

신뢰성에 기초한 강상형 연속교의 단면 최적설계

Reliability-Based Optimization of Continuous Steel Box Girder Bridges

조효남*
Cho, Hyo-Nam

이두화**
Lee, Du-Hwa

정지승***
Chung, Jee-Seung

민대홍****
Min, Dae-Hong

ABSTRACT

The results of optimum design by the deterministic approach adopted in the current design codes depend upon the safety levels of the applied code. But, it is now generally recognized that structural problems are nondeterministic and, consequently, that engineering optimum design must cope with uncertainties. Therefore, it is not an overstatement to affirm that the combination of reliability-based design procedures and optimization techniques is the only means of providing a powerful tool to obtain a practical optimum design solution.

In the paper, reliability based optimum design procedure as a rational approach to optimum structural design is presented. The design constraints are formulated based on the ASD, LRFD and reliability theories. The reliability analysis is based on an advanced first-order second moment approach. Uncertainties in the structural strength and loading due to inherent variability as well as modeling and prediction errors are included in failure due to combined bending and shear. For the realistic reliability-based optimization of continuous steel box girder bridges, interactive non-linear limit state model is formulated based on the von Mises's combined stress yield criterion. Comparative results are presented when the ASD criteria are used for the optimum design of a structure under reliability constraints. In addition, this study comparatively shows the results of the optimum design for various criteria of design codes.

1. 서론

구조물의 설계에는 실제하중과 설계하중의 차이, 재료의 불확실성, 시공오차 등과 같은 많은 불확실량이 포함되어 있어서, 설계되는 구조물에 절대적인 안정성을 부여한다는 것은 어렵다. 현재까지 많이 사용되고 있는 허용응력설계법(ASD)에서는 재료의 허용응력에 안전율의 개념을 도입하여 구조물의 안전성을 도모하였고, 최근에는 하중저항계수법(LRFD)이라 하여 안전율을 하중의 모형, 재료의 강도, 구조물의 중요도 등에 따라 확률론적으로 결정하는, 신뢰성에 기초한 설계법이 제안되고 있다. 그러므로 구조물의 안정성 확보를 위해 각 설계법에 대한 일관성있는 신뢰성 수준의 확보 및 적절한 신뢰성 수준을 만족하는 최적설계의 연구가 필요하게 되었다. 본 논문에서는 이와 같은 각각의 설계방법에 대하여 최적설계를 수행하여 일반적인 설계에 의해 사용된 단면과 비교, 검토하였고, 각 설계법에 의해 결정된 단면의 신뢰성 지수를, 산출하여 안정성 평가를 하였다. 또한 하중저항계수법(LRFD)은 도로교시방서와 AASHTO시방서의 기준에 대하여 각각 검토하여 신뢰성지수를 검토하였다. 본 논문에서 적용한 예제는 3경간 연속 강상형 합성교를 적용하였으며, 신뢰성지수 계산시에는 개선된 1계2차모멘트법(AFOSM)을 이용하였다.

* 한양대학교 토목·환경공학과 교수

** (주)삼보기술단 대표이사, 구조기술사

*** (주)삼보기술단 과장, 한양대학교 토목공학과 박사과정

**** 한양대학교 토목공학과 석사과정

2. 신뢰성에 기초한 최적설계

일반적인 구조물의 최적화에는 구조물의 거동조건과 기하적 조건들을 만족하면서 목적함수를 최소화 하는 설계변수를 구하는 일이다. 하지만 신뢰성에 기초한 구조최적화에서는 구조요소 및 구조시스템이 목표로 하는 파괴확률 또는 신뢰성지수를 제약조건으로 가진다. 이는 구조물을 확률적인 방법을 이용해 체계적으로 설계를 하므로서 보다 적은 공비를 가지고 높은 안전성을 확보할 수 있다. 구조물이 목표신뢰성지수에 만족하는 최적화 문제를 수리적 계획문제로 형성하면 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} Z(\mathbf{X}) &\rightarrow \text{minimum} \\ \beta_j(\mathbf{X}) &= \Phi^{-1}(1-P_{fj}) \geq \beta_j^0 ; j=1, \dots, m \\ \mathbf{X}_i^l &\leq \mathbf{X}_i \leq \mathbf{X}_i^u ; i=1, \dots, n \end{aligned}$$

여기서,

$Z(\mathbf{X})$ = 목적함수, \mathbf{X} = 설계변수 벡터, $\mathbf{X}_i^l, \mathbf{X}_i^u$ = 설계변수에 대한 상·하한 경계치
 β_j = j번째 구조요소의 신뢰성지수, β_j^0 = j번째 구조요소의 목표 신뢰성지수
 Φ = 표준정규분포함수, P_{fj} = j번째 구조요소의 파괴확률

3. 강상형 연속교에 대한 최적화 문제의 정식화

3.1 목적함수

강상형 연속교의 최적설계에 대한 문제의 정식화 과정에서 가장 중요한 단계중의 하나는 단위 비용과 설계변수로 유도한 비용함수로된 목적함수의 모델링이다. 비용함수는 시공방법과 제작방법 등에 따라 다양하여 정확한 추정에는 간단하지 않지만 인건비와 제작비가 재료비에 따라서 비례한다는 통계적 자료에 기초를 두고 목적함수를 재료비에 근거하여 단위길이에 대해 모델링 하였다.

$$Z(\mathbf{X}) = C_s \sum_{j=1}^m W_j(\mathbf{X})_{\text{steel}} + C_c \sum_{j=1}^m A_j(\mathbf{X})_{\text{concrete}} + C_R \sum_{j=1}^m R \gamma_{\text{steel}} A_j(\mathbf{X})_{\text{concrete}} \quad (1)$$

여기서,

C_s, C_R =강재 및 철근의 단위중량당 비용, C_c =콘크리트의 단위면적당 비용, W_j =구조요소의 중량
 A_j =구조요소의 면적, γ =재료의 단위중량, R =콘크리트 체적당 철근의 무게비(강상형교 바닥판=0.3)

3.2 한계상태모형

본 논문에서는 강상형 연속교 최적설계의 기초연구로서 한계상태 중 강도 한계상태만을 고려하였으며, 강상형 교량에 대한 각국의 규준들 중 가장 합리적이고 실제적이라고 판단되는 영국 BS Code 5400[BSI, 1983]에 제시되어 있는 플랜지와 웨브를 각기 따로 고려한 시방서규준을 채택하여 이를 토대로 한계상태모형을 사용하였다.

