

모드중첩법에 의한 고유모드의 유효성 및 연속체 근사 고유모드의 적용에 관한 연구

A Study on the Effectiveness of Eigen Modes by Modal Analysis
and Application of Approximate Eigen Modes for Continuum

김진기*
Kim, Jin-Kee

문창훈*
Moon, Chang-Hoon

한상을**
Han, Sang-Eul

ABSTRACT

The purpose of this paper is to evaluate the effectiveness of eigen modes by modal analysis and the application of approximate eigen modes for continuum. This study proposes the appropriate selection technique of eigen modes by modal analysis and the method for the reasonable survey of post-buckling path. And the buckling characteristics of a latticed dome is studied by the application of these approximate eigen modes which have sufficient accuracy and praticallity for response analysis in symmetric and anti-symmetric state of continuous shell.

To prove the effectiveness of eigen modes and application of approximate eigen modes for continuum, these results are compared with those of direct method.

제 1 장 서 론

일반적으로 래티스 돔과 같은 구조물의 경우에는 부재 및 절점의 수가 대단히 많게 되므로 자유도수가 대단히 증가하게 된다. 이로 인하여 비선형 평형경로 및 분기경로를 추적하는 수치해석상에 있어서 여러 가지 문제점이 발생하게 되므로 모드중첩법의 적용이 고려된다. 본 해석법의 적용에 있어서는 초기단계의 강성행렬로부터 얻어진 몇 개의 고유모드가 이용되며, 고유모드의 선정방법에 따라서는 대단히 적은수의 모드만으로 전체 구조물의 거동과약이 가능하다고 사료된다. 본 논문에서는 실제 변위를 나타내는 고유모드의 선형결합시 계수에 상당하는 일반화좌표(*generalized coordinates*)의 하중변화에 따른 비선형 거동 특성을 호장법(*arc-length method*)과 뉴턴-랩슨(*Newton - Raphson*)법을 이용하여 추적하며, 이들 일반화좌표의 변환특성을 규명하므로써 구조물 전체의 좌굴특성을 규명하는 것이 가능하게 된다.

또한, 본 논문의 해석모델을 고려할 때 축대칭, 역대칭모드만으로도 거동과약이 충분하다고 사료되므로, 연속체 구형셀로부터 축대칭 및 역대칭 근사 고유모드를 작성하여 모드해석을 수

* 인하대학교 건축공학과 석사과정

** 인하대학교 건축공학과 교수

행한다. 특히, 역대칭 진동시의 정해에서는 축대칭 진동시 포함되어있지 않는 u, v 의 강제이동 항이 존재하지만, 본 논문의 근사법에서는 나타나지 않는 항이므로 정해에서 구한 값을 이용하기로 한다. 이 강제변위의 항은 본래 계산결과로부터 구해지는 고유진동수의 함수이며, 본 논문에서는 처음에 적당한 값을 고유진동수로 주고, 계산결과로 구한 고유진동수를 다시 대입하여 계산하는 반복법을 이용한다.

래티스구조물에 모드중첩법을 적용함에 따른 유효성과 근사고유모드의 적용성을 검토하기 위하여 본 논문에서는 이들 결과와 직접법에 의한 비선형 해석결과를 비교한다.

제 2 장 모드중첩법에 의한 좌굴해석

2.1 일반좌좌표계에 의한 기본방정식의 정식화

물리량으로서의 증분계의 평형방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{matrix} \{dF\} \\ (n \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} [K(N)] \\ (n \times n) \end{matrix} \begin{matrix} \{dD\} \\ (n \times 1) \end{matrix} \quad (2.1)$$

여기에서, $\{dF\}$ 는 증분하중, $[K(N)]$ 은 계의 강성매트릭스, $\{dD\}$ 는 증분변위이다. 일반좌좌표 $\Lambda_j (j = 1, 2, \dots, m)$ 를 도입하면 변위와 증분변위는 다음과 같다.

$$\begin{matrix} \{D\} \\ (n \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} \Lambda_1\{D_1\} \\ (n \times 1) \end{matrix} + \dots + \begin{matrix} \Lambda_m\{D_m\} \\ (n \times 1) \end{matrix} \quad (2.2)$$

$$\begin{matrix} \{dD\} \\ (n \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} d\Lambda_1\{D_1\} \\ (n \times 1) \end{matrix} + \dots + \begin{matrix} d\Lambda_m\{D_m\} \\ (n \times 1) \end{matrix}$$

여기에서, $\{D_1\}, \{D_2\}, \dots, \{D_m\}$ 는 계의 초기 무하중상태에서의 강성매트릭스로부터 얻어진 고유모드이다. 부재력과 변위의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{matrix} \{N\} \\ (k \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} [C] \\ (k \times n) \end{matrix} \begin{matrix} \{D\} \\ (n \times 1) \end{matrix} \quad (2.3)$$

