

강 박스 거더교의 격벽응력 해석

The Stress Analysis of Diaphragm in Steel box girder bridge

조현영*
Cho, Hyun-Young

정진환**
Cheung, Jin-Hwan

박중민****
Park, Joong-Min

ABSTRACT

Recently, the box-girder bridge became quite popular because of the effectiveness of the box section against torsional deformation, and the finite element method has been one of the powerful and versatile method for obtaining the solution of box-girder bridge.

The finite element method is used to solve a box girder which is built up with flat plates such as flanges, webs and diaphragm, and box girder is idealized by 8-nodes 2-dimensional isoparmetric finite element.

To investigate the stress of diaphragm, substructure analysis is performed with two parameters which are the location of support and slope of web.

1. 서 론

현대의 교량들은 미관뿐만 아니라 비틀에 대한 높은 강성과 전단저항이 큰 박벽단면의 박스 거더를 기본골격으로 하는 강교를 장지간에 이용하고 있다. 장경간의 박스 거더교에서 격벽은 주로 집중반력을 복부판에 분산시키고 보의 비틀변형을 효과적으로 억제하는 기능을 갖는다. 따라서 격벽의 응력은 교량을 설계하거나 안정성을 판단할 때 정당하게 판단되어야 한다. 이러한 중요한 기능을 하는 격벽의 응력에 대한 해석하는 거의 없는 실정이므로 사실상 유한요소법에 의존하여 응력을 구할 수밖에 없다.

본 논문에서는 2경간 연속인 강제 박스 거더교의 지점격벽의 응력의 특성을 유한요소법과 재분할 기법을 이용하여 해석하였다. 그리고, 격벽 측벽의 경사의 정도에 따른 지점격벽의 응력형상과 격벽 개구부의 플랜지가 격벽의 응력에 미치는 영향도 연구하였다.

* 부산대학교 공과대학 토목공학과 교수

** 부산대학교 공과대학 토목공학과 부교수

*** 부산대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

2. 본 론

2.1 기본가정

유한요소 정식화를 위한 기본가정은 다음과 같다.

- ① 박스거더는 2차원 평판의 입체적 결합으로 보고 응력 및 변위는 선형탄성이다.
- ② 판의 두께방향 응력은 무시한다.
- ③ 휨응력과 면내응력은 한 요소내에서는 연동(coupling)되지 않는다.
- ④ 각각의 판요소는 전단변형을 고려하는 Mindlin가정을 따른다.

2.2 유한요소의 정식화

2.2.1 요소의 선택

2차원에서 이동변위와 회전변위의 연속조건을 동시에 만족시키는 8절점 등매개변수를 사용하였다.

2.2.2 유한요소 정식화

판요소가 입체적으로 결합하므로 요소강성도 행렬을 만들 때 평판에 수직인 가회전 강성도 개념을 도입하여 절점당 6자유도를 갖는 3차원 판요소를 생각한다. 이 때 가회전강성도가 필요한 절점과 필요없는 절점을 분류한 뒤 먼저 가회전 강도를 0 으로 하는 요소강성도 행렬을 작성하고 필요한 곳에만 가강도를 대각선 요소에 추가한다.

가회전 강성도의 필요 여부 판단은 각 요소의 평면에 수직인 단위 법선벡타들의 내적이 1에 가까우면 그 절점 주위의 요소는 동일 평면에 놓이므로 이러한 절점에만 가회전 강도를 도입하였다.

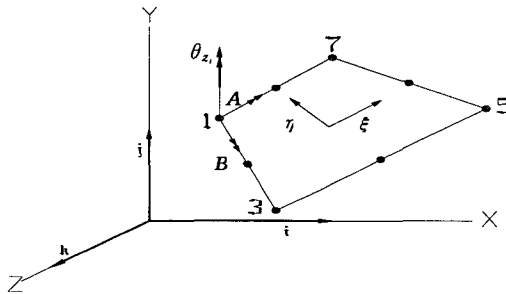


그림 2.1 가회전 강성도(8절점 등매개변수)

2.2.3 강성도 행렬의 계산

1) 면내변위에 대한 강성도 행렬의 계산

$$K_P = \int_{A^{(e)}} B_P^T D_P B_P t dA = \sum_{n_\xi=1}^{n_G} B_P(\xi_G, \eta_G)^T D_P B_P(\xi_G, \eta_G) W_{n_\xi} \det J(\xi_G, \eta_G) t \quad (1)$$