3.2.1 보강된 플랜지의 한계상태모형

von Mises의 항복기준에 근거한 BS Code의 곡선효과를 고려한 Stiffener로 보강된 플랜지의 응력검토 규준은 다음과 같다.

$$\sigma_f^2 + 3\tau^2 \leq \left(\frac{\sigma_{yf}}{\gamma_m \gamma_{fB}} \right)^2 \quad (2)$$

여기서, σ_f =플랜지의 교축방향 응력, σ_{yf} =플랜지의 공칭항복응력, $\tau = \tau_1 + 0.5\tau_2$,

τ_1 =비틀림에 의한 플랜지의 in-plane 전단응력,

τ_2 =전단력에 의한 웨브와 플랜지의 연결부분에 발생하는 전단응력, γ_m =저항감소계수

γ_{fB} =하중효과, 응력분배, 시공시 단면제원의 불확실성 등을 고려하는 하중증가계수

식 (2)에서 강도에 대한 강상형 연속교의 한계상태모형은 설계시 안전모수인 하중증가계수와 강도 감소계수를 고려하지 않는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$g_f(\cdot) = 1 - [(\sigma_{Lf} \cdot X_{Lf} + \sigma_{Df} \cdot X_{Df})^2 + 3(\tau_L \cdot X_{L\tau} + \tau_D \cdot X_{D\tau})^2] / (\sigma_{yf} \cdot X_y)^2 \quad (3)$$

여기서, σ_{Ll}, τ_L = 공칭활하중에 의해 플랜지내에 발생하는 휨응력, 전단응력
 σ_{Dl}, τ_D = 공칭사하중에 의해 플랜지에 발생하는 휨응력, 전단응력
 X_{Dl}, X_{Dr} = 휨과 전단응력에 대한 사하중과 이에 대응하는 응답불확실량 랜덤변수
 X_{Ll}, X_{Lr} = 휨과 전단응력에 대한 활하중과 이에 대응하는 응답불확실량, 충격계수 산정 불확실량 등에 관한 랜덤변수, $X_y = \sigma_{yf}$ 추정관련 편기와 모든 불확실량을 포하는 랜덤변수

3.2.2 보강된 웨브의 강도 한계상태모형

von Mises의 항복기준에 기초한 BS Code의 보강된 웨브의 강도 응력검토 규준은 다음과 같다.

$$\sigma_{1e}^2 + \sigma_2^2 - \sigma_{1e}\sigma_2 + 3\tau^2 \leq \left(\frac{\sigma_{yw}}{\gamma_m \gamma_{R3}} \right)^2 \quad (4)$$

여기서, $\sigma_{1e} = \sigma_1 + k\sigma_b$, σ_1 =패널단면의 교축방향 평균응력, $k= 2y/b$ 과 0.77 중 작은 값
 σ_2 =패널단면의 횡방향 응력, y =고려되는 지점에서 중심선까지의 수직길이, σ_{yw} =웨브의 공칭항복응력
 σ_b =패널단면의 휨응력, τ =전단력과 비틀림에 의해서 생기는 평균 전단응력, b =패널의 폭,
 식 (4)에서 강도에 대한 한계상태모형은 설계시 안전모수인 하중증가계수와 강도감소계수를 고려하지 않는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$g_w(\cdot) = 1 - \left[\left\{ (\sigma_{Ll} \cdot X_{Ll} + \sigma_{Dl} \cdot X_{Dl}) + k(\sigma_{Lb} \cdot X_{Lb} + \sigma_{Db} \cdot X_{Db}) \right\}^2 + (\sigma_{L2} \cdot X_{L2} + \sigma_{D2} \cdot X_{D2})^2 - \left\{ (\sigma_{Ll} \cdot X_{Ll} + \sigma_{Dl} \cdot X_{Dl}) + k(\sigma_{Lb} \cdot X_{Lb} + \sigma_{Db} \cdot X_{Db}) \right\} (\sigma_{L2} \cdot X_{L2} + \sigma_{D2} \cdot X_{D2}) + 3(\tau_L \cdot X_{Lr} + \tau_D \cdot X_{Dr})^2 \right] / (\sigma_{yw} \cdot X_y)^2 \quad (5)$$

여기서, $\sigma_{Ll}, \sigma_{Lb}, \sigma_{L2}, \tau_L$ =활하중에 의해 웨브에 발생하는 교축방향, 휨, 횡방향 응력과 전단응력
 $X_{Ll}, X_{Lb}, X_{L2}, X_{Lr}$ =교축방향 응력, 휨응력, 횡방향 응력, 전단응력에 대한 활하중과 이에 대응하는 응답 불확실량, 충격계수 산정 불확실량 등에 대한 랜덤변수
 $\sigma_{Dl}, \sigma_{Db}, \sigma_{D2}, \tau_D$ =공칭사하중에 의해 웨브에 발생하는 교축방향, 휨, 횡방향 응력과 전단응력
 $X_{Dl}, X_{Db}, X_{D2}, X_{Dr}$ =축방향, 휨, 횡방향 응력, 전단응력에 대한 사하중과 이에 대응하는 응답불확실량 등에 대한 랜덤변수, $X_y = \sigma_{yw}$ 추정관련 모든 불확실량을 내포하는 랜덤변수

3.3 불확실량 모형

강상형 연속교의 신뢰성해석에 사용되는 불확실량에는 구조안전도에 영향을 미칠 수 있는 모든 항목들을 포함해야 한다. 즉, 표본자료와 통계적 해석 변동량 뿐만 아니라 추정오차 또는 모델링 오차, 불확실한 정보로 인한 오차 등도 포함된다. 저항과 하중의 통계적 불확실량인 평균공칭비와 변동 계수의 추정방법은 다음과 같다.

