

축압축력을 받는 원통형 축대칭 셸구조의 거동에 관한 연구

A Study on the Behavior of Cylindrical Shell Structures Subjected to Axial Compression

조 현 영* 정 진 환** 황 상 필***
Cho, Hyung-Young Cheung, Jin-Hwan Hwang, Sang Pil

ABSTRACT

A numerical method for evaluating the equilibrium path of cylindrical shell subject to axial load and eccentrically axial load is presented. The effects of both material and geometric nonlinearities were also considered in the analysis.

The nonlinear formulation was based on the total Lagrangian description and nonlinear equations were solved by the Newton-Raphson method with load increment procedures. Degenerate shell elements with layered approach were employed for the analysis.

The elasto-plastic deformation can be found in several examples and a large eccentricity of the axial load reduces the stress level at the time of the local buckling of the pipe considerably

1. 서론

곡면판으로 이루어진 셸구조물은 외적인 관점에서 우수할 뿐만 아니라, 작용외력에도 효과적으로 저항할 수 있다. 특히, 축방향 압축을 받는 원통형 셸구조의 좌굴특성은 기둥이나 판과는 근본적으로 다르기 때문에 많은 관심을 끌어 왔다. 현실적으로 볼 때 제작과 시공에서 피할 수 없는 약간의 불완전량(imperfection)이 있는 구조물들중 기둥과 판은 선형이론으로 알 수 있는 임계응력 근처에서 좌굴이 일어나는 데 비하여 원통형 셸은 선형이론에서 얻어지는 것보다 훨씬 낮은 응력에서 좌굴이 일어난다. 즉, 실험과 이론해 사이에는 상당한 차이가 존재하는데 이것은 기하학적인 불완전량, 단부의 구속조건, 잔류응력 및 일부단면의 소성화, 하중편심에 의한 영향 등에 의해 생기며 이런 인자들을 모두 고려해서 해를 구하는 것은 어렵다.

* 부산대학교 토목공학과 교수
** 부산대학교 토목공학과 부교수
*** 부산대학교 토목공학과 석사과정

그러므로 이러한 문제에 대한 하나의 해결책으로써 유한요소법에 의한 수치실험을 생각할 수 있다. 물론 수치실험에 모든 인자들을 고려하여 해석할 수는 없지만 어느 정도까지는 해결이 가능하다. 본 논문에서는 원통형 셀구조에 대하여 이론적인 좌굴해를 어느정도 현실적인 범위가 있는 하중편심을 도입하여 degenerate 셀요소를 이용한 유한요소법으로 그 해를 구하고 기왕의 실험결과와 비교해보았다. 그리고 단부의 구속조건에 따른 각 하중편심에 대한 좌굴하중을 비교하였다. 이 때 수치해는 회전각의 영향을 고려하는 기하학적 비선형과 재료비선형을 고려하여 구한다.

2. 증분형태의 평형 방정식

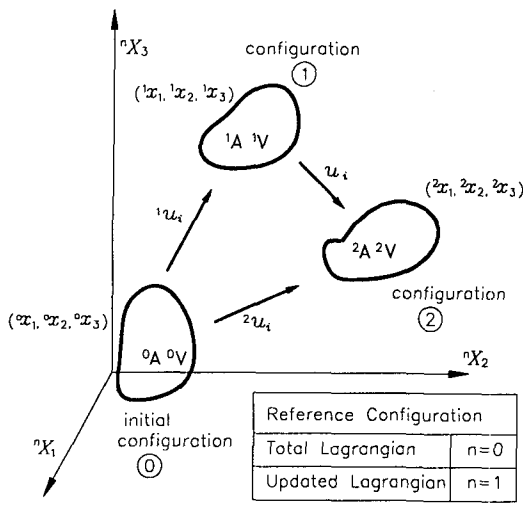


Fig. 1 Motion of body in a stationary Cartesian coordinate system

좌표축을 의미한다. 변수 u 중에서 좌상첨자는 없는 것은 증분변수이다. 형상 ②에서의 평형상태를 가상변위의 원리에 의해 total Lagrangian정식으로 나타내면 다음과 같은 기본방정식이 구해진다.

