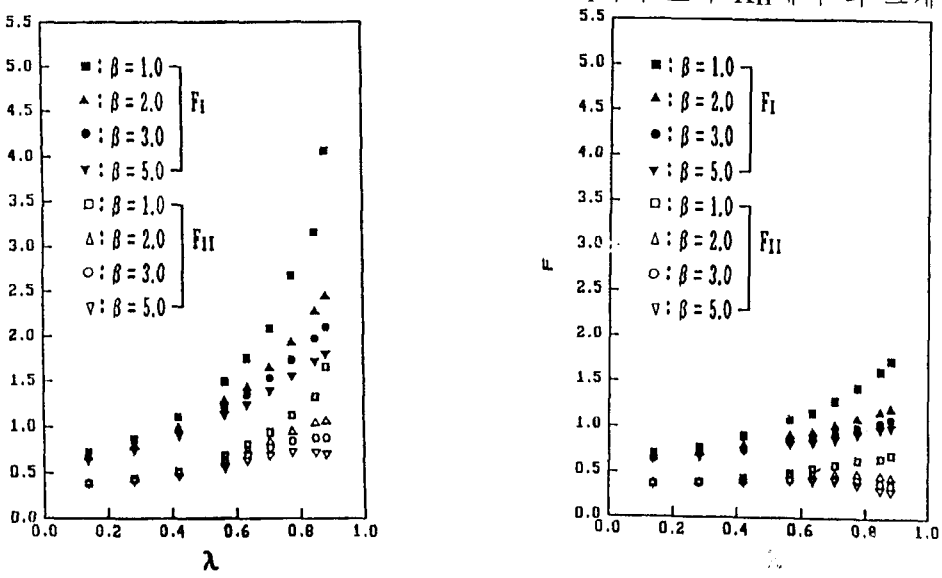

Fig.4 F values analyzed by 3-D FEM

타남을 의미한다.

5. 결론

1) 혼합 모드에서 응력확대계수의 수정계수 F_I, F_{II}는 무차원균열길이 λ, 균열 경사각 α, 두께비 β 및 판폭비 ω의 함수이다.

2) 변후부재에서의 응력확대계수 K_I, K_{II}는 같은 균열길이에서 균후부재의 경우보다 작아지며, 두께비와 판폭비가 클 수록 그 감소폭이 크다.

3) 판폭비가 비교적 작은 경우, 두께비가 증가함에 따라 F_{II}는 변후경계 가까이에서 감소하나, F_I은 $\lambda < 0.95$에서 계속해서 증가추세를 유지한다.

4) 판폭비가 비교적 큰 경우, 두께비가 증가함에 따라 변후경계 가까이에서 F_I과 F_{II}가 다같이 감소한다. 그러나 두께비 변화가 응력확대계수에 미치는 영향은 판폭비 가 비교적 작은 범위의 경우와 비교하면 미미하다.

6.참고문헌

[1] P. D. Hilton and G. C. Sih, "A Laminate Composite with a Crack Normal to the Interface", Int. J. Sci., Vol. 7, pp.913-930, 1971

[2] M. Isida, "Method of Laurent Series Expansion for Internal Crack Problems", Mechanics of Fracture, Vol.1, Noordhoff International Publishing, Leyden, pp.56-130, 1973

[3] T. Nishimura, T. Uchimoto and K. Hiraoka, "Stress Intensity Factor for a Crack Passing Through a Thickness Step", Engng F. M., Vol. 37, No. 1, pp.175-183, 1990

[4] J. , "Crack Stoppers and ARALL Laminates", Engng F. M., Vol. 37, No. 2, pp.405-421, 1990

[5] S. K. Mukherjee, P. C. Das, S. R. Mediratta and V. Ramaswamy, "Failure Analysis of Cracked Rails, Fracture Prevention in Energy and Transfort Systems", Vol. 2, pp.421-429, 1983

[6] T. Kanazawa, S.machida and H, Yajima, "Recent Studies on Brittle Crack Propagation and Arrest in Japan", Fracture Prevention in Eneregy and Transfort Systems, Vol. 2, pp.573-582, 1983

[7] G. R. Irwin, "Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plates", Tans. ASME J. Appl. Mech., Vol. 24, pp.361-364, 1957

[8] W. H. Yang, H. Houssny-Emam and M. N. Bassim, "An Experimental K-Analysis on the Fatigue Crack Near the Interface where Plate Thickness Varies Discontinuously", Engng F. M., Vol.19, No.2, pp.295-503, 1984