

# 수정개별요소법에 의한 불연속 구조체의 파전달 거동 해석

## The Application of the Modified Distinct Element Method to Wave Propagation in Structures with Discontinuous Faces

김 문 겸\*                      오 금 호\*\*                      김 우 진\*\*\*  
Kim, Moon Kyum      Oh, Keum Ho                      Kim, Woo Jin

### Abstract

The phenomenology of shock loading effects in brittle mass has been of interest to researchers and engineers. The shock loading as blasting causes strong stress waves in the structures. Discontinuous faces due to shock waves interrupt the tensile stress wave propagation and reflect the stress wave propagation. To predict the fracturing behavior of brittle mass, it is required for the numerical method that can analyze the colliding and slipping behavior of discontinuous faces and the wave propagation in the mass, simultaneously. In this study, the wave propagation in the brittle materials is analyzed using the modified distinct element method to be able to predict the behavior of discontinuous structures. The behavior of an unsupported bar subjected to loading at the end is analyzed to verify the rigid body motion of a bar and the relative displacement in the bar. The colliding behavior of two bars is analyzed to investigate the propagation of stress waves in the bar. The fracturing behavior of a bar due to impact loading is analyzed to investigate the propagation of stress waves in the bar with and without the discontinuous faces. The applicability of the modified distinct element method to the wave propagation problems is investigated.

### 1. 서 론

발파에 의한 구조물의 붕괴거동 및 암반체의 발파굴착거동을 예측하여 설계하기 위해서 충격하중에 의한 마찰재료의 파괴전, 파괴도중, 그리고 파괴후 거동을 파악하는 것은 중요하다. 정적하중에 의한 구조체의 파괴거동은 변형에 의한 응력만을 검토하여 예측되기 때문에 해석적으로 또는 연속체적인 수치해석적 접근으로 예측이 가능하였다. 그러나 충격하중이 외부에서 가해지면 구조체의 내부에는 응력파가 발생되어 매체내부로 전파되며, 전파되는 응력파가 파괴한계 응력을 초과하면 균열과 같은 불연속면이 발생된다. 이 불연속면을 가로질러 압축응력파는 전파되지만 인장응력파는 전파되지 못하며, 불연속면에서 파의 반사가 발생되어 구조체 내부에서는 복잡한 파전달거동이 발생된다. 따라서 충격하중과 같은 동적하중이 재하된 취성재료의 파괴거동을 예측하기 위해서는 외부하중에 의한 구조체의 동적거동 및 균열 발생이후의 거동을 해석하며 그에 따른 응력파의 거동을 해석할 수 있는 수치해석기법이 요구된다.<sup>[1]</sup>

불연속체의 거동을 예측하기 위해서 1979년 Cundall 등<sup>[2]</sup>은 원형형상의 개별요소를 개발하여 서로 불연속적인 요소들이 접촉하고 운동하는 거동을 해석하였다. 1995년 Antonellini 등<sup>[3]</sup>은 원형형상의 개별요소가 접촉하는 거동을 보다 실제적으로 정량화하기 위해 요소스프링(element spring)의 강성을 접선방향일 경우에 대해서는 Hertz 이론을 사용하고 접선방향일 경우에는 Mindlin의 이론해를 사용하여 산정하였다. 그러나 개별요소는 각기 불연속으로 구성되어 있기 때문에 구조체에 균열이 발생되기 전의 연속체적인 거동을 해석할 수는 없다. 1989년 Hakuno 등<sup>[4]</sup>은 서로 불연속적으로 구성된 요소사이에 간극스프링(pore spring)을 설치하여 요소들을 재결합함으로써 연속체의 거동과 파괴이후의 구조체의 거동을 예측하였으나, 구조체의 거동을 정량화하는데 요구되는 요소스프링(element spring) 및 간극스프링의 강성을 산정하는 방법을 제시하지 못하였다. 김문겸 등<sup>[5]</sup>은 구조체가 연속체일 경우에는 연속접촉스프링을 사용하고, 불연속면에서

\* 정회원, 연세대학교 공과대학 사회환경시스템공학부 교수

\*\* 정회원, 연세대학교 공과대학 사회환경시스템공학부 토목전공 박사과정

\*\*\* 연세대학교 공과대학 사회환경시스템공학부 토목전공 석사과정

의 접촉거동에 대해서는 Antonellini가 제시한 접촉점에서의 불연속접촉스프링을 적용함으로써 연속체 및 불연속면에서의 상호거동을 정량화하여 해석할 수 있도록 수정개별요소를 발전시켰다.

