

# 복합 적층구조의 최적설계를 위한 유전알고리즘의 적용

## Application of GA for Optimum Design of Composite Laminated Structures

이 상 근\*                  한 상 훈\*\*                  구 봉 근\*\*  
Lee Sang-Kuen      Han, Sang-Hoon      Koo, Bong-Kuen

---

### Abstract

The present paper describes an investigation into the application of the genetic algorithm(GA) in the optimization of structural design. Stochastic processes generate an initial population of designs and then apply principles of natural selection/survival of the fittest to improve the designs. The five test functions are used to verify the robustness and reliability of GA, and as a numerical example, minimum weight of a cantilever composite laminated beam with a mix of continuous, integer and discrete design variables is obtained by using GA with exterior penalty function method. The design problem has constraints on strength, displacements, and natural frequencies, and is formulated to a multidimensional nonlinear form. From the results, it is found that the GA search technique is very effective at finding the good optimum solution as well as has higher robustness.

---

### 1. 서론

인공 유전 시스템인 유전알고리즘(Genetic Algorithm, GA)은 자연세계의 진화현상에 기초한 계산 모델로서 Holland<sup>1)</sup>에 의해서 1975년 개발된 전역적(global) 병렬 탐색의 최적화 알고리즘이다. GA는 자연선택(natural selection)의 원리와 자연계의 생물유전학에 기본 이론을 두며 병렬적이고 전역적인 탐색알고리즘으로서, 모든 생물은 주어진 환경속에 적응함으로써 살아남는다는 다윈(Darwin)의 적자생존(survival of the fittest)의 이론을 기본개념으로 하고 있다. GA는 풀고자하는 문제에 대한 가능해들을 정해진 형태의 자료구조로 표현한 다음 이들을 점차적으로 변형함으로써 점점 더 좋은 해들을 만들어 내게 된다.

---

\* 충북대학교 대학원 토목공학과 박사과정수료

\*\* 충북대학교 공과대학 토목공학과 교수, 공학박사, 정회원

GA에서는 생물학적 유전인자인 염색체에 해당하는 문자열을 가지고 생물과 같은 재생산(reproduction), 교배(crossover), 돌연변이(mutation)를 거쳐서 다음 세대의 새로운 자손(offspring)을 인공적으로 만들게 되며, 이들 세가지 연산자들을 반복적으로 적용하여 적합도(fitness)가 높은 개체를 만들 수 있게 된다. GA가 기존의 탐색 또는 최적화 방법과 다른것은 첫째, GA는 매개변수 그 자체를 사용하는 것이 아니라 매개변수집합을 부호화(coding)해서 사용하며, 둘째, 탐색공간에서 점(point)이 아닌 점들의 모집단(population)에 기반한 탐색방법으로써 경사값이나 기타 보조 정보가 아닌 단지 적합도 함수(fitness function) 정보만을 사용한다. 셋째, GA는 결정론적인 전이 규칙(deterministic transition rule)이 아닌 확률론적인 규칙을 사용한다. 따라서, GA는 미분가능성이나 연속성 그리고 볼록성(convex) 등과 같은 최적화 함수 정보를 필요로 하지 않을 뿐더러 병렬 탐색으로 인해 다수의 봉우리(multimodal)로 이루어진 탐색공간에서 전역 최적해를 찾을 가능성이 매우 높다<sup>2)</sup>. 일반적으로 복합적층 구조체의 최적화 문제는 보강섬유 방향각에 기인하여 고도의 비선형성을 나타낸다. 따라서, 최적해가 국부 최적해(local optimum)로 빠질 위험성이 대단히 크다<sup>3)</sup>. GA는 이러한 문제를 상당히 개선시킬 수 있는 훌륭한 탐색도구로 쓰일 수 있으며, 본 연구는 그 적용 가능성을 보였다.