식(2.3)을 식(2.1)에 대입하면 벡터 $\{N\}$ 은 일반좌좌표 $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m$ 의 함수가 된다.

$$\begin{aligned} \{N\} &= \Lambda_1\{H_1\} + \Lambda_2\{H_2\} + \dots + \Lambda_m\{H_m\} \\ \{H_j\} &= [C] \{D_j\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

식(2.4)의 $\{N\}$ 을 식(2.1)의 $[K(N)]$ 에 대입하면 증분형의 계의 강성매트릭스의 요소는 다음과 같이 일반좌좌표로 표현되며, 증분 하중 $\{dF\}$ 는 일반좌좌표 $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m$ 의 함수가 된다.

$$\begin{aligned} k_{ij} &= k_{ij}(\Lambda_1 h_{1a\beta} + \Lambda_2 h_{2a\beta} + \dots + \Lambda_m h_{ma\beta}) \\ &= \tilde{k}_{ij}(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \begin{matrix} \{dF\} \\ (n \times 1) \end{matrix} &= \begin{matrix} [K(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m)] \\ (n \times n) \end{matrix} \begin{matrix} \{dD\} \\ (n \times 1) \end{matrix} \\ &= [\{B_1\}, \{B_2\}, \dots, \{B_m\}] \begin{Bmatrix} d\Lambda_1 \\ \vdots \\ d\Lambda_m \end{Bmatrix} \\ &= [B] \{d\Lambda\} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\text{여기에서, } \begin{matrix} \{B_j\} \\ (n \times 1) \end{matrix} = K \begin{matrix} (\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m) \\ (n \times n) \end{matrix} \begin{matrix} \{D_j\} \\ (n \times 1) \end{matrix}$$

중분하중을 고유모드에 의해 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{matrix} \{dF\} \\ (n \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} dP_1\{D_1\} \\ (n \times 1) \end{matrix} + \dots + \begin{matrix} dP_m\{D_m\} \\ (n \times 1) \end{matrix} \quad (2.7)$$

식(2.6)에 Galerkin법을 적용하고, 고유모드의 직교성(orthogonality)과 정규성(normality)을 고려하면 최종적으로 일반화좌표에 의한 중분계의 평형방정식은 식(2.8)과 같이 유도된다.

$$\begin{matrix} \{dP\} \\ (m \times 1) \end{matrix} = [\bar{K}] \begin{matrix} \{dA\} \\ (m \times m) \end{matrix} \quad (2.8)$$

여기에서,

$$\begin{matrix} \{dP\} \\ (m \times 1) \end{matrix} \equiv \begin{Bmatrix} \{D_1\}^T \{dF\} \\ \vdots \\ \{D_m\}^T \{dF\} \end{Bmatrix}, \quad [\bar{K}] \equiv \begin{bmatrix} \{D_1\}^T [K] \{D_1\} & \dots & \{D_1\}^T [K] \{D_m\} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \{D_m\}^T [K] \{D_1\} & \dots & \{D_m\}^T [K] \{D_m\} \end{bmatrix}$$

일반화좌표 $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m$ 에 관한 이 비선형 방정식을 호장법에 의해 풀고 이 값을 식(2.2)에 대입하여 실제 해석모델의 변위를 구할 수 있다. 만약, 평형경로상에 분기점이 존재하는 경우에는 분기점에 있어서의 동차모드(homogeneous modes)와 하중에 관계하는 특해모드(particular modes)의 조합에 포함되는 미지 매개변수를 뉴턴-랩슨과정에 의해 시행착오적으로 결정한다.

2.2 고유모드의 선정법

모드중첩법에 의한 구조해석에 있어서 어느 모드를 선택하는가가 가장 중요한 문제점으로 대두된다. 현 단계에서 몇 개의 방법이 생각되고 있지만 여기에서는 다음의 방법을 제안한다. 여기에서 P_i 는 하중을 고유모드로 전개할 때의 일반화좌표에 상당한다.

$$[K] \sum \Lambda_i \{D_i\} = \sum P_i \{D_i\} \quad (2.9)$$

$$[K] \{D_i\} = \lambda_i \{D_i\} \quad (2.10)$$

식(2.9), 식(2.10)으로부터 다음식이 유도된다.

$$\sum \Lambda_i \lambda_i \{D_i\} = \sum P_i \{D_i\} \quad (2.11)$$

식(2.11)의 양변에 $\{D_i\}^T$ 를 곱하면, 최종적으로 고유모드의 영향력을 평가하는 일반화좌표에 대응하는 지수(指數) Λ_i 의 식이 유도된다.

$$\Lambda_i = P_i / \lambda_i \quad (2.12)$$

일반적으로 이 Λ_i 를 이용하여 사용모드를 선택할 경우에, 분기점 또는 극한점 이후에 구조물의 거동을 지배하는 모드가 변화할 수 있으므로 고유모드 선정시에는 반드시 다음에 어느 한 항목을 고려해야만 한다고 사료된다.

