

노심 동특성 분석 정확도 및 성능 향상을 위한 Time Step 제어방법 개선

김영일, 김영진, 주형국, 김택겸
한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

동특성 분석 코드 시스템 PANBOX2는 시간에 대한 미분을 Implicit Euler 방법을 사용하여 근사한다. 이 경우 Local Truncation Error는 중성자속의 이차 미분에 비례한다. Time-Step-Doubling 기법을 이용하여 Local Truncation Error의 근사치를 구하고 이를 이용하여 Time Step Size를 조절해 주는 방법을 동특성 분석 코드 시스템 PANBOX2에 도입하였다. LRA와 NEACRP 제어봉 인출사고 검증문제에 대한 분석 결과, PANBOX2 시스템의 기존 방법에 비해 효과적으로 Time Step을 제어하였으며 보다 정확한 결과를 얻을 수 있었다.

1. 서론

한국원자력연구소와 독일 KWU사가 공동 연구개발한 PANBOX2 시스템[1]은 Nodal Expansion Method[2]와 Nodal Integration Method[3]를 사용하는 노심 동특성 분석 코드 시스템으로, 이전 단계의 연속한 두 계산간의 속중성자속의 변화율과 핵연료온도의 변화율을 이용하여 이번 단계의 Time Step Size를 결정하는 방법을 사용하고 있다. 이 방법은 이론적 근거를 바탕으로 Time Step Size를 조절하는 것이 아니라 경험적으로 조절해 주는 방법으로 위에서 언급한 두 변화율에 대한 적절한 제한치를 입력자료로 제공해 주어야 한다. 이 제한치가 크면 부정확한 계산결과를 얻을 뿐만 아니라 계산이 진행됨에 따라 오차가 점점 누적되게 되며 반대로 제한치가 작으면 정확한 결과를 얻을 수는 있지만 계산시간이 많이 소요되게 된다.

PANBOX2 시스템에서는 중성자속의 시간에 대한 미분을 Implicit Euler 방법을 사용하여 근사하고 있다. 이 경우 Local Truncation Error는 중성자속의 이차 미분에 비례하며 중성자속 이차 미분은 Time-Step-Doubling 기법을 사용하여 간단히 구할 수 있다. 여기에서는 이 Local Truncation Error를 이용하여 Time Step Size를 조절하는 방법[4]을 PANBOX2 시스템에 도입하였

다. 아래에 이 방법에 대하여 간략히 기술하였으며 다음에는 제어봉 인출사고 검증문제에 대한 수치계산 결과를 비교·분석하였다.

2. Local Truncation Error에 의한 Time Step Size 조절

다균 중성자 확산식을 노드 체적 m 에 대하여 적분하면 다음과 같이 노달 확산식을 얻게 된다.

$$\frac{1}{V_g} \frac{d\phi_g^m}{dt} + \sum_{u=x,y,z} \frac{1}{\Omega_u} [(j_{gul}^{-m} + j_{gur}^{+m}) - (j_{gul}^{+m} + j_{gur}^{-m})] \quad (1.a)$$

$$+ \left(\Sigma_{ag}^m + \sum_{g \neq g'} \Sigma_{gg'}^m \right) \phi_g^m = \sum_{g \neq g'} \Sigma_{gg'}^m \phi_{g'}^m + \frac{1}{\lambda} \sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^J (1 - \beta^j) \chi_{pg}^j \nu \Sigma_{fg}^m \phi_g^m \\ + \sum_{i=1}^I \chi_{dg}^i \lambda_i C_i^m + \chi_{eg} S_e^m$$

$$\frac{dC_i^m}{dt} + \lambda_i C_i^m = \frac{1}{\lambda} \sum_{g=1}^G \sum_{j=1}^J \beta_i^j \nu \Sigma_{fg}^m \phi_g^m \quad (1.b)$$

평형상태 노달 확산식의 해는 각 노드 경계면에서 중성자류와 중성자속이 연속이라는 경계조건과 외부 표면에서의 경계조건을 적용하여 구하게 된다. 시간 종속 확산식의 해를 구하기 위해서는 (1.a)식의 시간에 대한 미분항을 차분법을 사용하여 근사하게 되는데 PANBOX2 시스템에서는 이를 위하여 Implicit Euler 방법을 사용하고 있다. 이 경우 시간 t_n 에서의 미분은 다음과 같이 주어진다.