## 2. 유전알고리즘(GA)

본 연구에서는 설계변수의 최소값과 최대값내의 가능 해집합을 이진(binary)벡터로의 코드화 작업(encoding)을 통해 요구되는 수 만큼의 문자열 즉, 개체들로 이루어진 하나의 모집단(population)을 생성하였다. 단, 초기집단은 무작위(random)로 생성된다. 한편, GA 탐색과정에 있어서, GA의 연산자들(재생산, 교배, 돌연변이)과 GA의 핵심인 스키마정리(schema theorem)<sup>2)</sup>에 의거하여 세대수의 증가에 따라 집단은 적합도가 높은 개체들이 더 많이 복제(reproduction)되면서 갱신되어진다. 이 때, 집단의 평균적합도가 엘리트(elite)개체의 적합도와 어느정도 근접한 위치에서 일정 수준을 유지하고, 엘리트개체의 적합도가 더 이상 변화가 없을 경우를 수렴된 것으로 보았으며, 집단내에서 가장 적응도가 높은 엘리트 개체는 현세대의 가장 나쁜 개체와 교체하여 교배나 돌연변이 없이 다음세대로 남기는 Dejong<sup>4)</sup>의 엘리트 보전 전략(elitist strategy)을 채용하였다.

### 2.1 GA연산자

#### 1) 재생산(reproduction)

재생산은 각각의 개체가 가지는 적합도에 따라 그 개체를 복제하는 과정이다. 이 과정은 적합도가 높은 개체일수록 다음 세대에 더 많은 자손을 가질 확률이 높게되는 자연원리를 구현하게 된다. 이를 위한 개체 선택 도구로써는 룰렛-휠 선택(iroulette-wheel selection)과 토너먼트 선택(tournament selection), 비례선택(proportional selection) 등이 있으나, 본 연구에서는 이 중 토너먼트 선택을 사용하였다. 토너먼트 선택은 집단으로부터 결정된 수의 개체를 무작위로 선택하여, 그 중에서 적합도가 높은 개체를 다음 세대로 남기는 절차를 정해진 수의 개체가 선택 될 때까지 반복하는 선택기법이다. 따라서, 재생산 과정을 통해 보다는 새로운 세대가 발생된다.

#### 2) 교배(crossover)

위의 재생산 과정은 탐색 방향을 적합도가 가장 높은 개체 쪽으로 향하게 하지만 새로운 개체

를 생성하지는 못한다. 자연계에서 자손(offspring)은 부모 세대로부터 유전자를 이어받으면서도 부모와는 전혀 다른 형질을 가지듯이 GA에서도 이 과정을 모방하는 것이 교배과정이다. 현 세대에서 무작위로 두 개의 개체를 선택한 후, (0, 1)사이에서 발생시킨 난수(random number)값이 교배확률(crossover probability)  $P_c$ 보다 작으면 교배위치(crossover site)  $k$ 를 문자열내에서 무작위로 선택하고,  $k$ 이후의 문자열을 교환하므로써 교배가 이루어진다.

### 3) 돌연변이(mutation)

재생산과 교배과정은 집단이 개체들이 현재 가지고 있는 정보들을 이용해서 결합하고 탐색하는 것에 비해 돌연변이 과정은 현재 집단에 존재하지 않는 새로운 정보를 제공해 줄 수 있다. 이는 아주 낮은 돌연변이 확률(mutation probability)  $P_m$ 으로 문자열의 한 비트를 0에서 1로 1에서 0으로 간단히 바꾸므로써 돌연변이가 발생한다. 이 과정은 과거에 잃어버렸던 중요한 정보를 되찾을 수도 있으며 탐색의 방향이 국부적 극값으로 향할 경우 여기서 벗어날 수 있는 가능성을 부여할 수도 있다.