여기서, n_ξ, n_η : 자연 좌표계에서의 Gauss 적분점 번호

n_G : 적분점의 수

(ξ_G, η_G) : Gauss 적분점 좌표

W_{n_ξ} : Weighting factor

J : Jacobian 행렬

B_p 는 면내응력때의 변형률 행렬(strain matrix)인데 다음과 같다..

$$B_p = [B_1 \cdot B_2 \cdots B_8] \quad (2)$$

$$B_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (3)$$

단, N_i 는 형상함수(Shape Function)이고 D_p 는 평면응력 때의 탄성행렬이며 다음과 같다.

$$D_p = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \quad (E : \text{탄성계수 } \nu : \text{포아송비}) \quad (4)$$

2) 휨변위에 대한 강성도 행렬의 계산

3자유도인 휨 변형을 받는 Mindlin 판요소의 강성도 행렬은 다음과 같다.

$$K_b = \int_{A^{(e)}} B_B^T D_B B_B t dA = \sum_{n_i=1}^{n_n} B_B(\xi_G, \eta_G)^T D_B B_B(\xi_G, \eta_G) W_{n_i} \det J(\xi_G, \eta_G) t \quad (5)$$

K_b 에 대응하는 변위중 절점의 회전변위 θ_x, θ_y 는 전단변형을 고려한 가상회전이고 다음과 같다

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x} + \phi_x, \quad \theta_y = \frac{\partial w}{\partial y} + \phi_y \quad (\phi : \text{전단 평균경사각 } w : \text{휨 수직변위}) \quad (6)$$

휨변형에 의한 변형률 행렬 B_B 은 다음과 같다.

$$B_B = [B_1 \cdot B_2 \cdots B_8] \quad (7)$$

$$B_i = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} \\ 0 & -\frac{\partial N_i}{\partial y} & -\frac{\partial N_i}{\partial x} \\ -\frac{\partial N_i}{\partial x} & -N_i & 0 \\ -\frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & N_i \end{pmatrix} \quad (8)$$

Mindlin판에서의 탄성행렬 D_B 는 다음과 같다.

$$D_B = \begin{pmatrix} D_f & 0 \\ 0 & D_s \end{pmatrix}, \quad D_f = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix}, \quad D_s = \frac{E \cdot t}{2.4(1-\nu)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

3) 강성도 행렬의 3차원 조합

박스거더의 각 요소는 일반적으로 면내력과 휨을 받게 되며 이는 미소변위의 이론으로 볼 때 판에 대해 관련성이 없다고 가정할 수 있고 판의 경계에서만 서로 작용하므로 3차원의 요소강성도 행렬은 단순히 중첩시켜서 구할 수 있다. 여기서 판에 수직인 회전변위와 이와 대응하는 가상 모멘트 M_z 를 추가해야한다. 그림 2.1에서 면내 법선벡터를 구해보면

$$A = (x_3 - x_1)\mathbf{i} + (y_3 - y_1)\mathbf{j} + (z_3 - z_1)\mathbf{k} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}$$

$$B = (x_7 - x_1)\mathbf{i} + (y_7 - y_1)\mathbf{j} + (z_7 - z_1)\mathbf{k} = b_x\mathbf{i} + b_y\mathbf{j} + b_z\mathbf{k} \quad (10)$$

$$C = (a_y b_z - a_z b_y)\mathbf{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\mathbf{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\mathbf{k} = c_x\mathbf{i} + c_y\mathbf{j} + c_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{n}_i = \frac{1}{\sqrt{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2}}(c_x\mathbf{i} + c_y\mathbf{j} + c_z\mathbf{k}) \quad (11)$$

같은 방법으로 1번절점과 연결된 이웃요소에 대하여 \mathbf{n}_j 를 구하여 내적인 값이 1에 근접하면 가강도를 도입하고 그렇지 않으면 가강도를 도입하지 않는다.