1) P_i 의 값에 관계없이 λ_i 가 작은 모드로부터 순차적으로 몇 개의 변위모드(모드의 수를 구체적으로 지정할 수는 없지만 전체 모드의 5%까지)를 Λ_i 에 의해 선택된 모드에 부가해서, 반드시 고려한다.

2) 채용모드의 선택에 있어서 외력모드에 미소한 비대칭 성분을 부여하여 Λ_i 를 계산하기 위한 P_i 를 구한다.

3) 비대칭 변위에 관한 초기불완전성(初期不完全性)을 부여하여 Δ 를 평가한다.

분기좌굴이 예상되는 경우에는 모드의 선택에 주의할 필요가 있다는 사실은 명확하지만 본 논문에서는 1)의 방법을 선택하는 것이 유리하다고 사료된다.

2.3 고유모드선정의 유효성에 관한 검토

2.2절에서 제안한 식(2.12)에 의해 계산한 해석결과를 나타내고 있다. 하중 및 해석모델의 형태가 대칭인 경우에 임계점 전후의 경로 및 좌굴하중은 대단히 적은 수의 고유모드를 이용하여 계산해도 직접법에 의한 계산결과와 거의 일치한다. 그러나 집중하중과 등분포하중이 작용하는 경우에 좌굴후의 경로가 일치하지 않는 것을 정해에 일치시키기 위해서는 다시 한번 영향이 큰 모드를 선택할 필요성이 있다. 따라서, 2.2절의 제안 1)에 기초하여 해석을 행하고, 그 결과를 검토한다.

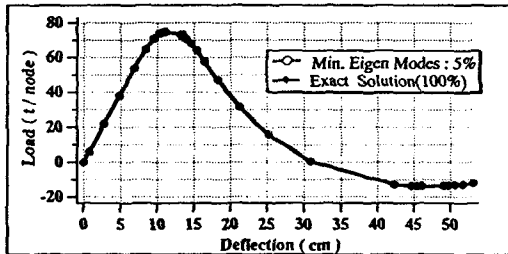


그림 1. 최소고유모드를 5%를 이용한 계산결과와 정해의 하중-변위곡선비교

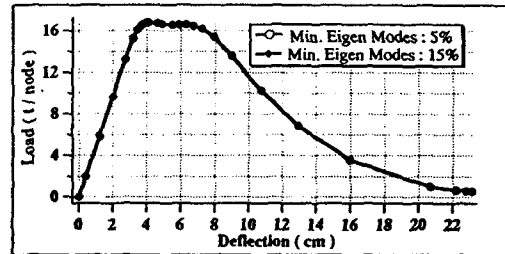


그림 2. 최소고유모드를 5%와 15%를 이용한 계산결과와의 비교 (정상부)

그림 1은 높이/스팬비가 0.25의 모델에 대하여 제안식(2.12)에 의해 7.2%의 모드를 선택한 후 최소고유치로부터 5%에 상당하는 고유모드를 첨가한 해석결과와 정해를 나타내고 있다. 그림 2는 높이/스팬비가 0.15의 모델에 대하여 최소고유모드를 각각 5%, 15% 이용한 경우의 계산결과를 보여주고 있다. 따라서, 극한점좌굴이 일어나는 이 모델의 경우에는 최소고유치 5%이상을 이용하는 것은 의미가 없다고 사료된다. 대칭모드만이 거동을 지배하기 때문에 최소고유모드 5%를 첨가함으로써 이미 그 모드 전부가 포함되어 두 결과는 완전히 일치한다.