## 2.2 스키마 정리(Schema theorem)<sup>2)</sup>

GA에 의한 최적의 문자열을 탐색하는 과정은 여러 스키마(schema)들 간의 경쟁 과정으로 볼 수 있다. 스키마는 문자열의 어느 특정 위치들에 같은 비트(bit)값을 가진 모든 가능 문자열들의 일정한 틀 구조를 말한다. 스키마  $H$ 의 최초 고정비트와 최후 고정비트 사이의 비트간 간격수를 스키마 길이(schema length)  $\delta(H)$ 라 하고, 스키마에서 0 또는 1로 고정되어 있는 비트들의 수를 스키마 차수(schema order)  $O(H)$ 라 하자. 예를 들어, 스키마  $H=1**0$ 를 고려할 때  $\delta(H)=3$ 이고  $O(H)=2$ 이다.  $m(H, t)$ 를 세대  $t$ 에 있어서 집단 중에 존재하는 스키마  $H$ 의 개수,  $f(H)$ 를 스키마  $H$ 를 포함하고 있는 모든 문자열들의 평균적합도라 하고,  $\bar{f}$ 를 집단 중에 있는 문자열 전체의 평균적합도라 하면 다음세대  $t+1$ 에 존재하는 스키마  $H$ 의 추정 개수는 다음식과 같다.

$$m(H, t+1) = m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \quad (1)$$

그러나, 스키마는 교배나 돌연변이에 의해서 파괴될 가능성이 있기 때문에 교배와 돌연변이에 의한 스키마의 생존 확률을 식(1)에 고려하면 추정 스키마 개수는 다음식과 같이 된다.

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[ 1 - P_c \frac{\delta(H)}{l-1} - O(H)P_m \right] \quad (2)$$

여기서,  $l$ 은 문자열 길이이다. 결국 스키마 길이  $\delta(H)$ 가 짧고, 차수  $O(H)$ 의 값이 작으면서 평균치 이상의 적합도를 가진 스키마의 개수는 지수 함수적으로 증가한다는 것을 알 수 있다.

## 3. 수치최적화를 위한 검증함수(test functions)

본 연구에서 사용하고 있는 GA의 신뢰성 및 범용성을 검증하기 위해 서로 다른 기하학적 형태를 지닌 표 1의 5가지 함수를 가지고 수치최적화를 통해 최대값을 구하였으며, 범용프로그램인 MATLAB을 이용해 얻은 정해(exact solution)와 표 2에서 비교하였다.

표 1 Test functions for numerical optimization

Number	Functions	Constraints
1	$f_1(x_i) = \sum_{i=1}^n x_i^2, n=10$	$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$
2	$f_2(x_i) = \frac{\sin(2.0(x_1 + x_2))}{(1.0 + 0.0005(x_1^2 + x_2^2))}$	$-100.0 \leq x_i \leq 100.0$
3	$f_3(x_i) = 100(x_1^2 - x_2^2)^2 + (1 - x_1)^2$	$-2.048 \leq x_i \leq 2.048$
4	$f_4(x_i) = \sum_{i=1}^n \text{integer}(x_i), n=5$	$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$
5	$f_5(x_i) = \sin(z)/z, z = \sqrt{(x_1^2 + x_2^2)}$	$-10.0 \leq x_i \leq 25.0$

표 2에서 알 수 있듯이 GA는 함수의 기하학적 형태와는 상관없이 전역최적해(global optimum)로 잘 수렴하고 있음을 알 수 있다. 그림 1은 함수  $f_1$ 의 GA에 의한 최적화 수행시 세대 변화에 따른 수렴과정을 보여주고 있으며, 평균 적합도가 세대수가 증가함에 따라 최대적합도에 근접해 감과 동시에 일정 수준을 유지하게 됨을 볼 수 있다. 이는 앞에서 언급한 스키마 정리를 대변하는 것이다.