본 연구에서는 수정개별요소법을 사용하여 연속체에서의 응력과 전달거동 및 불연속면을 포함한 구조체에서의 응력과 전달거동을 해석함으로써 응력과 전달해석에 대한 수정개별요소법의 적용성을 검토한다.

## 2. 수정개별요소

### 2.1 운동방정식

구조물을 구성하는 각 요소들의 독립적인 거동은 요소의 회전운동을 고려하지 않는 병진운동과 회전을 고려한 회전운동으로 구분된다. 한 요소의 병진운동을 해석하기 위해서 변위벡터  $u$ 에 대해서는 운동방정식인 식(1)을, 회전운동의 경우에는 요소 회전각  $\theta$ 에 대한 운동방정식인 식(2)를 사용한다.

$$m\ddot{u} + C\dot{u} = F \quad (1)$$

$$I\ddot{\theta} + D\dot{\theta} = M \quad (2)$$

여기서 뉘첨자 ( $\cdot$ )는 시간에 대한 미분을 나타내는 연산자이며,  $m$ 은 요소의 질량을,  $I$ 는 관성모멘트를 나타낸다. 그리고,  $C$ 와  $D$ 는 각각 변위에 대한 감쇠계수와 회전에 대한 감쇠계수이며,  $F$ 는 요소에 가해지는 모든 힘의 합,  $M$ 은 요소에 가해지는 모든 모멘트의 합이다. 식(1) 및 식(2)와 같은 일련의 요소운동방정식들을 중앙차분법을 사용함으로써 시간에 따른 각 요소의 거동을 추적할 수 있게 된다.

### 2.2 요소간의 상호작용

구조물에 외력이 가해지면 각 요소들은 움직이기 시작하고 요소와 요소 사이에는 법선 및 접선 방향의 상대변위가 발생된다. 요소들 사이를 연결하고 있는 접촉스프링을 통해 전달되는 힘은 힘-변위 법칙으로부터 구할 수 있다. 힘-변위 법칙은 Cundall 등<sup>[2]</sup>에 의해서 제안된 방법을 사용하며 접촉력은 상대변위로부터 식(3) 및 식(4)와 같이 구해진다.

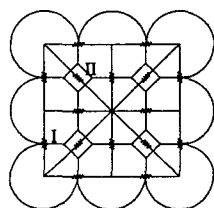
$$F_n = K_n \delta_n \quad (3)$$

$$F_t = K_t \delta_t \quad (4)$$

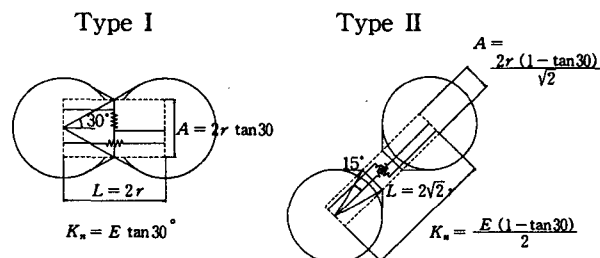
여기서  $F_n$ 은 법선방향의 접촉력,  $F_t$ 는 접선방향의 접촉력,  $K_n$ 은 법선방향의 강성,  $K_t$ 는 접선방향의 강성,  $\delta_n$ 은 법선방향의 상대변위, 그리고  $\delta_t$ 는 접선방향의 상대변위이다.

### 2.3 연속접촉스프링

연속체일 경우에는 요소간의 접촉이 면으로 작용되고 요소배열에 따라 설정된 면을 통해 응력이 전달된다. 연속접촉스프링은 그림 1(a)와 같이 요소중심간에 존재하는 가상접촉면의 응력을 전달하는 스프링으로 가정된다. 접촉스프링 강성은 그림 1(b)에 도시된 바와 같이 요소배열형식에 따라 구분되어 산정된다.