3.3.1 저항 불확실량

전술한 한계상태모형의 저항관련 랜덤변수 X_y 는 다음과 같이 기본 랜덤변량의 곱으로 표현한다.

$$X_y = X_M \cdot X_F \cdot X_P \quad (6)$$

여기서, X_P = 해석·모델에 관련해 수반되는 불확실량 랜덤변수
 X_F = 제작·시공과정에 수반되는 불확실량 랜덤변수, X_M = 재료의 강도추정 기본 불확실량 랜덤변수
 이때 X_y 의 평균과 변동계수는 2차 모멘트법 불확실량 대수에 의해 다음과 같이 기본 랜덤변량의 평균과 변동계수로부터 구할 수 있다.

$$\overline{X_y} = \overline{X_M} \cdot \overline{X_F} \cdot \overline{X_P} \quad (7) \quad V_y = \sqrt{V_M^2 + V_F^2 + V_P^2} \quad (8)$$

3.3.2 응답 불확실량

작용응력의 불확실량을 나타내는 응력응답의 불확실량은 다음과 같이 된다.

$$X_{Dr} = X_{Dri} \cdot X_{DrQ}, \quad X_{Dl} = X_{Dli} \cdot X_{DlQ} \quad (9) \quad X_{Lr} = X_{Lri} \cdot X_{LrQ} \quad (10)$$

여기서, $X_{Dri}, X_{Dri}, X_{Lri}, X_{Lri}$ = 휨과 전단에 대한 사하중과 활하중의 불확실성을 내포하는 랜덤변수
 $X_{DrQ}, X_{DlQ}, X_{LrQ}, X_{LrQ}$ = 휨과 전단에 대한 사하중과 활하중에 대응하는 응답 불확실량 랜덤변수

3.4 설계변수와 제약조건

강상형 연속교의 최적설계에 사용되는 제약조건은 다음과 같이 거동, 응답, 한계에 대한 제약 조건으로 나누어 식(11.a), (11.b), (11.c)에 나타내었다. 설계변수 \mathbf{X} 는 강상형교의 형고와 주형의 폭 등을 포함하는 전 구조요소의 크기를 사용할 수 있으며 설계자의 판단에 따라 선택적으로 사용할 수 있다.

$$g_j(\mathbf{X}) \leq 0 : j=1, \dots, m \quad (11.a), \quad h_k(\mathbf{X}) = 0 : k=1, \dots, l \quad (11.b)$$

$$\mathbf{X}_i^l \leq \mathbf{X}_i \leq \mathbf{X}_i^u : i=1, \dots, n \quad (11.c)$$

3.4.1 허용응력설계법

$$1) \text{ 휨응력} : g_1 \equiv \sigma_c - 0.3 \sigma_{ck} \leq 0 \quad (12) \quad g_2 \equiv \sigma_s - \sigma_{sa} \leq 0 \quad (13)$$

여기서, σ_c, σ_{ck} =콘크리트의 휨응력과 극한강도응력, σ_s =강재 휨응력, σ_{sa} =강재 허용응력

$$2) \text{ 전단응력} : g_3 \equiv \tau_s - \tau_{sa} \leq 0 \quad \text{여기서, } \tau_s=\text{강재의 전단응력, } \tau_{sa}=\text{강재의 허용 전단응력}$$

$$3) \text{ 합성응력} : g_4 \equiv \left(\frac{\sigma}{\sigma_a}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_a}\right)^2 - 1.2 \leq 0 \quad (14)$$

$$4) \text{ 국부좌굴} : \frac{b_w}{24fn} \leq t_w, \quad \frac{b_{tf}}{24fn} \leq t_{tf} \text{ 인 경우, } \sigma_{bid} = \sigma_{sa} \quad (15)$$

$$\frac{b_w}{48fn} \leq t_w < \frac{b_w}{24fn}, \quad \frac{b_{tf}}{48fn} \leq t_{tf} < \frac{b_{tf}}{24fn} \text{ 인 경우, } \sigma_{bid} = \sigma_{sa} - 39 \left(\frac{b}{t_{fn}} - 24\right) \quad (16)$$

여기서, σ_{bid} =국부좌굴에 대한 강재의 허용응력, $f = 0.65\left(\frac{\phi}{n}\right)^2 + 0.13\left(\frac{\phi}{n}\right) + 1.0$, $\phi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1}$

σ_1, σ_2 =각각 보강된 판의 양면의 응력, n =보강재에 의해서 나누어지는 패널의 수

$$5) \text{ 항복에 대한 안전도 검사} : g_5 \equiv \sum \sigma - \sigma_y \leq 0 \quad (17)$$

여기서, $\sum \sigma = 1.3(\sigma_{DB} + \sigma_{DA}) + 2.0\sigma_{LA}$, σ_{DB}, σ_{DA} = 합성전·후 사하중에 대한 응력

σ_{LA} = 합성후 활하중에 대한 응력, σ_y =강재의 항복응력

6) 설계변수의 한계(1단 수평보강재를 사용했을때)

$$g_5 \equiv \frac{b_w}{220} - t_w \leq 0 \quad (17), \quad g_6 \equiv \frac{b_{tf}}{48fn} - t_{tf} \leq 0 \quad (18), \quad g_7 \equiv \frac{b_{tf}}{80n} - t_{tf} \leq 0 \quad (18)$$

$$7) \text{ 수평 보강재} : g_8 \equiv \frac{b t^3}{10.92} \gamma - I_h \leq 0 \quad (19)$$