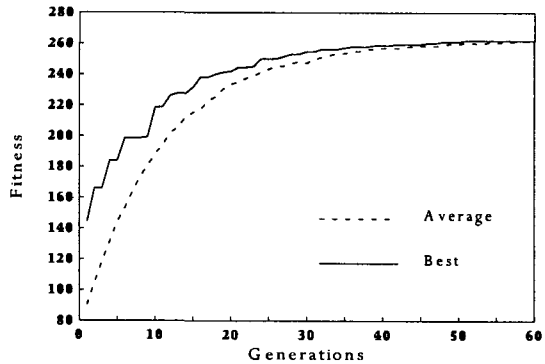


그림 1 GA run of function  $f_1$

표 2 The results for test functions

Functions	Genetic Algorithm					Exact Solution
	Population Size	$P_c$	$P_m$	Generation Number	$f_{opt}$	$f_{max}$
$f_1$	50	0.7	0.02	51	262.1440	262.1440
$f_2$				38	0.9986	0.9998
$f_3$				17	1768.3876	1768.5089
$f_4$				38	25.0000	25.0000
$f_5$				6	0.9979	1.0000

#### 4. 제약 최적화 문제의 적합도함수 정식화<sup>5)</sup>

GA탐색은 단순히 목적함수의 적합도만을 요하기 때문에 제약 최소화문제(constrained minimization problem)는 먼저 비제약 최대화문제(unconstrained maximization problem)로 전환시킬 필요가 있다. 다음은 일반적인 제약최소화 문제의 형식이다.

$$\text{Minimize } F \quad (3)$$

$$\text{subject to } g_j \leq 0 \quad j=1,2,\dots,n \quad (4)$$

위의 제약 최소화문제는 외부벌칙함수(exterior penalty function) 정식화를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Minimize } F^* = F + \overline{P} \quad (5)$$

여기서,  $\overline{P}$ 는 벌칙 항이며, 본 연구에서는 이 값을 선택함에 있어 Lim과 Hajela<sup>5)</sup>의 경계화 전략(bounding strategy)을 사용하였다. 가능 설계들(feasible designs)의 평균 적합도를  $F_{av}$ 라 할 때, 벌칙의 극한값  $\overline{L}$ 는 다음과 같다.

$$\overline{L} = kF_{av} \quad (6)$$

식(6)의  $k$ 는 일반적으로 사용되는 2의 값을 사용하였다. 여기서, 비가능 설계에 가해지는 벌칙  $\overline{P}$ 는 다음 값을 사용하였다.

$$\overline{P} = \begin{cases} G, & \text{if } G \leq \overline{L} \\ \overline{L} + \alpha(G - \overline{L}), & \text{if } G > \overline{L} \end{cases} \quad (7)$$

그리고,  $\alpha$ 는 가능범위 0과 1사이의 값 중 0.2를 사용하였고,  $G$ 는 다음과 같다.

$$G = r \sum_{j=1}^n \langle g_j \rangle^2 \quad (8)$$

식(8)의  $r$ 은 벌칙 매개변수로써 본 연구에선 초기 100에서 시작하여 매 세대마다 100씩 증가시켰다.  $\langle g_j \rangle$ 는 위배제약조건들만을 표현한다. 식(5)의 최소화 문제를 다음과 같이 최대화 문제로 재정식화하므로써 GA가 요하는 적합도 함수를 얻을 수 있다.

$$\text{Maximize } \text{Fitness} = 1 / F^* \quad (9)$$

## 5. 복합 적층보 구조의 최적 설계

### 5.1 복합 적층보 구조의 해석

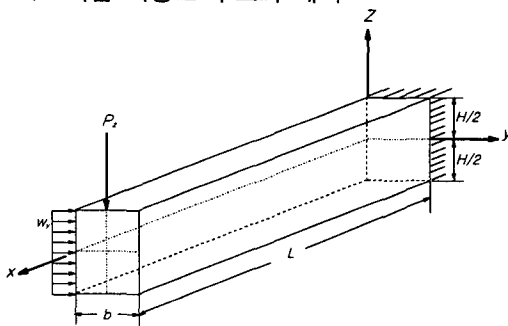


그림 2 Configuration and loading of the composite laminated beam  
( $P=6$  Newton,  $w = 4/H$  Newton,  $L=25$ cm,  $b=2$ cm)