(a) 접촉스프링의 종류



(b) 연속접촉스프링의 종류에 따른 강성산정

그림 1. 연속접촉스프링의 모형화

연속접촉스프링의 법선방향강성  $K_n$  및 접선방향강성  $K_t$ 는 각각 식(5) 및 식(6)과 같이 산정된다.

$$K_n = \frac{EA}{L} \quad (5)$$

$$K_t = \frac{GA}{L} \quad (6)$$

여기서  $E$ 는 연속체의 탄성계수,  $G$ 는 전단탄성계수,  $A$ 는 요소간의 접촉면적,  $L$ 은 요소중심간의 거리이다.

연속접촉스프링의 파괴는 인장력에 의해 법선방향스프링이 파괴되는 경우와 전단력에 의해 접선방향스프링이 파괴되는 경우로 구분된다. 임의의 시간단계  $t$ 에서 두 요소간에 작용되는 법선방향 접촉력이 접촉면의 인장력을 초과하게 되면 법선방향의 접촉스프링은 파괴된다. 또한 두 요소간의 접선방향력이 Coulomb의 파괴 조건에 의해 구해지는 허용 전단력보다 크게 되면 접선방향의 접촉스프링은 파괴된다. 식(7) 및 식(8)은 각각 법선방향 연속접촉스프링의 허용인장력 및 접선방향 허용전단력을 나타낸다.

$$(F_n)_{allow} = \sigma_t \cdot A \quad (7)$$

$$(F_t)_{allow} = F_n \tan \phi_\mu + c \cdot A \quad (8)$$

여기서  $\sigma_t$ 는 접촉면에서의 인장강도,  $\phi_\mu$ 는 두 요소의 접촉면에서의 내부마찰각, 그리고  $c$ 는 점착력이다. 또한  $F_n$ 은 두 요소사이에서 연속접촉스프링에 작용하는 법선방향력이다.

## 2.4 불연속접촉스프링

두 요소가 접촉을 하면 두 입자간에 발생하는 접촉거동은 선형탄성거동을 하지 않고, 비탄성거동을 하게 된다. 이 접촉문제에 대해서는 Hertz 와 Mindlin에 의해서 연구되었으며 입자간의 중첩정도에 따라 접촉스프링의 강성이 변화하게 된다. 입자들간에 발생된 중첩현상은 접촉면에 대해 법선방향의 상대변위  $\delta_n$  및 접선방향의 상대변위  $\delta_t$ 로 표현된다. 접촉점에서의 법선방향강성 및 접선방향강성은 Antonellini 등<sup>[3]</sup>에 의해 제안된 식(9) 및 식(10)을 사용하여 정한다.

$$K_n = \frac{\pi G}{(1-\nu) \left\{ 2 \ln \left[ \left( \frac{8R}{\delta_n} \right)^{1/2} \right] - 1 \right\}} \quad (9)$$

$$K_t = \frac{\pi G \delta_n}{R(1-\nu)} \quad (10)$$

여기서  $G$ 는 전단탄성계수,  $\nu$ 는 포아송비,  $R$ 은 접촉하는 두 요소의 유효반경을 나타낸다.

요소들간의 접촉전단력이 매우 작다면 요소들은 탄성적으로 거동하게 되나 만일 전단력이 상당히 크면 접촉점에서는 에너지의 손실을 동반하는 미끄러짐 현상이 나타난다. 따라서 접선방향 전단력이 식(11)과 같은 Coulomb의 파괴조건을 사용하여 법선방향 전단력에 대한 최대허용치  $(F_t)_{max}$ 를 초과할 수 없도록 설정한다.

$$(F_t)_{max} = F_n \tan \phi_\mu \quad (11)$$

여기서  $\phi_\mu$ 는 요소접촉면에서의 내부마찰각이다.