여기서, $\gamma = 30.0 \left(\frac{a}{b}\right)$, I_h = 수평보강재의 단면2차모멘트, t = 수평보강재의 가로방향 길이

a = 상하 양플랜지간의 순간격, b = 수직보강재의 간격

$$8) \text{ 종방향 보강재} : g_9 \equiv \frac{b t^3}{10.92} \gamma_1^* - I_1 \leq 0 \quad (20), \quad g_{10} \equiv \frac{b t^3}{10n} - A_1 \leq 0 \quad (21)$$

여기서, I_1, A_1 =종방향보강재 1개의 단면2차모멘트와 단면적, t =보강된 판의 두께(cm)

b =보강된 판의 폭(cm), γ_1^* = 시방서에 제시된 종방향 보강재의 소요강비

$$9) \text{ 부재의 최소두께} : g_{11} \equiv 0.8 - t_{steel} \quad (22), \quad g_{12} \equiv 22 - t_{concrete} \quad (23)$$

3.4.2 하중저항계수설계법

하중저항계수법에 의한 제약조건은 매우 복잡하여 본 논문의 지면관계상 허용응력설계법에서와 같이 제약조건식으로 나타내지 않고 설계규정의 형태로 나타내었다.

1) 설계기준

$$\eta \sum y_i Q_i \leq \phi R_n = R_r \quad (24)$$

여기서, $\eta = \eta_D \eta_R \eta_1 > 0.95$, y_i =하중계수, ϕ =강도감소계수, η =구조물의 중요도에 관련된 계수

Q_i =하중효과, R_n =공칭강도, R_r =보정된 저항, η_D, η_R, η_1 =내구성, 연성, 중요도에 관한 계수

2) 설계 휨강도 : $g_1 \equiv \eta \sum y_i M_i - \phi_f M_n \leq 0$ (25), or $g_2 \equiv \eta \sum y_i \sigma_i - \phi_f \sigma_n \leq 0$ (26)

여기서, ϕ_f = 휨에 대한 강도계수, M_n =공칭 휨 강도, σ_n =응력으로 표현된 공칭 휨 강도

i) 정모멘트 구간

a. 조밀단면으로된 연속보의 공칭 휨 강도 : $M_n = M_p$ (27)

b. 내측지간이 비조밀단면인 연속보의 정모멘트를 받는 조밀단면의 공칭 휨강도 : $M_n = 1.3R_b M_y$ (28)

c. 단박상 상부 플랜지의 경우 : $\sigma_n = R_b R_h \sigma_{yf}$ (29)

여기서, R_b, R_h = 플랜지 응력감소계수, σ_{yf} = 플랜지의 설계 기준 최소 항복강도(MPa)

d. 단상자 하부플랜지의 경우 : $\sigma_n = R_b R_h \sigma_{yt} \sqrt{1 - 3 \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_{yt}} \right)^2}$ (30)

여기서, σ_{yt} =인장 플랜지의 최소 항복강도, R_b, R_h =플랜지 응력감소계수

σ_v =플랜지의 최대 비틀전단응력(= $\frac{T}{2A_0 t}$), T=설계하중에 의한 내부 비틀 모멘트(N-mm)

A_0 =상자형 단면의 내부 단면적(mm²), t=판 두께(mm)

ii) 부모멘트 구간

a. 인장 플랜지의 공칭휨강도: $\sigma_n = R_b R_h \sigma_{yt}$ (31) 여기서, σ_{yt} =인장플랜지의 최소 항복강도 (MPa)

b. 압축플랜지의 공칭휨강도

$\frac{w}{t} \leq 0.57 \sqrt{\frac{kE}{\sigma_{yc}}}$ 이면 $\sigma_n = R_b R_h \sigma_{yc}$ (32), $\frac{w}{t} > 1.23 \sqrt{\frac{kE}{\sigma_{yc}}}$ 이면 $\sigma_n = 26,200 R_b R_h k \left(\frac{t}{w} \right)^2$ (33)

$0.57 \sqrt{\frac{kE}{\sigma_{yc}}} < \frac{w}{t} \leq 1.23 \sqrt{\frac{kE}{\sigma_{yc}}}$ 이면 $\sigma_n = 0.592 R_b R_h \sigma_{yc} (1 + 0.687 \sin \frac{c\pi}{2})$ (34)

여기서, $c = \frac{1.23 - \frac{w}{t} \sqrt{\frac{\sigma_{yc}}{kE}}}{0.66}$ (35), k=좌굴계수

n=1 일 경우: $k = \left(\frac{8I_s}{wt^3} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 4.0$ (36), n=2, 3, 4, 5 일 경우 : $k = \left(\frac{14.3I_s}{wt^3 n^4} \right)^{\frac{1}{3}} \leq 4.0$ (37)

σ_{yc} =압축플랜지의 최소항복강도(MPa),

w=수평보강재간의 압축 플랜지 폭과 복부로부터 가장 가까운 수평보강재까지의 거리 중 큰 값

t=압축플랜지의 두께(mm), R_b, R_h =플랜지 응력 감소계수, n=등간격인 수평 보강재의 수

I_s =단부를 기준으로 수평보강재의 단면2차모멘트(mm⁴)

3) 설계 전단강도 : $g_3 \equiv \eta \sum y_i V_i - \phi_v V_n \leq 0$ (38)

여기서, ϕ_v =전단에 대한 강도 감소계수, V_n =하나의 복부판에 대한 공칭전단강도(N)

i) 조밀단면을 갖는 복부 내부판 (보강된 복부판의 전단강도) (39),(40)

$M_u \leq 0.5\phi_f M_p$ 이면 $V_n = V_p \left[C + \frac{0.87(1-C)}{\sqrt{1 + \left(\frac{d_o}{D} \right)^2}} \right]$, $M_u > 0.5\phi_f M_p$ 이면 $V_n = R V_p \left[C + \frac{0.87(1-C)}{\sqrt{1 + \left(\frac{d_o}{D} \right)^2}} \right] \geq C V_p$