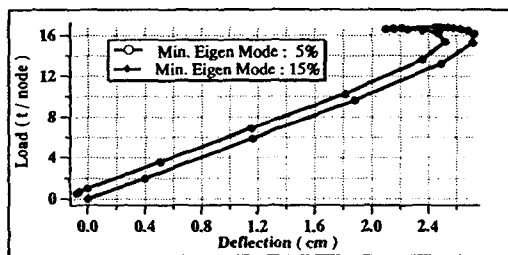


그림 3. 최소고유모드 5%와 15%를 이용한 계산결과와의 비교 (절점번호 8)

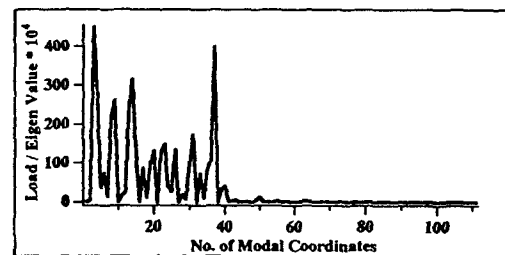


그림 4. 반재하중 아래의 평가지표의 분포

그림 3은 정상부와 단부의 중간에 위치해 있는 절점번호 8에 대한 하중-변위곡선을 비교하고 있다. 이 모델은 높이/스팬비가 0.15로서 제안식(2.12)에 의해 8.1% (9개의 고유모드)의

모드를 선택한 후 최소고유모드를 각각 5%, 15% 이용한 경우의 계산결과를 보여주고 있다.

모드중첩법에 의한 해석을 행하는 경우 가장 영향이 큰 매개변수는 하중이다. 따라서, 여기에서는 반재하중, 즉 비대칭하중을 가해서 래티스 덤의 좌굴거동을 조사한다. 그림 4는 반재하중이 가해진 경우의 평가지표분포를 나타내고 있으며, 보다 정확한 해석을 위해서는 많은 수의 고유모드를 사용하지 않으면 안된다는 사실을 알 수 있다.

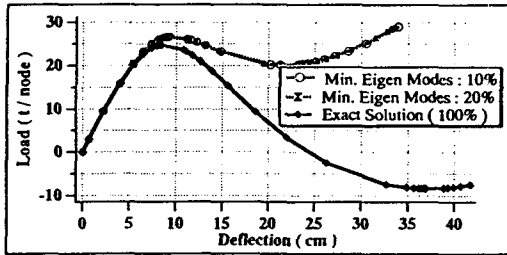


그림 5. 최소고유모드 10%, 20%를 이용한 계산결과와 정해의 하중-변위곡선비교

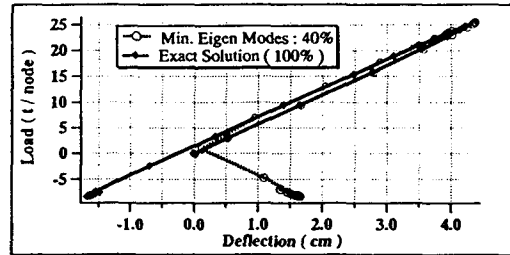


그림 6. 최소고유모드 40%를 이용한 계산결과를 정해와의 비교 (절점번호 8)

이 모델의 경우 식(2.12)에 의해 고유모드 18개(16.22%)를 이용하고, 그것에 최소고유모드를 더하여 해석하였다. 그림 5로부터 최소고유모드를 10%, 20%첨가해도 분기후 정해와의 오차가 크게 되는 것을 알 수 있다. 그림 6으로부터 40%이상의 고유모드를 사용하지 않으면 좌굴후 별도의 경로를 취함을 알 수 있다. 따라서, 해석모델의 형상 또는 하중분포가 대칭이 아닌 경우 특히 주의를 요한다. 그러나, 임계점까지는 단 몇 개의 모드만으로도 좋은 결과를 얻을 수 있다.

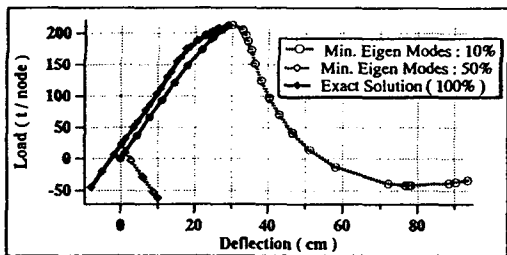


그림 7. 최소고유모드 10%, 50%를 이용한 계산결과와 정해와의 비교 (정상부)

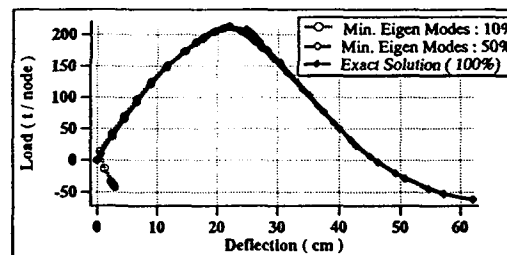


그림 8. 최소고유모드 10%, 50%를 이용한 계산결과와 정해와의 비교 (절점번호 8)