## 3. 수치해석

### 3.1 지지되지 않은 균일단면보의 강제거동 및 변형해석

본 절에서는 지지되지 않은 균일단면보의 단부에 하중이 재하되었을 경우, 보의 강제거동 및 변형을 해석하여 실제구조체의 거동과 수치해석에서 예측된 거동을 비교함으로써 구조체의 강제거동에 대한 수정개별요소법의 적용성을 검토한다. 그림 2(a)는 지지되지 않은 균일단면보 및 보의 단부에 하중이 재하되는 형상을 나타낸다. 재하하중은 식(12)와 같다.

$$p(t) = \begin{cases} p_0 & 0 < t < T \\ 0 & T < t \end{cases} \quad (12)$$

여기서  $p_0$ 는 작용된 응력의 크기,  $T$ 는 하중이 가해진 시간이다. 그림 2(b)는  $3 \times 30$ 의 배열을 사용하여 90개의 수정개별요소로 모형화된 균일단면보를 나타낸다. 균일단면보의 구조재료로서는 압축강도  $210 \text{ kg/cm}^2$ 의 콘크리트로 하였으며 재료물성은 표 1에 정리되었다. 수치해석을 위해 사용된 입력자료는 표 2에 정리되었다.

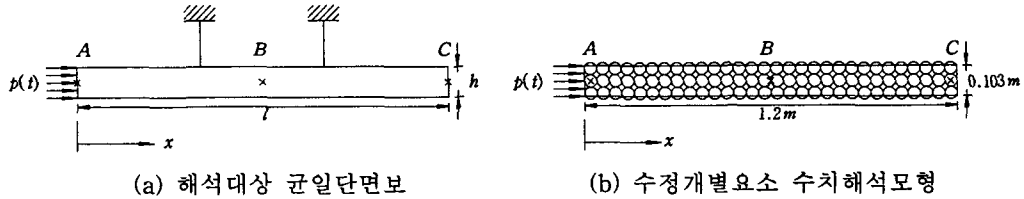


그림 2. 균일단면보의 강체거동 및 변형해석

표 1 콘크리트의 물성치

물성	기호	단위	물성치
단위중량	$W$	$\text{kgf/m}^3$	2300
탄성계수	$E$	$\text{GN/m}^2$	22.5
포아송비	$\nu$	-	0.16667
내부마찰각	$\phi$	$^\circ$	30
점착력	$c$	$\text{MN/m}^2$	2.47
인장강도	$\sigma_t$	$\text{MN/m}^2$	2.06

표 2 수치해석 입력자료

물성	기호	단위	물성치
요소반지름	$R$	$m$	0.02
요소질량	$m$	$\text{kg/m}$	3.16155
관성모멘트	$I$	$(\text{kg/m}) \cdot \text{m}^2$	0.63231
시간중분	$\Delta t$	$\mu\text{sec}$	1.0
감쇠상수	$\alpha$	-	-
중력가속도	$g$	$\text{m/sec}^2$	-

그림 3은 보의 양단부(A, C) 및 중앙부(B)에서 시간에 따른 입자의 거동을 이론해, 대각선 접촉스프링이 없는 경우, 그리고 대각선 접촉스프링이 있는 경우에 대한 결과가 각각 도시된 것이다. 시간은 응력파가 보의 끝단까지 도달하는 시간( $l/c_0$ )에 대하여, 입자의 거동량은  $2\mu\text{m}$ 로 무차원화 된 것이다. 해석대상보의 강체운동에 대한 이론해는 보의 중앙부(B)에 대하여 도시되었으며 식(13)을 사용하여 구하였다.<sup>[6]</sup>

$$V = \frac{p_0 T}{m_{\text{bar}}} \quad (13)$$

여기서  $V$ 는 균일단면보의 이동 속도이며,  $m_{\text{bar}}$ 는 균일단면보의 질량이다. 각 지점(A, B, C)의 거동량에 대한 이론치는 식(14)를 사용하여 구해진다.<sup>[7]</sup>

$$v(x_0, t) = -c_0 p(x_0 - c_0 t) / E \quad (14)$$

여기서  $c_0$ 는 보 내부에서의 종파속도이다. 이론해와 대각선 접촉스프링이 없는 경우에는 결과가 떨림현상을 제외하면 거의 일치함을 알 수 있으나, 대각선 접촉스프링이 존재할 경우에는 보의 전체적인 강체운동은 일치함을 알 수 있으나, 시간이 경과함에 따라 보의 내부변형은 다소 늦어지는 경향이 나타남을 발견할 수 있다. 이는 입자간의 상대변위를 계산함에 있어 발생된 법선 방향변위증분의 오차가 누적되어 나타난 것으로 사료된다.