$$\int_{\circ V} {}^2S_{ij} \delta {}^2\varepsilon_{ij} \circ dV = {}^2\delta W \quad \dots\dots\dots (1)$$

여기서,

${}^2S_{ij}$: 2nd Piloa-Kirchhoff 응력텐서

${}^2\varepsilon_{ij}$: 변위 도함수로 정의되는 Green-Lagrange 변형률 텐서

$${}^2\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} ({}^2u_{i,j} + {}^2u_{j,i} + {}^2u_{k,i} {}^2u_{k,j}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

${}^2\delta W$: 외적 가상일

$${}^2\delta W = \int_{\circ A} {}^2f_i^S \delta u_i \circ dA + \int_{\circ V} {}^2f_i^B \delta u_i \circ dV \quad \dots\dots\dots (3)$$

식(3)에서 ${}^2f_i^S$, ${}^2f_i^B$ 는 각각 외부작용 표면력 및 물체력이고 δu_i 는 가상변위장이다. 그리고 $\circ A$, $\circ V$ 는 각각 형상 ①에서의 물체표면적 및 체적이다.

기하학적 비선형 및 재료 비선형을 고려한 증분평형방정식을 total Lagrangian 정식을 이용한다. 이 정식에는 원래의 기하학적 형상과 변위장을 기준으로 한 2nd Piola-kirchhoff 응력과 Green-Lagrange 변형률등이 정의된다. 선형해석의 경우와 같이 비선형 해석에서도 작용하중들에 대응하는 물체의 평형상태를 찾는 것이 해결해야 할 근본적 목적이다. 즉, 고려된 구조물의 평형상태와 그때의 응답을 단계적인 증분해석을 통해 효과적으로 구할 수 있다.

fig. 1처럼 cartesian좌표계에서의 물체 운동을 생각해보자. 물체의 세 위치는 변형전의 초기형상 ①, 어느 하중단계에서 하중 증분 전후의 형상을 ②, ③로 하며 변수들의 좌상첨자는 물체의 형상을, 우하첨자는

(1)식을 증분형태로 나타내고 $\delta^2 \epsilon_{ij} = \delta \epsilon_{ij}$ 임을 고려한다면 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\int_{\circ V} C_{ijkl} \epsilon_{kl} \delta \epsilon_{ij} \circ dV + \int_{\circ V} {}^1 S_{ij} \delta \eta_{ij} \circ dV = {}^2 \delta W - \int_{\circ V} {}^1 S_{ij} \delta e_{ij} \circ dV \quad \dots\dots\dots(4)$$

여기서, C_{ijkl} : 증분재료에 대한 응력-변형률 텐서
 $\epsilon_{ij} = e_{ij} + \eta_{ij}$: e_{ij} , η_{ij} 는 각각, 증분 변형률 ϵ_{ij} 의 선형 및 비선형항

반복법에 의해 해를 증진시킬 수 있는 단계적 증분해석이므로, 위의 변형률을 선형화 ($\epsilon_{kl} \rightarrow e_{kl}$, $\delta \epsilon_{ij} \rightarrow \delta e_{ij}$)하면 근사 증분 평형 방정식을 구할 수 있고 여기에 적절한 보간 함수와 변위장을 도입하여 유한요소 이상화를 취하면 다음과 같이된다. ($\epsilon_{kl} \rightarrow BU$, $C_{ijkl} \rightarrow D$, $S_{ij} \rightarrow S$)

$$\left(\int_{\circ V} \hat{B}^T D \hat{B} \circ dV + \int_{\circ V} G^T {}^1 S G \circ dV \right) \cdot U = {}^2 R - \int_{\circ V} \hat{B}^T {}^1 S' \circ dV \quad \dots\dots\dots(5)$$

여기서, \hat{B} : $B_o + B_L$ 의 증분 변형률-변위행렬, B_o , B_L 는 선형탄성행렬 K_e 와 초기변위행렬 ${}^1 K_u$ 에 관계되는 변형률-변위행렬이다.