모드중첩법을 이용하여 래티스구조물을 해석하는 경우 가장 문제가 되는 것은, 만일 하중 및 해석모델의 형상이 모두 대칭인 경우에는 최초 스텝에서 얻어진 고유모드가 수치해석의 최종 스텝까지 이용될 수 있는가의 문제이다. 일반적으로 하중 및 해석모델의 형상이 모두 대칭인 경우 좌굴전후에 대칭모드만이 지배하고 있기 때문에 문제가 없지만, 만일 좌굴후 비대칭모드가 나타나는 거동을 하고 있는 특수한 모델의 경우에는 별도의 모드선정방법이 필요하다. 그러나, 좌굴후 어느 모드가 지배모드가 되는가의 판단기준을 현 시점에서는 제시할 수 없는 상태이다. 따라서, 높이/스팬비가 0.4의 비교적 편평율이 높은 단층 래티스 덤은 좌굴후 비대칭모드가 나타나는 거동을 하고 있기 때문에 최소고유모드의 백분율에 따른 거동특성을 다음에 나타낸다. 그림 7은 정상부, 그림 8은 절점번호 8의 좌굴거동을 나타내고 있다.

제 3 장 연속체 근사 고유모드의 적용

정밀해에 기초를 둔 고유진동 모드의 계산결과에 의하면, 접선방향 변위 성분 u, v 의 관성항을 포함한 normal 진동과 이것을 무시한 flexural진동의 차이는 일반적으로 설계하는 구형셸의 기하학적 형상 및 재료 상수의 범위내에서 극히 경미하다는 것이 H. Kunieda에 의해 밝혀졌다. 또한, flexural진동의 가정을 도입하면 응답해석이 대단히 간략화 되므로 본 논문에서는 flexural진동의 가정을 도입한다. 고유모드는 먼저 경계조건과 서로의 직교조건을 만족하는 가(仮)모드를 결정한다. 이러한 가(仮)모드를 자유진동지배식에 대입하고, Galerkin법을 적용하여 일반화좌표를 정하며, 최종적으로 고유모드를 구한다. 그러나, 복소 고유치가 구해졌을 가능성도 있기 때문에 구해진 고유치의 유효성, 적절성을 검토할 필요가 있다.

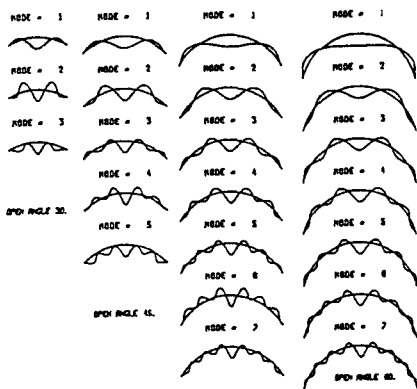


그림 9. 근사이론에 의한 구형셸의 대칭 처짐모드의 형상

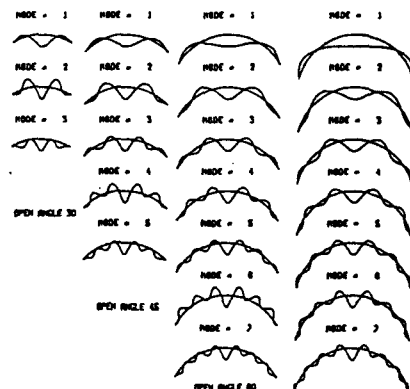


그림 10. 정밀이론에 의한 구형셸의 대칭 처짐모드의 형상

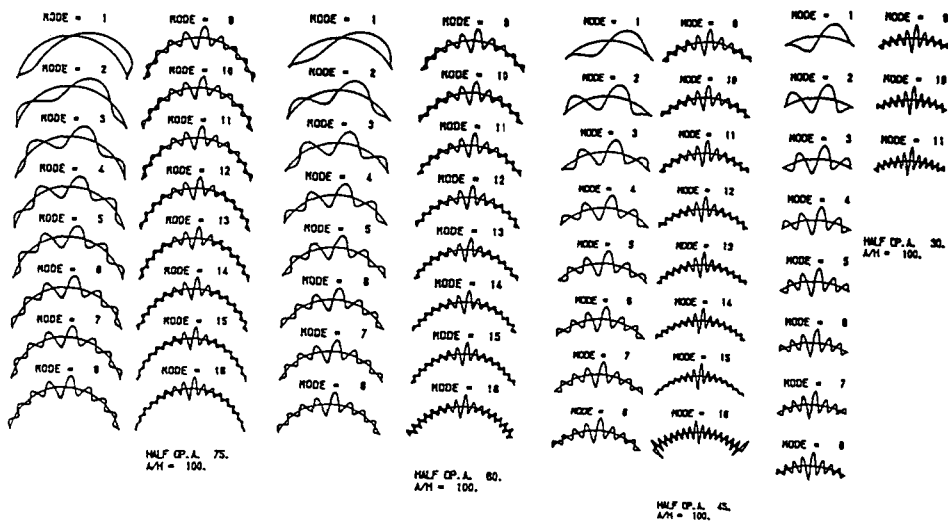


그림 11. 근사 이론에 의한 구형셸의 역대칭휨 모드의 형태 (고정지지, $R/h = 100, 30^\circ - 75^\circ$)