$$\left. \frac{d\phi}{dt} \right|_{t_n} = \frac{\phi(t_n) - \phi(t_{n-1})}{\Delta t_n} \quad (2)$$

시간 t_n 에서 중성자속의 참값을 $\phi(t_n)$ 이라 하면 이차 Taylor's series 확장에 의해 $\phi(t_n)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi(t_n) = \phi(t_{n-1}) + \left. \frac{d\phi}{dt} \right|_{t_n} \Delta t_n + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\phi}{dt^2} \right|_{t_n} \Delta t_n^2 + O(\Delta t_n^3) \quad (3)$$

따라서 시간 t_n 에서의 근사값을 $\phi_n^{\Delta t}$ 라 하면 (2)식과 (3)식으로부터 다음을 얻게 된다.

$$\phi(t_n) = \phi_n^{\Delta t} + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\phi}{dt^2} \right|_{t_n} \Delta t_n^2 + O(\Delta t_n^3) \quad (4)$$

이식은 Δt_n 이 충분히 작을 경우 Local Truncation Error는 중성자속의 이차 미분에 비례함을 뜻한다. 이 중성자속의 이차 미분 값은 시간 t_{n-2} 에서 t_n 까지 Time Step Size Δt 를 사용하여 두 단계에 걸쳐 구한 중성자속 근사값 $\phi_n^{\Delta t}$ 와 시간 t_{n-2} 에서 t_n 까지 Time Step Size $2\Delta t$ 를 사용하여 한번에 구한 중성자속 근사값 $\phi_n^{2\Delta t}$ 를 비교함으로써 다음과 같이 평가할 수 있다.

$$\Delta\phi_n^{\Delta t} = \phi_n^{2\Delta t} - \phi_n^{\Delta t} = \frac{3}{2} \left. \frac{d^2\phi}{dt^2} \right|_n \Delta t_n^2 + O(\Delta t_n^3) \quad (5)$$

이를 이용하면 원하는 정확도 $\varepsilon \|\phi(t_n)\|_2$ 를 갖는 Time Step Size를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Delta\hat{t}_n = \Delta t_n \left(\frac{\varepsilon \|\phi(t_n)\|_2}{\|\Delta\phi_n^{\Delta t}\|_2} \right)^{1/2} \quad (6)$$

여기서 ε 은 상대적 정확도를 위한 제한치이며 $\Delta\hat{t}_n$ 과 Δt_n 을 비교하여 Time Step을 제어하게 된다[4].

3. 수치계산 결과

LRA 2-D 검증문제[5], NEACRP 검증문제[6] 중 제어봉 배열형태 C1의 제어봉 인출사고 경우에 대하여 검증계산을 수행하였다. Double-Time-Step Size 즉, $2\Delta t$ 를 사용하여 계산할 때 열수력인자들은 n-1 Time Step의 노심계산 결과를 이용하여 새로 계산한 값을 사용하였다.

그림 1은 Time Step Size를 작은 값으로 고정하여 계산한 기준계산 결과와 속중성자속과 핵연료온도의 상대적 차이에 의해 Time Step Size를 조절하는 기존 방법으로 제한치를 바꾸어 가며 계산한 결과를 보여주고 있다. 기존 방법 2는 기존 방법 1에 비해 그리고 기존 방법 3은 기존 방법 2에 비해 각각 제한치를 반으로 줄여주어 보다 엄격하게 계산하였으나 그림에 나타나 있듯이 계산결과는 개선되지 않고 있다. 반면 그림 2는 새로운 Time Step 제어방법을 사용하는 경우 제한치를 작은 값을 사용하면 할수록 계산결과가 기준값에 접근해 감을 보여주고 있다.

그림 3에서 4까지는 기존 방법의 제한치를 Default 값으로 놓고 계산한 결과와 새 방법을 사용하여 얻은 결과가 비교되어 있다. LRA 2-D 계산에 소요된 총 Time Step 수는 표1에 수록되어 있다. 그림 5에는 NEACRP 문제에 대한 시간에 따른 Time Step Size가 비교되어 있는데 기존 방법의 경우 Default 제한치가 적절하지 않아 제어봉 인출 직후부터 침두출력 영역까지의 대부분 시간 동안 Time Step Size가 조절이 안되고 계속 최소값으로 고정되어 있는 반면 새 방법은 출력변화에 따라 적절히 Time Step을 제어해 줌을 알 수 있다. 이상의 결과들을 요약하면 다음과 같다:

- 속중성자속과 핵연료온도의 상대적 차이를 사용하여 Time Step을 제어하는 기존 방법이 문제에 따라 제한치를 적절히 조정해 주어야 하는 반면 Local Truncation Error에 의한 제어방법은 계산결과에 일관성이 있다.
- LRA 검증문제의 경우 새 방법의 제한치로 0.01을 사용하였을 때 기존 방법의 계산결과와 유사한 정확도를 보였다. 이 때 새 방법을 사용하는 경우 총 Time Step 수가 60% 정도 감소하였다.
- Local Truncation Error 제한치로는 0.001을 사용하는 것이 적절한 것으로 판단된다. 이 경우 두 검증문제 모두에 대해 정확한 결과를 얻을 수 있었다.

4. 결론

Local Truncation Error에 의해 Time Step을 제어하는 방법을 PANBOX2 시스템에 도입하여 제어봉 인출사고 검증문제에 대해 분석한 결과, 이전 두 Time Step간의 속중성자속과 핵연료온도의 상대적 차이에 의해 Time Step을 제어하는 기존 방법에 비해 보다 일관성 있게 그리고 효과적으로 Time Step을 제어하는 것으로 관측되었다. LRA 검증문제에 대한 분석 결과 비슷한 정확도를 갖는 경우, Double-Time-Step Size를 사용할 때 수렴시간이 다소 길어지는 것을 감안하더라도 계산시간이 50%까지 단축되었다. 앞으로 새 Time Step 제어방법의 효율성에 관하여 추가로 분석을 수행하여야 하며 중성자속의 변화율이 급격히 변하는 영역에서 Time Step을 보다 정밀하게 제어하는 방법에 대한 연구와 Asymptotic 영역에서 계산에 소요되는 시간을 보다 줄여주는 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

1. R. Boer, "Code Manual PANBOX2.3," TR KWU BT25/92/E516d (1994).
2. H. Finnemann, F. Bennewitz, and M. R. Wagner, "Interface Currents Techniques for Multidimensional Reactor Calculations," Atomkernenergie, **30/2**, 123 (1977).
3. H. Fischer and H. Finnemann, "The Nodal Integration Method - A diverse solver for neutron diffusion problems," Atomkernenergie, **39**, pp. 229-236 (1981).
4. N. Crouzet and P. Turinsky, "A Second-Derivative-Based Time-Step Method for Spatial Kinetics Calculations," Nucl. Sci. Eng., **123**, pp. 206-214, (1996).
5. "Benchmark Problem Book," ANL-7416, Suppl. II, Argonne National Laboratory (1977).
6. H. Finnemann and A. Galati, "NEACRP 3-D LWR Core Transient Benchmark," NEACRP-L-335(Rev. 1), Nuclear Energy Agency (1992).

표 1 LRA 2-D 계산에 소요된 총 Time Step 수

제한치	총 Time Step 수
기존 방법	788
새 방법 (제한치=0.001)	655
새 방법 (제한치=0.005)	353
새 방법 (제한치=0.01)	307