D : 응력-변형률관계를 나타내는 구성행렬
 ${}^1 S$: 응력행렬, ${}^1 S'$: 응력벡터
 G : 기하학적 비선형성을 가진 변형률-변위행렬

그리고 위의 식은 다음과 같은 등가대수 방정식계로 된다.

$$(K_e + {}^1 K_u + {}^1 K_g) \cdot U = {}^2 R - {}^1 F \quad \dots\dots\dots(6)$$

여기서 K_e : 선형 탄성행렬, 선형해석시 K_e 가 전체강성도 행렬이 된다.
 ${}^1 K_u$: 초기변위행렬
 ${}^1 K_g$: 초기 응력행렬, 혹은 기하학적 행렬
 U : 증분변위 벡터
 ${}^2 R$: 외력벡터, ${}^1 F$: 내력벡터

즉 (6)식 우변은 증분 시작에서의 형상②의 불평형력을 나타낸다. Newton-Raphson 알고리즘에 따라 해석을 수행할 때 (6)식 좌변항의 점선강성도 행렬은 하중증분 혹은 반복 때마다 계속 수정될 수 있고 그렇지 않을 수도 있다

3. 수치해석

fig. 2에 해석모델의 치수, 재료특성을 나타내었다. 이를 유한요소 해석시 구조의 대칭성을 이용하여 전체원통형의 1/4부분만 생각하여 degenerate셀 요소를 이용, 원주 방향으로 3등분, 길이 방향으로 12등분, 9절점의 총 36개 요소로 나누었고 두께방향으로 6개의 층으로 나누어 계산하였다. 재료특성은 참고문헌 5의 재료실험 성과를 그대로 적용하였다. 이 때의 작용하중이 이상적인 구조물의 경우 두께면에 축방향 압축력이 작용할 때 하중편심이 생기지 않는다.

그리고 실제구조물에서 초기불완전량은 여러 형태로 나타나지만 좌굴하중에 비교적 많은 영향을 미치고 또 수치해석상 적용하기가 비교적 간단한 하중편심과 단부구속 조건을 초기불완전량으로 도입하였다. 즉, Fig.3에서와 같이 원통형 셀의 두께방향으로 일정한 하중으로 압축을 하게 되면 이상적으로는 하중 편심이 없지만 실제구조물에서 두께면은 고르지 않기 때문에 압축하중에

대한 편심이 있으며 또 하중증가에 따른 재하면의 편심이동이 있다. 그러나 이를 단순화하여 압축력이외에 일정한 편심에 의해 생기는 휨모멘트를 고려하였다. 또한 단부구속의 조건에 따라 좌굴하중이 어떻게 변화하는지 나타내었다. 즉 fig.3에서와 같이 단부를 하중 방향과 직각인 방향으로 구속을 주는 경우(a)와 어느 방향으로도 구속하지 않은 경우(b)를 비교해 보았다.