여기서, $R = \left[0.6 + 0.4 \left(\frac{M_r - M_u}{M_r - 0.75\phi_f M_y} \right) \right] \leq 1.0$ (41), $V_p = 0.58\sigma_{yw} D t_w$ (42)

M_u =설계하중에 의한 최대 패널모멘트(N-mm), V_n =공칭 전단강도(N), V_p =소성전단강도(N)

M_r =설계 휨강도(N-mm), ϕ_f =휨에 대한 강도 감소계수, M_y =항복 휨모멘트(N-mm), D=복부높이

d_o =수직보강재의 간격(mm), C = 전단좌굴응력대 전단항복강도의 비

$\frac{D}{t_w} < \sqrt{\frac{Ek}{\sigma_{yw}}}$ 이면 C=1.0 (43), $1.10 \sqrt{\frac{Ek}{\sigma_{yw}}} \leq \frac{D}{t_w} \leq 1.38 \sqrt{\frac{Ek}{\sigma_{yw}}}$ 이면 $C = \frac{1.10}{\left(\frac{D}{t_w} \right)} \sqrt{\frac{Ek}{\sigma_{yw}}}$ (44)

$\frac{D}{t_w} > 1.38 \sqrt{\frac{Ek}{\sigma_{yw}}}$ 이면 $C = \frac{1.52}{\left(\frac{D}{t_w} \right)^2} \sqrt{\frac{Ek}{\sigma_{yw}}}$, $k = 5 + \frac{5}{\left(\frac{d_o}{D} \right)^2}$ (45)

$$4) \text{ 복부판 세장비} : g_4 \equiv \frac{2D_c}{t_w} - 11.63\sqrt{\frac{E}{\sigma_c}} \leq 0 \quad (46)$$

여기서, D_c =압축력을 받는 복부높이, t_w =복부판의 두께, σ_c =설계하중에 의한 압축플랜지 응력

5) 수평보강재

$$i) \text{ 보강재폭} : g_5 \equiv b_1 - 0.48t_s\sqrt{\frac{E}{\sigma_{yc}}} < 0 \quad (47)$$

여기서, t_s =보강재의 두께(mm), σ_{yc} =인접 압축플랜지의 최소 항복강도(MPa)

$$ii) \text{ 보강재의 단면성질} : g_6 \equiv Dt_w^3[2.4\left(\frac{d_o}{D}\right)^2 - 0.13] - I_1 \leq 0 \quad (48), \quad g_7 \equiv 0.234d_o\sqrt{\frac{\sigma_{yc}}{E}} - r \leq 0 \quad (49)$$

여기서, I_1 =복부판과 접합면에 대한 수평보강재와 복부판의 단면2차모멘트(mm⁴)

r =복부판과 접합면에 대한 수평보강재와 복부판의 회전반경(mm), D =복부높이(mm)

d_o =수직 보강재의 간격(mm), t_w =복부두께(mm), σ_{yc} =인접 압축플랜지의 최소 항복강도(MPa)

6) 압축플랜지 보강재

$$i) \text{ 보강재 폭} : g_8 \equiv b_1 - 0.48t_p\sqrt{\frac{E}{\sigma_{yc}}} \leq 0 \quad (50)$$

여기서, b_1 =보강재의 폭, t_p =보강재의 두께(mm), σ_{yc} =압축플랜지의 최소항복강도(MPa)

$$ii) \text{ 보강재의 단면성질} : g_9 \equiv \psi\omega t^3 - I_1 \leq 0 \quad (51)$$

여기서, I_1 =보강재의 단면2차모멘트, $n=1$ 일때 $\psi=0.125k^3$ (52), $n=2, 3, 4, 5$ 일때 $\psi=0.07k^3n^4$ (53)

n =등간격인 수평보강재의 수, t =압축 플랜지 두께(mm), k =좌굴계수

ω =수평 보강재간의 압축플랜지폭과 복부로 가장 가까운 중방향 보강재까지의 거리의 큰 값(mm)

7) 부재의 최소두께 : 부재의 최소두께는 8mm, 바닥판은 220mm 이상

3.4.3 신뢰성에 기초한 설계법

1) 인장, 압축플랜지 및 웨브의 강도에 대한 신뢰성지수에 대한 제약조건

$$g_\beta \equiv \beta^0 - \beta_j \leq 0 \quad j=1, 2, 3 \quad (54)$$

여기서, β_j =압축, 인장플랜지, 웨브의 강도에 대한 신뢰성지수, β^0 = 목표신뢰성지수

2) 기타 제약조건

보강재의 규정, 설계변수의 한계, 부재의 최소두께는 허용응력설계법의 제약조건을 사용하였다.

4. 신뢰성 해석 및 최적화 기법

4.1 신뢰성 해석

신뢰성 해석을 위한 알고리즘에는 다양한 기법이 있지만 크게 2차모멘트법(FOSM)과 시뮬레이션에 의한 방법이 보편적으로 사용되고 있다. 참고문헌(14)[조효남 : 1997]에 의하면 본 논문과 같은 강상형 연속교의 한계상태 모형에 대하여 개선된 1계2차모멘트법과 시뮬레이션법의 차이가 거의 없는 것으로 나타났다. 따라서 본 논문에서는 해석시간이 짧고 발전된 형태의 FOSM방법이라고 할 수 있으며 램덤변수의 추정, 평균과 분산 또는 공분산에 의해 표준화된 공간에서 파괴면 경계역까지의 최소거리인 신뢰성지수 β 를 구하는 소위 2차모멘트법인 개선된 1계2차모멘트법(AFOSM)을 적용하였다.