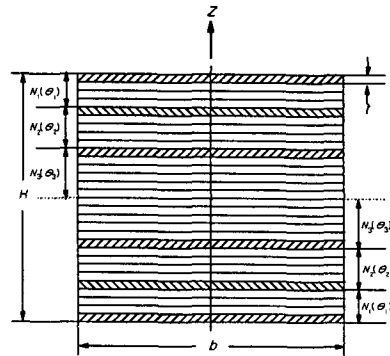


그림 3 Geometrical configuration of the multilayered laminated structure

본 연구에서 다루고 있는 복합 적층구조는 그림 2와 같고, 적층된 단면의 기하형상은 그림 3과 같다. 적용하중은  $z$ 방향의 집중하중  $P_z$ 와  $y$ 방향의 분포하중  $w_y$ 를 고려하였으며, 최적설계를 위한 제약조건은 강도, 변위 그리고 고유진동수(natural frequencies) 제약조건들이 고려되었다. 보 구조의 해석을 위해 복합 적층평판의 해석 및 설계 프로그램인 COMMAND<sup>6)</sup>를 근간으로 일부 수정 및 보완하여 사용하였다. 본 연구에서는 5가지의 서로 다른 복합 재료에 대해 최적설계를 수행하였다. 이들 재료는 graphite-epoxy와 같은 고강성 복합재료로 부터 고감쇠(higher damping) 효과를 가진 kevlar-epoxy에 이르기까지 고무 선택하였으며, 본 연구에서 사용한 이들의 재료 상수는 표 3과 같다.

표 3. Material properties of the matrix and fibers

Constants	Matrix	Fibers				
	Epoxy	Scotch (Glass)	Kev49 (Kevlar)	AS (Graphite)	T300	B4 (Boron)
$E_L$ (Gpa)	3.4	85.8	126.7	209.1	258.6	408.0
$E_T$ (Gpa)	3.4	85.6	7.0	15.5	18.2	409.8
$G_{LT}$ (Gpa)	1.47	35.5	3.0	160.5	36.7	185.3
$\nu_{LT}$	0.35	0.15	0.33	0.27	0.25	0.11
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	1220	2600	1440	1750	1750	2600

### 5.2 최적설계 문제의 정식화

위에서 제시한 해석과정에서 알 수 있듯이 복합 적층구조의 설계는 재료 성질과 기하·형상 변수들 즉, 플라이 두께, 플라이의 적층 수, 각 플라이의 보강섬유방향각 그리고 체적비에 의존하고 있다. 이들 변수들은 연속형, 정수형, 그리고 이산형을 모두 포함하고 있음을 알 수 있다. 그림 3에서 알 수 있듯이 보의 깊이는 대칭축에 대해 3개의 층(layers)으로 이루어져 있으며, 각 층은 두께  $t$ 인 플라이를 각각  $N_1, N_2, N_3$  개로 구성하면서,  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 의 보강 섬유 방향각을 갖는다. 최적설계문제는 혼합 정수형 및 이산성 설계변수를 갖고 보강 섬유 방향각에 대해 암시적인 다차 비선형계획(multidimensional nonlinear programming)문제로 다음과 같이 정식화 될 수 있다.

$$\text{Minimize } F = 2t(N_1 + N_2 + N_3)bL\rho_c g \quad (10)$$

Subjects to

$$\left(\frac{\sigma_1}{F_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{F_2}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{F_{12}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_1}{F_1}\right)\left(\frac{\sigma_2}{F_2}\right) \leq 1 \quad (11)$$

$$\Delta_z^{\max} \leq L/1000, \Delta_y^{\max} \leq L/1000, f_1 \geq 125 \text{ Hz}, f_2 \geq 750 \text{ Hz}, H \leq 2.5 \text{ cm}$$