3.1 해석모델

해석모델 1(parallel lamera dome)과 해석모델 2의 제원은 표 4.1, 표 4.2와 같다. 해석모델 2는 구성부재의 제원이 해석모델 1과 같지만, 분할 수는 8분할로 편평율이 해석모델 1의 약 2배정도 높은 것이다. 이 2개의 모델을 해석하는 이유는 편평율에 의해 연속체 각각의 근사 고유모드가 래티스 돔의 좌굴거동에 미치는 영향을 파악하기 위함이다.

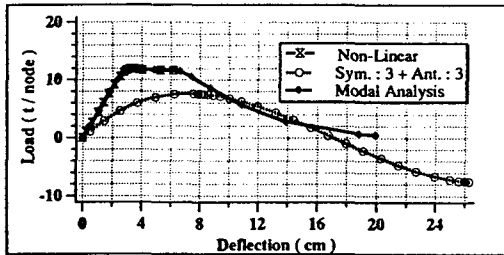
표 4.1 해석모델 1과 같은 형태의 연속체 셀의 제원

분할 수		4 분할
부재와 면적	cm ²	11.2(D=8.91,t=0.42)
높이 / 스패비		0.05 - 0.25
하중	t/node	등분포 연직하중
접합부 모델		핀접합
연속체 셀의 반경	cm	2000
지지 조건		완전 핀지지

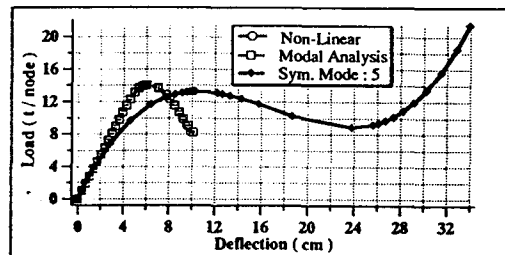
표 4.2 해석모델 2와 같은 형태의 연속체 셀의 제원

분할 수		8 분할
부재와 면적	cm ²	11.2(D=8.91,t=0.42)
높이 / 스패비		0.289
절점, 부재수		217, 600
연속체 셀의 반개각	도(度)	60
연속체 셀의 반경	cm	2000
연속체 셀의 반경/두께		200

3.2 근사 고유모드에 의한 수치해석결과



(a) 해석모델 1



(b) 해석모델 2

그림 12. 3개의 해석법에 의한 하중-변위관계 비교

그림 12(a)는 직접법, 모드중첩법에 의한 해석결과와 같은 모델에서 구한 자유진동 근사 고유모드를 사용한 해석결과를 비교하고 있다. 근사 고유모드는 대칭 모드 3개, 비대칭 모드 3개를 사용하였다. 직접법과 모드중첩법에 의한 계산결과에서 좌굴하중, 평형경로 등이 완전히 일치하고 있으나, 근사 모드를 사용한 좌굴하중은 직접법에 의한 결과와 비교해서 36%의 오차가 나왔다. 이 오차는 연속체적 취급법의 개념에 기초하며, 단층 래티스 돔의 좌굴특성을 표현하는 기하학적 매개변수로서, Yamada가 제안했던 셸유사계수(shell-likeness factor)를 사용한 계산결과와 오차 40%와 거의 일치하고 있다.

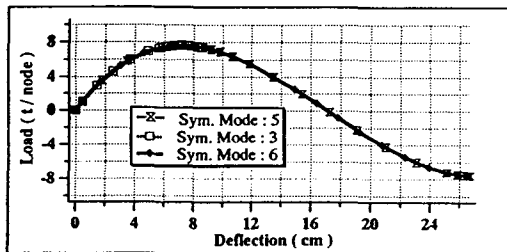
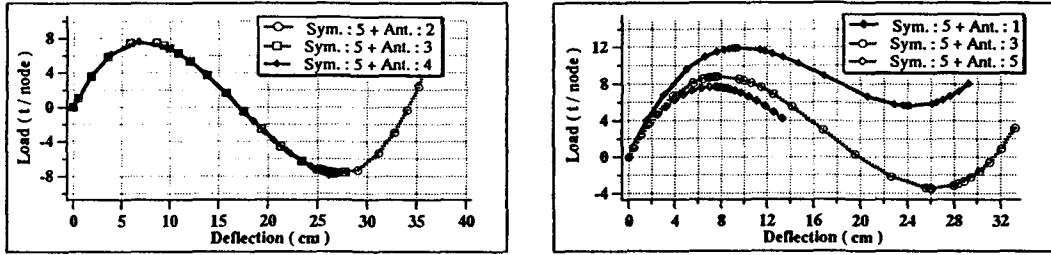