3. 수치계산

그림 2.3과 같은 2경간 연속인 강 박스거더의 중간지점 격벽의 응력을 계산하여 응력분포의 특성을 알아 보았다. 사용 재료 특성치는 표 2.1과 같다

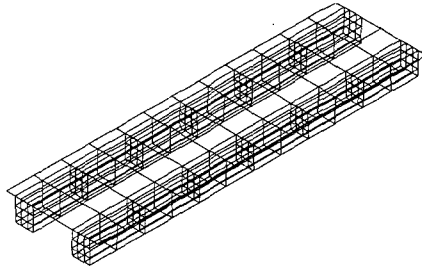


그림 2.2 구조모델링도

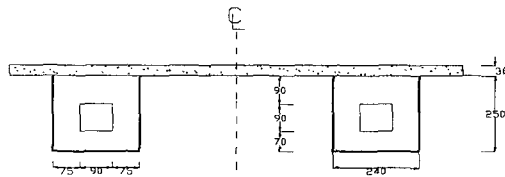


그림 2.3 강상자형 모델의 단면도

표 2. 1 사용재료특성치

재료특성치	주철	지점격벽	중간격벽	슬래브
탄성계수(kg/cm ²)	2.1×10^9	2.1×10^9	2.1×10^9	2.5×10^9
포아송비	0.3	0.3	0.3	0.25
두께 (cm)	0.6	1.8	1.2	35

작용하중으로는 상판에 있는 아스팔트하중(2.3t/m², t=8cm)과 중간지점에서 11.25m 떨어진 곳에 10t/m의 선하중을 재하하였다. 본 논문에서 사용한 유한요소 프로그램과 범용구조해석 프로그램인 ALGOR SUPER SAP으로 위의 예제를 해석하여 비교해 본 결과 처짐 및 응력 값이 비교적 비슷하게 나왔다. 제1경간의 중앙지점에서의 하부 플랜지의 처짐을 표 2.2에서 비교하여 보았다.

표 2. 2 하부플랜지의 수직처짐 (단위: cm)

	FEM	SAP	오차(%)		FEM	SAP	오차(%)
1	2.135	1.988	7.37	8	2.163	2.030	6.53
2	2.140	1.996	7.17	9	2.158	2.024	6.62
3	2.144	2.003	7.03	10	2.153	2.016	6.82
4	2.149	2.012	6.80	11	2.148	2.006	7.07
5	2.154	2.021	6.60	12	2.142	1.997	7.30
6	2.158	2.054	5.10	13	2.138	1.990	7.44
7	2.163	2.034	6.36	14	2.133	1.981	7.69

2) 측벽의 경사에 따른 중간격벽 응력의 비교

중간지점 격벽의 측벽의 경사를 0°, 5°, 10° 로 주었을때의 응력분포를 비교하여 보았다. 측벽의 경사가 증가할수록 지점부근의 압축응력이 증가함을 알 수 있었고 상부의 인장응력은 미소하지만 확대되는 영역이 커짐을 알 수 있었다.