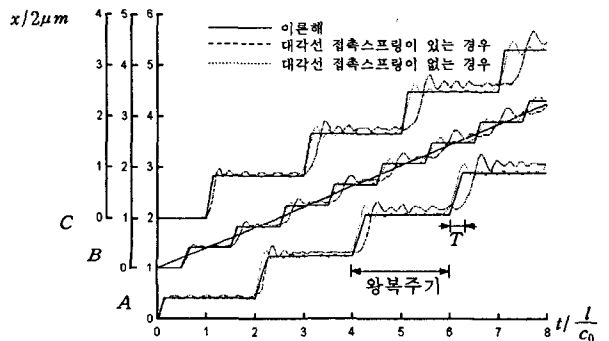


그림 3. 시간에 따른 균일단면보의 거동 및 변형

### 3.2 두 개의 균일단면보의 충돌거동해석

본 절에서는 정지해 있는 보에 일정속도의 동일단면 보가 충돌했을 경우, 구조물 내부에서의 응력과 전달거동을 해석하여 이론치<sup>[7]</sup>와 비교함으로써 충돌거동에 대한 수정개별요소법의 적용가능성을 검토한다. 그림 4(a)는 초기속도가  $v_1=10\text{m/sec}$ 인 균일단면보 I가 정지되어 있는 균일단면보 II에 충돌하는 거동을 도시한 것이다. 그림 4(b)는 수치해석을 위해 수정개별요소로 모형화된 균일단면보를 도시한 것이다. 구조재료로서는 압축강도  $210\text{kg/cm}^2$ 의 콘크리트로 하였으며 재료물성은 표 1에 정리되었다. 수치해석을 위해 사용된 입력물성치는 표 3에 정리되었다.

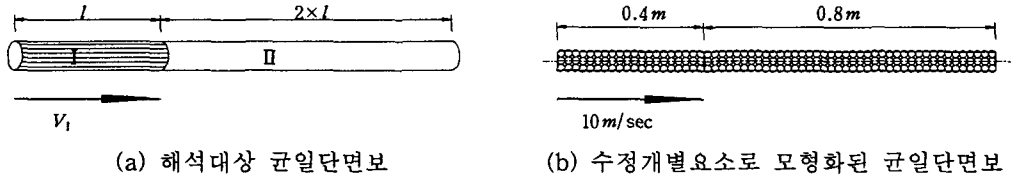


그림 4. 두 개의 균일단면보의 충돌거동해석

표 2 수치해석 입력자료

물성	기호	단위	물성치
요소반지름	$R$	$m$	0.02
요소질량	$m$	$kg/m$	0.5312
관성모멘트	$I$	$(kg/m) \cdot m^2$	$2.656 \times 10^{-5}$
시간중분	$\Delta t$	$\mu sec$	0.1
감쇠상수	$\alpha$	-	-
중력가속도	$g$	$m/sec^2$	-

그림 5에서는 충돌에 의해 발생된 보 내부에서의 입자속도와 응력파를 위치에 따라 도시한 것이다. 입자속도는 초기속도  $v_1$ 에 대하여 무차원화하여 도시되었으며, 내부응력은  $v_1 \rho c_0 / 2$ 에 대하여 무차원화하여 도시된 것이다. 여기서  $\rho$ 는 구조재료의 밀도 그리고  $c_0$ 는 종파속도를 나타낸다. 그림5(a)에서는 보 I 및 보 II의 초기상태를 나타낸다. 이때 보 I의 내부입자들이 모두 같은 속도를 가지고 있기 때문에 응력이 발생하지 않게 된다. 그림5(b)는 시간  $t = l/4c_0$ 일 때의 균일단면보 내부에서의 속도와 응력을 도시한 것이다. 두 개의 균일단면보는 서로 충돌을 하고, 충돌면으로부터 응력이 전파된다. 응력파가 균일단면보 I의 자유단까지 전파되는 시간은  $l/c_0$ 이므로, 응력파는 보 I의 1/4 까지 전파되었음이 이론해를 통해 알 수 있고 수치해석에 의한 결과도 유사한 형상을 나타냄을 알 수 있다. 그림5(c)는 시간  $t = 3l/4c_0$ 일 때 보 내부에서의 입자속도 및 응력을 나타낸다. 그림 5(d)는 응력파가 균일단면보 I의 한쪽 자유단에서 반사되어 다시 1/4 만큼 전파되었을 때를 나타낸다. 이론해와 수치해석결과는 거의 유사한 형태를 보여주나 이론해에 비하여 수치해석에 의한 결과는 시간이 경과함에 따라 다소 늦어지는 경향이 나타남을 발견할 수 있다. 이는 앞의 3.1 절에서 지적한 바와 같이 입자간의 상대변위를 구하는데 발생되어진 법선방향변위중분의 오차로 인한 것으로 사료된다. 또한 불연속면이 발생하는 위치에서 수치해석해가 다소 떨리는 현상을 알 수 있으나 이는 중앙차분법으로 계산함으로써 발생하는 오차인 것으로 사료된다.