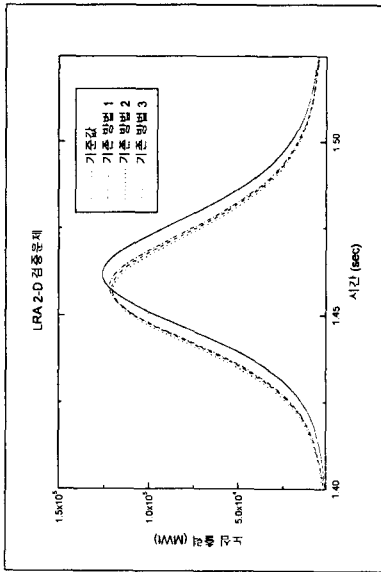


그림 1 기존 Time Step 제어방법을 사용한 LRA 2-D
검증문제 계산 결과

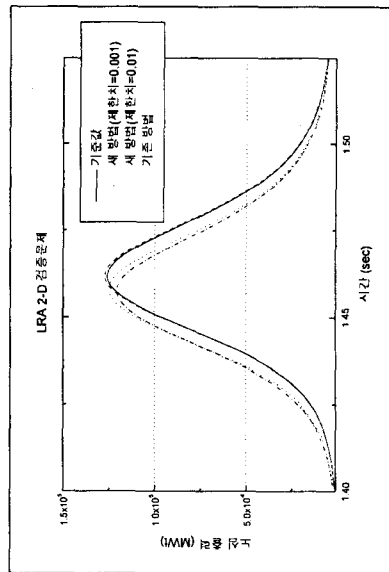


그림 3 LRA 2-D 검증문제에 대한 계산결과 비교

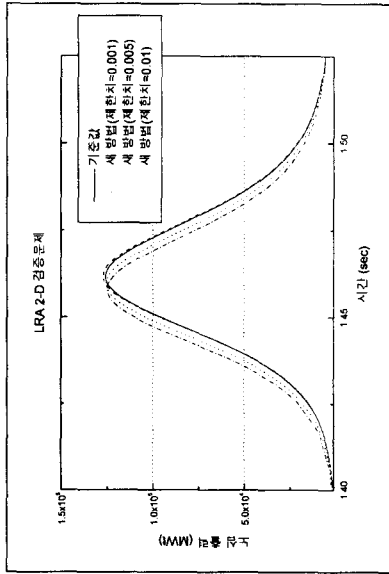


그림 2 새 Time Step 제어방법을 사용한 LRA-2D
검증문제 계산 결과

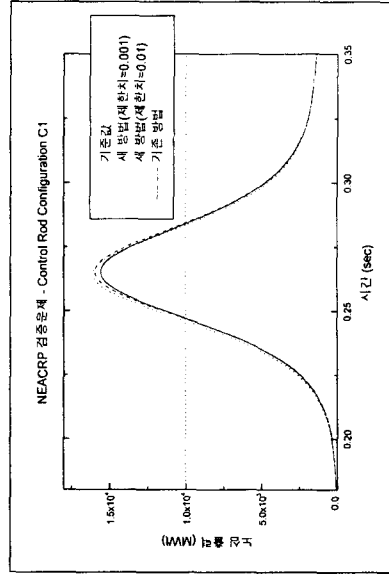


그림 4 NEACRP - C1 검증문제에 대한 계산 결과

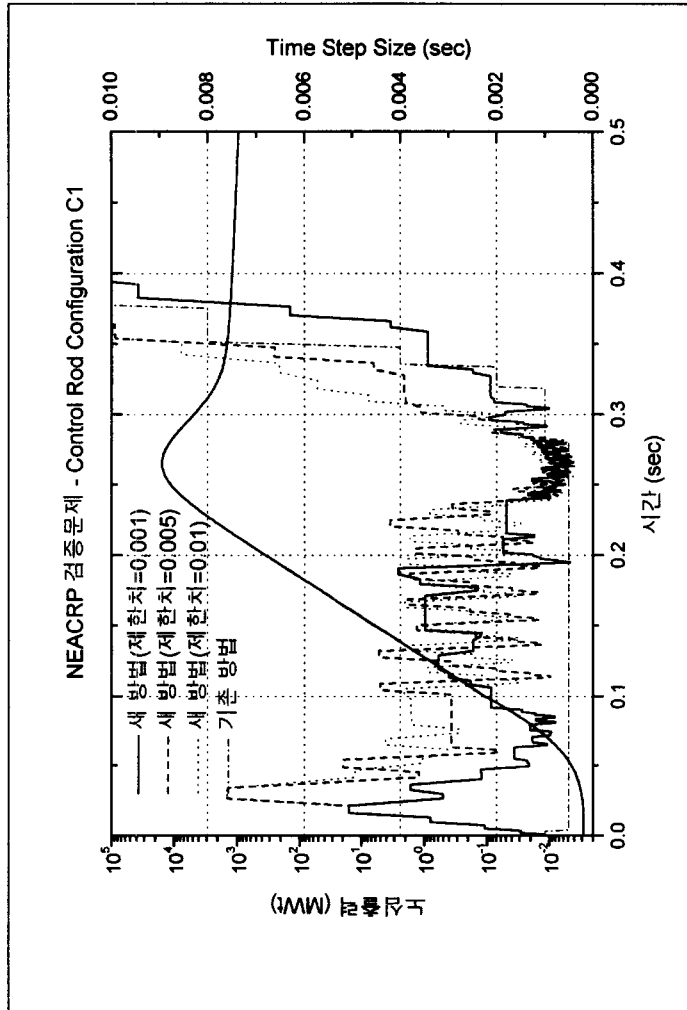


그림 5 NEACRP - C1 검증문제의 시간에 따른 Time Step Size