4.2 최적화 기법

강상형 연속교의 최적설계에서 목적함수와 제약조건들은 설계변수의 비선형함수로 표시되므로 비선형계획법이 된다. 비선형계획법에는 직접해법으로 설계가능방향(feasible direction)을 추적하며 해를 찾는 각종 가는방향탐사법(Feasible direction method)과 변환법으로 범칙함수(Penalty function)를 이용하여 무제약 최적화 문제로 변환하여 해를 구하는 SUMT(Sequential Unconstrained

Minimization Technique)이 많이 사용되고 있다. 본 논문에서는 허용응력설계법과 신뢰성최적설계 문제에는 수렴속도가 빠르고 효율적인 SQP(Sequential Quadratic Programming)을 사용하였고 불연속적인 제약조건을 많이 포함하는 하중저항계수설계법에 의한 최적설계는 ALM(Augmented Lagrange Multiplier Method)와 변환된 무제약 최적화 문제를 Zero-order method에 해당하는 Powell의 방법으로 해를 구했다. 또한 단일변수함수의 최적해탐사는 황금분할법(Golden Section Method)을 이용하였다.

5. 적용에 및 고찰

본 논문에서 제안한 강도 한계상태모형에 의한 강상형 연속교의 신뢰성최적설계를 수행하고 제시된 각종 시방기준에 의한 최적설계를 수행하였다. 제안된 각종 최적설계문제의 타당성을 검증하기 위하여 실제적인 3경간연속 강상형교를 선정하였다. 대상교량의 일반사항과 사용재료를 표 1, 2에 나타내었고 대표적인 횡단면도와 종단면도를 각각 그림 1, 2에 제시하였다. 또한 내·외측 지간 정모멘트 최대지점과 내측지간 지점부에 대하여 최적설계를 수행하였다.

표 1. 대상구조물의 일반사항

교량형식	형식	3경간 연속 상자형 강합성교
	지간	50m+60m+50m
	폭	6.5m(1연 상자형)
설계차선편	연석간교폭	5.5m
	차선수	1차선
	설계차선편	5.5m
설계하중	설계하중	DB24, DL24

표 2. 대상구조물의 사용재료

강재	사용강재	SWS 490
	항복응력(kg/cm ²)	3,200
	허용인장응력(kg/cm ²)	1,900
	허용전단응력(kg/cm ²)	1,100
	탄성계수(kg/cm ²)	2.04×10 ⁶
콘크리트	설계기준강도(kg/cm ²)	270
	탄성계수(kg/cm ²)	2.5×10 ⁹
	탄성계수비	8
트	사용철근	SD40

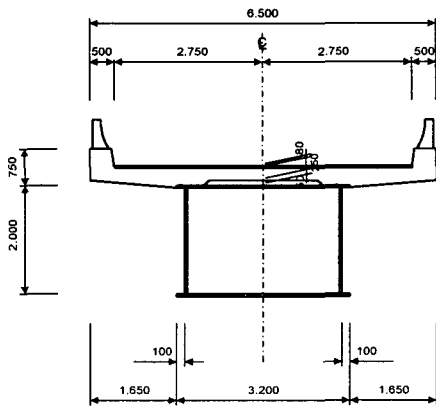


그림 1. 횡단면도

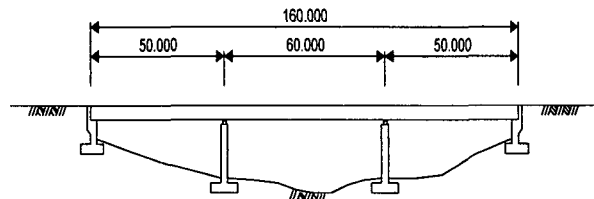


그림 2. 종단면도

5.1 설계변수 및 단위경비

강상형 연속교의 최적설계를 위한 설계변수와 재료의 단위경비를 표 3, 4에 제시하였다.

표 3. 설계변수 및 설계상수

설계변수	설계상수
플랜지·웨브의 두께, 수평·종방향보강재의 높이와 두께, 바닥판의 두께	주형의 높이와 폭, 보강재의 개수(인장측:4개, 압축측:6개), 바닥판의 폭

표 4. 재료의 단위경비

구분	강재	콘크리트	철근
재료비	35만원/ton	5만원/m ³	30만원/ton
참조: 월간 물가자료 1997년 9월호 No.273 철근량은 콘크리트의 30%라고 가정한다.			

5.2 통계적 불확실량

본 연구에서 신뢰성해석을 수행하기 위한 통계적 불확실량은 표 5에 나타낸 바와 같다. 그러나 재료강도와 하중변수를 제외하고는 불확실량의 본질적인 특성이나 관련데이터의 부족으로 인하여 국내외의 관련논문[Ellingwood, 1980; Cho, 1989; Hart, 1982]을 참조하고, 주로 경험과 판단에 의존하여 국내의 현실을 고려하는 값으로 추정하였다.

표 5. 저항, 사하중, 활하중 불확실량

구분	저항				사하중			활하중		
	X_M	X_F	X_P	X_{vi}	X_{DAi}	X_{DO}	X_{Di}	X_{LAI}	X_{LO}	X_{Li}
램덤변수	1.1	1.0	1.0	1.1	1.05	1.0	1.05	1.24	1.0	1.24
평균공칭비	1.1	1.0	1.0	1.1	1.05	1.0	1.05	1.24	1.0	1.24
C O V	0.1	0.05	0.05	0.12	0.08	0.05	0.1	0.22	0.11	0.25
분포형	Normal				Normal			Lognormal		

5.3 수치해석 결과

AASHTO의 LRFD시방서에 제시된 강도에 대한 신뢰성지수는 $\beta=3.5$ 에 해당하므로 신뢰성최적설계시 $\beta \geq 3.5$ 에 대하여 최적설계를 수행하였다. 초기치는 일반적인 설계의 설계자료를 이용하였다. 또한 각종시방규준에 만족하는 최적설계 및 허용응력설계법에 의한 일반적인 설계결과와 이에 대한 신뢰성지수를 표 6에 제시하였다.