여기서,  $F$ 는 보의 중량값이다. 식(11)의 제약조건은 Tsai-Hill의 파괴기준에 기초한 강도제약조건, 최대 변위제약조건, 1, 2차 고유진동수 제약조건 그리고 보 깊이의 상한을 나타낸다. 강도 제약조건에서  $F_1$  과  $F_2$  는 복합재료의 축방향과 횡방향에 대한 허용강도로써 식(12)와 같고, 본 연구에서는 표 4의 값을 적용하였다.

$$F_1 = \begin{cases} F_{1t} & \text{when } \sigma_1 > 0 \\ F_{1c} & \text{when } \sigma_1 < 0, \end{cases} \quad F_2 = \begin{cases} F_{2t} & \text{when } \sigma_2 > 0 \\ F_{2c} & \text{when } \sigma_2 < 0 \end{cases} \quad (12)$$

여기서, 아래첨자  $t$ 와  $c$ 는 각각 인장과 압축을 나타낸다. 플라이의 두께는 이산변수로 고려하였고, 다음의 허용가능값들 중에서 선택되었다.

$$t = \{0.1, 0.125, 0.15, 0.175, 0.225, 0.275, 0.325, 0.375 \text{ mm}\}$$

각 층(layers)의 플라이수는 정수형 변수로 취하였으며, 3과 100사이의 범위를 갖도록 하였다. 연속형 변수로써 보강섬유 방향각은  $-90^\circ$  와  $+90^\circ$  사이에서, 보강섬유 체적비는 0.5와  $\pi/2\sqrt{3}$  사이에서 자유롭게 변화하는 것을 허용하였다.

표 4 Allowable strengths of different fiber-epoxy composites

Constants	Fibers				
	Scotch (Glass)	Kev49 (Kevlar)	AS (Graphite)	T300	B4 (Boron)
$F_{1t}$ (Mpa)	1062	1400	1447	1500	1260
$F_{2t}$ (Mpa)	31	12	52	40	61
$F_{12}$ (Mpa)	72	34	93	68	67
$F_{1c}$ (Mpa)	-610	-235	-1447	-1500	-2500
$F_{2c}$ (Mpa)	-118	-53	-206	-246	-202

### 5.3 결과분석

위에서 제시한 복합 적층보 구조의 최적화문제는 1988년 Hajela와 Shih<sup>3)</sup>가 다룬 문제와 동일한 것으로, 그들은 이 문제를 수정된 분기한계방법(modified branch and bound method)을 이용해 풀었으며, 문제 자체가 다차 비선형성이기 때문에 국부 최적해로 수렴되는 것을 막기 위한 노력으로 초기 설계점들의 순차적인 변화를 고려하였었다. 그러나, 분기한계방법에 의해 이산해를 구할 경우 이산해를 연속해 부근에서 찾게 되기 때문에 결국 전체 설계공간에 대해 국부적일 수밖에 없었다. 이는 GA를 이용해 최적해를 구한 본 연구의 결과와 비교할 때 명백하다. 표 5는 위의 복합 적층보 구조에 대한 최적설계문제를 GA를 이용해 푼 결과와 Hajela와 Shih<sup>3)</sup>의 수정된 분기한계 방법(MB&B)을 이용해 얻은 결과를 제시한 것이다. 표 5에 제시된 GA에 의한 결과가 완전한 전역최적해라고 단정 지을 수는 없지만, 적어도 Hajela와 Shih<sup>3)</sup>의 결과보다는 양질의 결과를 얻고 있음을 알 수 있다. 적층보의 바깥쪽에 위치한 두 층들은 보강섬유 최적 방향각이 보의 길이방향과 근사적으로 가깝게 위치하고 있음을 알 수 있다. 이는 변위제약에서 고려된  $z$ 방향 휨에 저항하기 위한 최대한의 강성도를 제공하는 것이다. 또한, 최적 방향각의 가장 큰 변화가 적층보의 중간면에 위치한 층에서 나타나는 것은  $y$ 방향의 변위에 저항하기 위한 것이다. 보통 Scotch Glass나 Boron과 같은 등방성 섬유의 최적 체적비(volume fraction)는 하한값 부근의 값을 갖게되는데 실제로 표 5에서 보면 그 경향이 뚜렷함을 알 수 있다. 나머지 비등방성 섬유들은 대부분이 상한에 가까운 값을 보이고 있다. 그리고 비등방성 섬유를 포함한 경우의 최적 중량이 대체로 작은 값을 보이는 것은 섬유의 밀도가 상대적으로 작은 것이 큰 원인이라 할 수 있다.