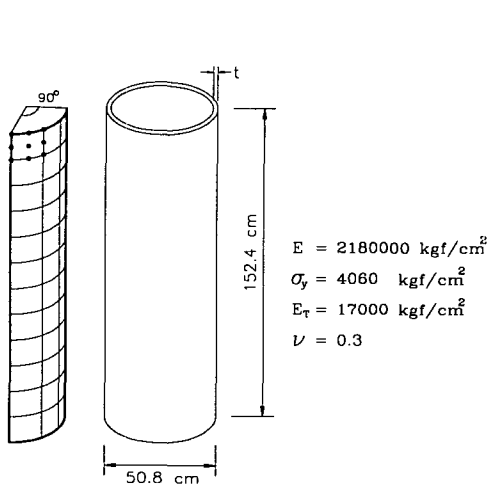


Fig. 2 Geometry of pipe

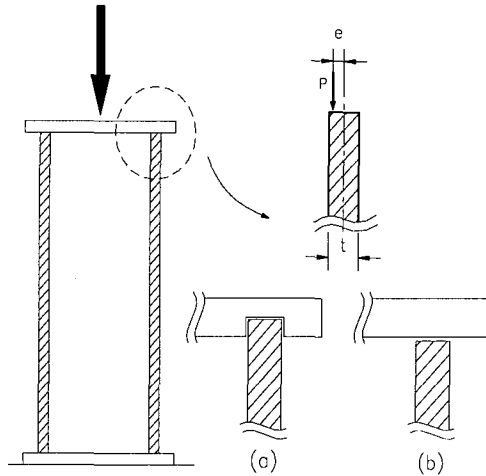


Fig.3 Cylindrical Shell subjected to an Axial Loading

4. 결론

수치실험결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 계산값과 실험값과의 차이의 주원인은 실제의 원통형 쉘의 축방향 압축실험시 좌굴변형이 진행됨에 따라 편심량이 변화하기 때문인 것으로 추정된다.
2. 기하학적 비선형과 재료비선형을 고려한 9절점 heterosis요소를 이용하여 축대칭 쉘의 탄소성 좌굴현상을 수치실험으로 추적할 수 있음을 알았다.
3. 구속을 준 (a)의 경우가 구속을 주지 않은 (b)보다 실험치에 좀 더 접근함을 알 수 있었다.
4. 수치실험시 재하면에서의 마찰에 의한 전단응력의 효과를 고려한 interface 요소를 도입하면 보다 더 정확한 거동을 나타낼 수 있으리라 생각한다.

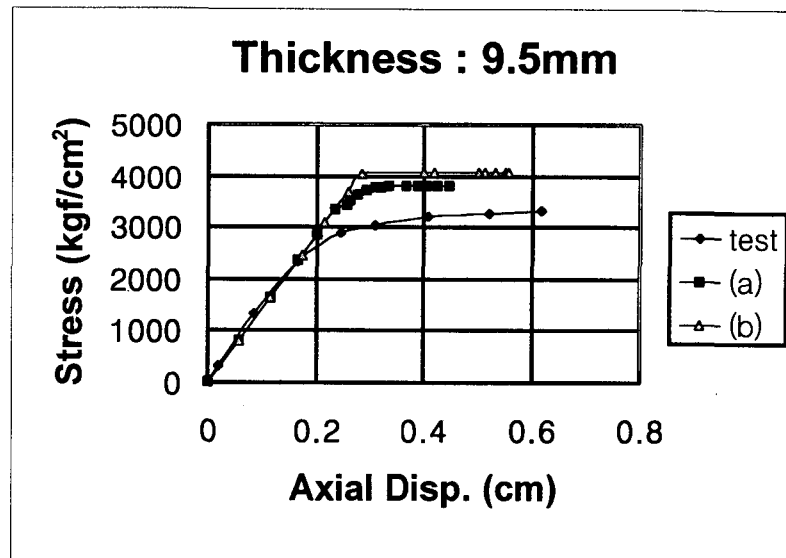


Fig.4 Stress-displacement behavior (t=9.5mm)

참고문헌

1. Alexander Chajes : "principles of Structural Stability Theory", Prentice-Hall, pp303~330, 1974
2. Hinton E. and Owen D.R.J. : "Finite Element in Plasticity Theory & Practice", Pineridge Press, 1980
3. Hinton E. and Owen D.R.J. : "Finite Element Software for Plate and Shells", Pineridge Press, 1985
4. 김성도 : "축압축력을 받는 원통형 쉘의 국부좌굴에 관한 실험적 연구", 1984
5. "塑性加工をうけた鋼材の機械的性質" JSSC, 1970, pp. 1~35
6. Masuda & Yoshida : "A Formulation and Solution Procedure for Post-buckling of Thin-Walled Structures
Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 1982, pp 285~309