표 6. 최적설계 결과 및 신뢰성지수 ()안은 신뢰성지수

위치	설계변수		플랜지의 두께		웨브의 두께	종방향보강재		수평보강재		바닥판의 두께	비용 (천원/m)	
	설계방법		상부	하부		길이	두께	길이	두께			
외측지간중앙	최적설계	LRFD	AASHTO	8.0(3.56)	11.2(2.26)	8.0(4.29)	0.0	0.0	67.0	8.0	220	1350
			도·시*	8.0(3.56)	12.8(2.29)	8.0(4.29)	0.0	0.0	67.3	8.0	220	1366
	ASD	신뢰성 [†]	10.4(4.63)	14.4(3.50)	9.1(4.17)	80.4	8.0	125.4	10.0	220	1436	
		도·시 ^x	10.4(4.67)	13.1(3.26)	9.1(4.26)	80.4	8.0	125.5	10.0	220	1423	
	ASD에 의한 일반적 설계		12.0(5.44)	14.0(3.86)	10.0(4.23)	150.0	12.0	250.0	20.0	250	1526	
내측지간지점	최적설계	LRFD	AASHTO	17.8(3.16)	19.0(3.18)	12.7(3.92)	269.6	17.7	225.7	19.1	220	1763
			도·시*	18.5(3.42)	19.7(3.42)	13.8(3.97)	255.5	18.8	225.1	21.0	220	1796
	ASD	신뢰성 [†]	20.4(3.50)	20.7(3.50)	16.7(4.09)	124.4	20.2	191.6	17.7	220	1765	
		도·시 ^x	19.8(3.45)	20.1(3.43)	16.2(4.08)	146.9	9.6	240.9	8.0	220	1698	
	ASD에 의한 일반적 설계		26.0(4.46)	26.0(4.39)	17.0(4.03)	250.0	20.0	250.0	20.0	250	1992	
내측지간중앙	최적설계	LRFD	AASHTO	8.0(4.25)	9.5(2.29)	8.0(4.29)	0.0	0.0	67.0	8.0	220	1320
			도·시*	8.0(4.28)	10.3(2.61)	8.0(4.28)	0.0	0.0	67.0	8.0	220	1354
	ASD	신뢰성 [†]	10.4(5.24)	11.8(3.50)	9.1(4.25)	80.4	8.0	135.3	8.0	220	1410	
		도·시 ^x	10.4(5.20)	10.6(3.21)	9.0(4.27)	76.1	8.2	133.3	8.1	220	1404	
	ASD에 의한 일반적 설계		12.0(5.89)	14.0(4.39)	10.0(4.20)	150.0	12.0	250.0	20.0	250	1526	

※:도로교시방서(하중저항계수설계법)적용

×:도로교시방서(허용응력설계법)적용

†:플랜지와 웨브의 강도가 $\beta \geq 3.5$ 와 도로교시방서(허용응력설계)의 부재한계와 최소규정 적용

5.4 최적해의 수렴성

강상형 연속교 최적설계에서 초기치의 변화에 대한 근접해로의 합리적인 수렴여부를 그림 3, 4, 5에서 나타내고 있다. 외측지간 중앙부에서 일반적인 설계치에 대해 80~150%까지 여러단계의 초기치 변화에도 불구하고 각 경우에 대해 비용의 변화가 없는 거의 동일한 근접 최적해를 주고 있다. 그러므로 제안된 최적화 기법에서 최적해를 얻는데 신뢰도가 높고 효율적임을 알 수 있다.

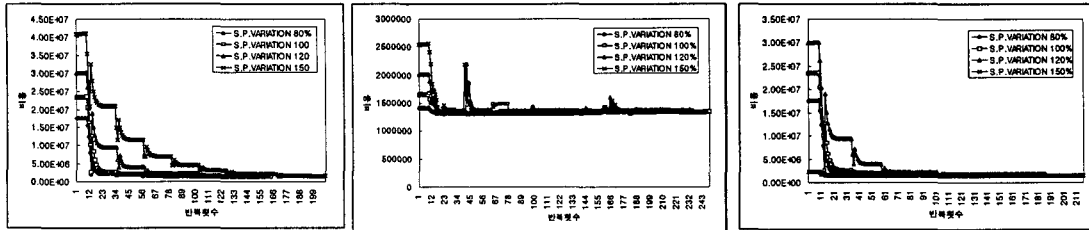


그림 3. 최적비용의 변화(ASD) 그림 4. 최적비용의 변화(LRFD) 그림 5. 최적비용의 변화(신뢰성)