표 5 Optimum results for mixed integer and discrete design variables

Fibers	Method	$t$ (mm)	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3$ (degree)			$V_f$	$F$ (Newton)
Scotch	GA	0.175	17	13	4	0.422	-0.884	-89.132	0.5	1.1137
	MB&B*	0.15	6	23	11	-5.2	5.86	-11.8	0.5	1.118
Kev49	GA	0.150	15	11	3	0.115	1.521	-85.550	0.9	0.6045
	MB&B*	0.15	9	12	8	-1.53	2.06	0.37	0.897	0.604
AS	GA	0.100	25	7	5	-0.093	1.851	66.641	0.887	0.6129
	MB&B*	0.125	4	22	11	-13.0	10.1	-19.0	0.5	0.6689
T300	GA	0.125	13	7	8	-0.291	-4.301	-88.395	0.868	0.5762
	MB&B*	0.125	5	18	8	0.75	0.53	-11.0	0.61	0.5827
B4	GA	0.125	7	12	10	2.060	-3.136	-87.846	0.5	0.6785
	MB&B*	0.125	3	18	10	-16.4	12.3	-16.1	0.5	0.722

\* Modified branch and bound method by Hajela and Shih<sup>3)</sup>

## 6. 결론

본 연구는 인공 유전 시스템인 유전알고리즘을 최적화에 이용할 경우 여러 가지 기하학적 형태의 복잡한 비선형 최적화문제를 큰 변화 없이도 해결 할 수 있을 뿐만 아니라 연속형, 정수형 그리고 이산형의 설계변수를 고루 갖추고 있는 복합 적층보 구조의 최적 설계에 있어서도 GA의 적용은 매우 효과적이어서 그 범용성이 매우 큼을 보였다. 최적화에 있어서 유전 알고리즘의 가장 큰 장점은 문제가 어떠한 형태로 정식화 되느냐에 별다른 영향을 받지 않는다는 것과 전역최적해를 찾을 확률이 매우 높다는 것이다. 이는 GA탐색과정에 있어서 단지 적합도함수의 정보만을 요하고, 탐색이 병렬적으로 이루어지기 때문이다. 그러나, 최적해의 부근까지는 수렴속도가 매우 빠르게 진행되지만 그 이후 최종적인 최적해에 도달할 때 까지의 시간이 매우 길다는 것은 앞으로 해결해야할 과제이다.

## 참 고 문 헌

1. Holland, J. H., "Adaptation in Natural and Artificial Systems, Univ. of Michigan Press", 1975.
2. Goldberg, D. E., "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1984.
3. Hajela, P., and Shih, C. J., "Optimal Design of Laminated Composites using a Modified Mixed Integer and Discrete Programming Algorithm, Computer and Structures", Vol. 32, No. 1, pp. 213~221, 1989.
4. Dejong, K., "An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems", Ph.D. Thesis, University of Michigan, 1975.
5. Lin, C. Y., and Hajela, P., "Genetic Algorithms in Optimization Problems with Discrete and Integer Design Variables", Engineering Optimization, Vol. 19, pp. 309~321, 1992.
6. Vanderplaats, G. N., "COMAND-A Fortran Program for Simplified Composite Analysis and Design", NASA TM X-73, No. 104, pp. 1~49, 1976.