그림 13. 대칭 근사 고유모드수에 의한 해석 모델 1의 하중-변위관계 비교

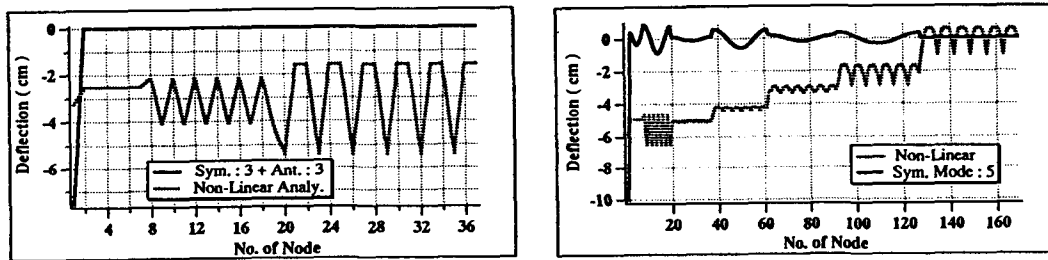
그림 13은 대칭 고유모드수에 의한 해석모델 1의 하중-변위관계를 비교하고 있다. 대칭 모드를 2개 사용한 경우는 수치계산상 수렴하지 않았다. 또, 7, 8번째의 모드를 사용한 경우는 최초부터 계산이 안되었다. 이것은 근사 고유모드의 파형과 관계가 있는 것으로 생각되어진다. 전체 경로를 통해서 3개의 결과가 일치하고 있다. 그림 14(a)는 대칭 근사 모드 5개, 역대칭 근사

고유모드 수에 의한 해석모델 1의 하중-변위관계의 변화를 표현하고 있지만, 좌굴이후도 평형경로가 일치하고 있는 것을 알 수 있다. 이것은 연속체 셀의 경우, 편평률이 낮은 모델은 좌굴후 반드시 비대칭 모드가 지배한다고는 할 수 없으며, 일반 현상과 일치하고 있다. 즉, 래티스 덤의 경우에도 편평률에 따라서는 좌굴후 비대칭 모드의 영향이 현격히 작은 경우도 있다는 것이 판명되었다.



(a) 해석모델 1 (b) 해석모델 2
 그림 14. 역대칭 근사 고유모드수에 의한 하중-변위관계 비교

그림 12(b)는 직접법, 모드중첩법에 의한 해석결과와 같은 형태에서 구했던 자유진동 근사 고유모드를 사용하여 얻어진 해석결과를 비교하고 있다. 좌굴하중의 크기와는 거의 일치하고 있지만 변위에 관한 오차는 크다. 이 이유는 연속체의 고유모드는 무한개이지만, 몇 개의 대칭 모드만으로 계산한 것도 하나의 원인이 되는 것으로 사료된다. 그림 14(b)는 대칭 근사 고유모드 5개, 역대칭 근사 고유모드 수에 의한 해석모델 2의 하중-변위관계를 표현하고 있지만 좌굴이후의 평형경로가 역대칭 모드수에 의해서, 상당히 변하는 것을 알 수 있다. 이것은 연속체 셀의 경우, 편평률이 높은 모델에서는 좌굴후 역대칭좌굴 모드가 지배하고 있는 현상과 일치하고 있다. 즉, 래티스 덤의 해석모델에서도 좌굴후 비대칭 모드의 영향이 현격히 큰 경우도 있는 것이 판명되었다.



(a) 해석모델 1 (b) 해석모델 2
 그림 15. 직접법과 대칭 근사 고유모드에 의한 각 절점의 처짐 비교

그림 15는 각각 해석모델 1과 해석모델 2의 좌굴점에 놓일 수 있는 각 절점의 처짐을 표현하고 있다. 그림 15(a)의 경우는 각각 3개의 대칭과 역대칭 근사 고유모드를 사용하여 해석을 실행하였지만 처짐의 차가 대단히 컸다. 그림 15(b)의 경우도 다섯 개의 대칭 근사 모드를 사용해서 해석을 실행하였지만 그림 15(a)의 결과와 마찬가지로 처짐의 차가 대단히 컸다.