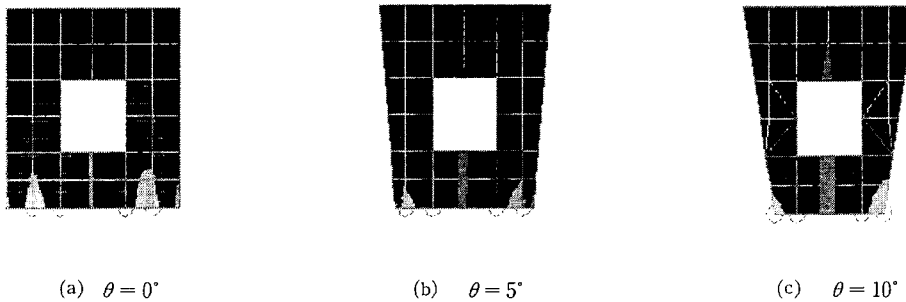


그림 2.4 측벽경사에 따른 x-stress의 응력 분포

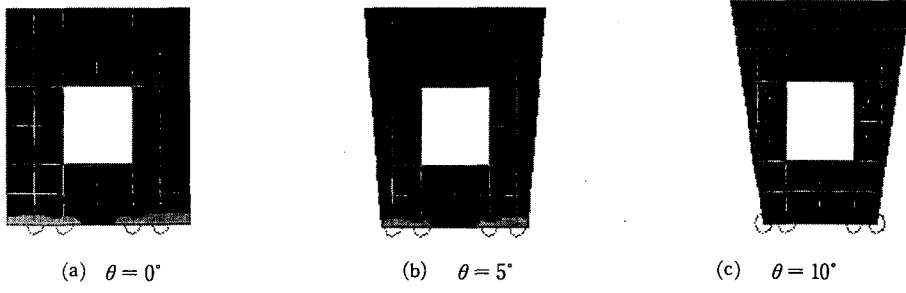


그림 2.5 측벽경사에 따른 z-stress의 응력 분포

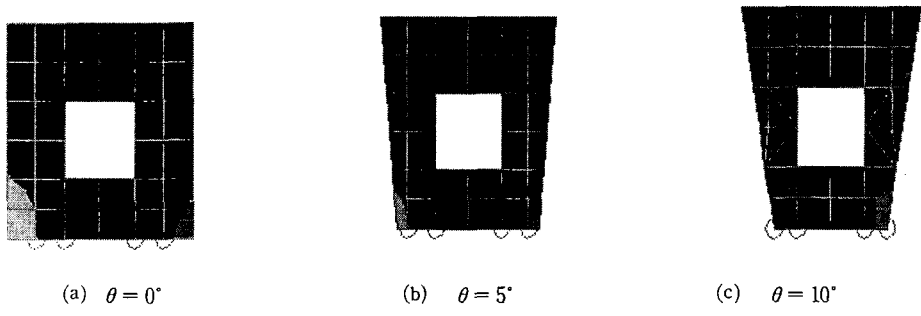


그림 2.6 측벽경사에 따른 xz-stress의 응력 분포

3) 개구부 플랜지 유무에 따른 격벽 응력의 비교

폭 22cm에 두께 1cm의 플랜지를 판요소로 개구부의 경계에 붙여 모델링을 하였으며, 격벽의 개구부에 플랜지가 있는 경우는 격벽의 상부와 하부에 발생하는 인장영역이 감소되었다.

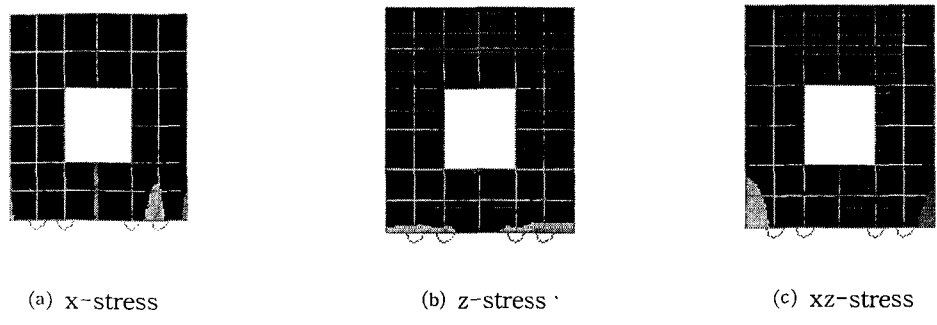


그림 2.7 플랜지보강 후 격벽의 응력분포

4. 고찰 및 결론

박스거더교에서의 격벽은 비틀변위에 대한 단면의 구조적 좌굴을 방지하고 지점으로부터의 큰 반력을 복부판에 분산시키는 역할을 한다. 그러나 격벽에는 통로용 개구부가 있어 응력의 흐름이 매우 복잡하여 이를 정당히 평가한다는 것은 실제 많은 어려움이 따른다. 또, 격벽의 경사가 커짐에 따라 하부의 인장영역이 상부로 확산되어가는 것을 볼 수 있으며 특별한 보강이 요구됨을 알 수 있다. 아울러, 개구부의 모서리부분이나 지점부근에서는 교란응력으로 인한 큰 응력이 발생함을 알 수 있다. 본 연구는 박스 구조를 보강재가 없는 단순한 구조로 모델링하여 해석하였으므로 실제의 격벽 설계나 진단에 있어서는 보강재료를 첨가하여 더욱 세밀하게 해석해야 할 것이다.

5. 참고문헌

1. V. .Kristek, "Theory of box girder", Awilly-Interseience pub.,John Wiley&Sons, 1979
2. S. Timoshenko & Wionowisky-Kriger, "Theory of plate & shell",Mc Graw Hill, 2nd ed. 1959
3. 조현영, "3차원 판구조를 위한 가회전 강도에 의한 오차 소거를 위한 알고리즘", 부산대학교 공과대학 연구보고 제27집, 1984
4. E.Hinton & D.R.J Owen, "Finite element software for plates and shell", PineridgePress, 1984
5. E.Hinton & D.R.J Owen, "Finite element programming", 2nd ed., Academic Press Inc., 1979
6. 장동일역, "강구조의 보강설계", 도서출판건설도서
7. 방명석역, "강교설계의 기초", 도서출판건설도서
8. Jack C.McCormac, "Structural steel design LRFD method", 2nd ed.,Harpercollins Collage pub., 1995