5.5 고찰

- 최적설계가 일반적인 설계보다 최대 15%에서 최소 7%까지 재료비의 감소를 보이고 있어 경제 적임을 알 수 있다.
- LRFD의 AASHTO시방서에 의한 최적설계 수행시 신뢰성지수가 하부플랜지에 대하여 외측지 간 중앙부는 2.26, 내측지간 지점부는 3.18, 내측지간 중앙부는 2.29로 목표신뢰성지수(β) 3.5보 다 다소 적게 나타나고 있다. 이는 본 연구에서 제안한 신뢰성평가 한계상태모형이 BS에서 제 안하는 한계상태모형으로 AASHTO시방서의 LRFD에서 제안하는 한계상태모형이 아닌 것과 AASHTO시방서의 LRFD에서 제안하는 강도한계상태조합 I~V중 I, II만을 고려하여 최적설계 를 수행했기 때문이라 보여진다.
- LRFD를 AASHTO시방서와 도로교시방서에 대하여 비교한 결과 도로교시방서가 더욱 안전측 의 경향을 나타내고 있어 도로교시방서는 AASHTO 시방서에서 제시하는 목표신뢰성지수(β^0) 3.5보다 큰 목표신뢰성지수를 가지고 있음을 알 수 있다.
- LRFD에 의한 내·외측지간 중앙부의 최적설계결과를 살펴볼 때 하부플랜지의 두께가 도로교 시방서를 적용한 경우 10.3, 12.8mm로 AASHTO 시방서를 적용한 경우 9.5, 11.2mm보다 크게 나오나 상부 플랜지의 두께는 최소두께 규정인 8mm로 변함이 없다. 또한 압축부 플랜지의 종 방향 보강재가 없어도 가능한 단면이 형성된다. 이는 강합성형교에서 콘크리트 바닥판이 압축 에 상당부분을 저항하기 때문이라 판단된다.
- LRFD에 의한 내측지간 지점부에서는 강합성형교라 하더라도 콘크리트가 응력에 저항하지 못하 므로 상·하부 플랜지가 도로교시방서의 경우 18.5, 19.7mm로 AASHTO시방서의 경우 17.8, 19.0mm보다 공히 크게 나타나고 있다.
- 도로교시방서의 LRFD와 ASD에 의한 최적설계결과를 살펴보면 내·외측중앙부에서는 각각 4.2%, 3.7% LRFD에 의한 최적설계가 더 경제적이고 내측지간 지점부에서는 5.8% ASD가 더 경제적이다.
- 웨브는 신뢰성지수를 고려한 설계와 고려하지 않은 설계 공히 신뢰성지수(β)가 4를 상회하는 안전한 설계가 이루어짐을 알 수 있다.
- ASD에 의한 최적설계시 내·외측지간 중앙부의 하부플랜지에 대하여 신뢰성지수를 고려한 설 계가 14.4mm($\beta=3.5$), 11.8mm($\beta=3.5$)이고 고려하지 않은 설계는 13.1mm($\beta=3.26$), 10.6mm($\beta=3.21$)이며, 내측지간 지점부의 상·하부 플랜지에 대하여는 신뢰성지수를 고려한 설계가 20.4mm($\beta=3.5$), 20.7mm($\beta=3.5$)이고 고려하지 않은 설계는 19.8mm($\beta=3.42$), 20.1mm($\beta=3.42$)로서 시방서에 규정된 사항을 확정값이라고 보는 신뢰성지수를 고려하지 않은 최적설계도 충분 히 신뢰도를 가지는 설계가 되고 있어 현 단계에서는 매우 합리적인 설계라고 사료된다.

6. 결론

- 1) 도로교시방서의 ASD와 LRFD로 최적설계 하였을 경우 구조부위에 따라서 매우 근소한 비용차이를 보이고 있으므로 어느 방법이든지 최적설계를 수행하면 일반적인 설계보다는 상당한 비용절감효과가 있어 강상형교의 전산화 설계시스템에 단면최적화가 최소한 포함되어야한다.
- 2) 본 논문에서 예제로 삼은 단상자 강상형 연속교의 경우 신뢰성 지수를 고려하지 않은 최적설계는 고려한 최적설계와 비교할 때 안전도에 충분한 신뢰도를 가지고 있으므로 어려운 신뢰성 지수를 고려한 설계보다는 실용적으로 시방규정을 확정량이라고 보고 이를 만족하는 최적설계를 수행해도 충분하리라 사료된다.
- 3) 현 단계에서는 강상형 연속교의 설계시 실제 실무에서 사용하기 어려운 신뢰성지수를 고려한 최적설계를 도입하기 보다는 각 구조물의 형식에 따라 신뢰성지수를 고려한 최적설계를 가지고 신뢰성지수를 고려하지 않은 최적설계의 안전도를 검증하고 검증된 구조형식에 대해서는 실무에 효율적으로 사용할 수 있는 최적설계프로그램을 개발하여 설계를 수행한다면 경제적이고 충분히 신뢰도를 가진 설계가 이루어 질 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 (주)삼보기술단의 연구용역과제 '강상형교의 최적설계 프로그램 개발'의 연구비 지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

7. 참고문헌

1. AASHTO(1994), "AASHTO LRFD BRIDGE DESIGN SPECIFICATIONS".
2. Ali S. Al-Harthy, Dan M. Frangopol(1994), "Reliability-Based Design of Prestressed Concrete Beams," ASCE Journal of Structural Engineering, Vol.120, No.11.
3. Ang, A. H-S. and Tang, W.H.(1984), "Probability Concepts in Engineering Planning and Design," Vol. I & II, John Wiley.
4. British Standards Institution(1983), "Steel, Concrete and Composite Bridges," British Standard BS 5400 : Part 1,2,3. Code of Practice for Design of Steel Bridges, BSI, London.
5. Dan M. Frangopol(1985), "Structural Optimization Using Reliability Concepts," ASCE Journal of Structural Engineering, Vol.111, No.11.
6. Ellingwood, B., Galambos, T.V., MacGregor, J.C., and Cornell, C.A.(1980), "Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58," National Bureau of Standard SP-577, Washington, D.C.
7. Garret N. Vanderplaats(1984), "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design," McGraw-Hill.
8. Garret N. Vanderplaats(1985), "ASD: A FORTRAN Program for Automated Design Synthesis," Engineering Design Optimization, Inc., Santa Barbara, California.
9. Haftka, R.T.(1992), "Elements of Structural Optimization," Kluwer Academic Publishers.
10. Hart, G. C.(1982), "Uncertainty Analysis, Loads, and Safety in Structural Engineering," Prentice-Hall.
11. HDR Engineering, Inc.(1996), "Four LRFD Design Examples of Steel Highway Bridges".
12. 건설교통부(1996), "도로교표준시방서".
13. 조효남, 박문호, 류연선(1991), "구조물의 최적설계," 한국전산구조공학회.
14. 조효남, 최영민, 민대홍(1997), "신뢰성에 기초한 강상형 곡선램프교의 안전도 및 잔존내하력 평가," 한국강구조학회 논문집.
15. 한국강구조공학회(1995), "강구조편람".