제 4 장 결 론

본 논문에서는 모드중첩법에 의한 고유모드의 선정시 하중에 관한 일반화좌표 ($= P_i$)와

그에 대응하는 고유치 ($= \lambda_i$)에서 계산되는 $\Lambda_i = P_i/\lambda_i$ 의 값을 평가지표로 간주하고, 좌굴후의 경로가 일치하지 않는 것을 정해에 일치시키기 위해서는 다시 한번 영향이 큰 모드를 선택할 필요성때문에 2.2절의 제안 1)에 기초하여 해석을 행하였다. 집중하중과 등분포하중이 작용하는 경우에는 그림 1과 같이 7.2%의 모드를 선택한 후 최소고유치로부터 5%에 상당하는 고유모드를 더하여 해석한 결과는 직접법의 결과와 거의 일치하였다. 그러나, 반재하중이 작용하는 경우에는 그림 6과 같이 40%이상의 고유모드를 사용하지 않으면 좌굴후 별도의 경로를 취하였다. 따라서, 해석모델의 형상 또는 하중분포가 대칭이 아닌 경우 특히 주의를 요한다. 하지만, 임계점까지는 단 몇 개의 모드만으로도 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

H. Kunieda에 의해 주어진, 취급이 간편하고 정밀도가 좋은 축대칭 근사 고유모드 작성법에 기초를 두며, 역대칭 근사 고유모드를 작성하였다. 특히, 역대칭 진동시에는 축대칭 진동시 포함되어 있지 않은 u, v 의 강제이동항이 존재하므로 정해에서 보충하는 것으로 하였다.

2가지 모델에 대한 근사 고유모드를 사용한 해석결과는 다음과 같다.

(1) 해석모델 1에서는 직접법과 모드중첩법에 의한 수치해석결과는 완전히 일치하고 있지만, 자유진동 근사 고유모드를 사용한 근사 고유모드법에 의한 수치계산결과는 앞에 서술의 결과와의 오차가 컸다. 이 오차는 Yamada에 의한 제안되었던 쉘유사계수를 사용한 계산 결과와 거의 같은 정도였다. Heki에 의하면, 래티스 돔의 편절의 경우 유효 휨강성이 0이고, 쉘의 좌굴이론에서는 좌굴하중은 0이 되지만, 근사 고유모드법에 의한 결과에서보면, 좌굴하중이 0이 되지않기 때문에 래티스 돔도 연속체적인 특성을 지니고 있는 것이 판명되었다. 이 해석 모델은 대단히 편평한 돔이므로, 좌굴후에도 역대칭 모드는 나오지 않는다는 것을 알 수 있었다. 이 거동은 연속체 쉘에서도 일어나고 있는 현상과 같다.

(2) 해석모델 2에서는 편평률이 0.289로 비교적 높은 모델이다. 근사 고유모드법의 경우에는 대칭모드를 5개 사용해서 해석한 결과를 직접법 및 모드중첩법의 결과와 비교했다. 이 경우 좌굴하중에 대해서는 3개의 해석결과가 거의 일치하지만, 좌굴점에서의 변위를 비교하면 근사 고유모드법의 결과가 컸다. 편평률이 높은 모델의 경우, 좌굴이후의 평형경로가 역대칭 모드수에 의해, 현격히 변하는 것을 알 수 있었다. 이것은 연속체 쉘의 경우 편평률이 높은 모델에서 좌굴후 역대칭좌굴 모드가 지배하는 현상과 일치하고 있다. 즉, 래티스 돔의 해석모델에 의해서는 역대칭 모드가 좌굴 후의 거동을 지배하는 경우도 존재하는 것이 판명되었다.

참고문헌

1. Kunieda, H., Classical Buckling Load of Spherical Domes under Uniform Pressures, Proc., ASCE, Vol. 118, No. EM8, August, 1992, pp. 1513-1525.
2. Han, Sang-Eul and Kunieda, H., Approximate Eigen Modes of a Spherical Domes in Antisymmetric Stated and Their Application to Linear Response Analysis, J. Struct. Eng., AIJ, No. 466, Dec. 1994, pp. 79-85.
3. Riks, E., Some Computational Aspects of the Stability Analysis of Nonlinear Structures, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 47, 1984, pp. 219-259.
4. 國枝治郎: 上下地震動を受ける球形ドームの應答解析, 京都大學防災研究年報, 第26号 B-1, 1983, pp. 161-172.
5. 日置興一朗: 個材の彈性座屈で定まる剛節ラチス構造の有効強度, 日本建築學會論文報告集, 325号, 1983.3, pp. 1-9.

감사의 글

본 연구를 지원해 주신 초대형 구조시스템 연구센터에 감사를 표한다.