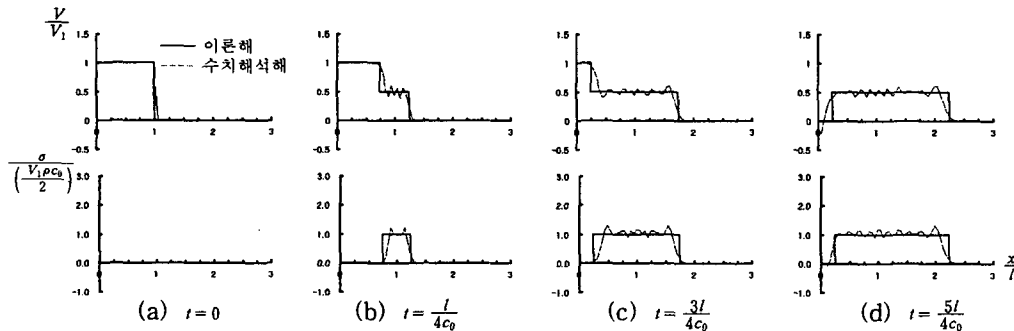


그림 5. 각 지점에서의 속도와 응력

### 3.3 불연속면을 포함한 균일단면보의 파전달거동

불연속면을 포함하고 있는 균일단면보의 파전달거동을 검토하기 위해 Masuya<sup>[8]</sup>에 의해 행해진 보의 종방향 충격실험과 동일한 조건으로 해석을 수행한다. 그림 6(a)는 해석대상 균일단면보와 하중재하조건을 도시한 것이며, 그림 6(b)는 수정개별요소로 모형화된 균일단면보 및 응력과 수진점을 도시한 것이다. 이 실험에 사용된 재료 물성치는 표 4에 정리되었고, 해석에 사용한 재료의 물성치는 표 5에 정리되었다. 파괴전의 응력과 전파거동과 파괴후의 응력과 전파거동을 관찰하기 위해 그림 7(a) 및 그림 8(a)와 같이 두가지 하중조건에 대해 수치해석이 수행되었다.

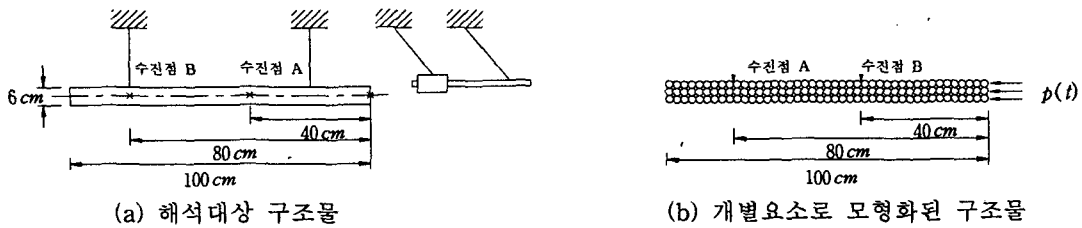


그림 6. 불연속면을 포함한 균일단면보의 파전달 거동

표 4 콘크리트의 물성치

물성	기호	단위	물성치
단위중량	$W$	$kgf/m^3$	2018.35
탄성계수	$E$	$GN/m^2$	21.2877
포아송비	$\nu$	-	0.16667
내부마찰각	$\phi$	°	30
점착력	$c$	$MN/m^2$	2.47
인장강도	$\sigma_t$	$MN/m^2$	2.06

표 5 수치해석 입력자료

물성	기호	단위	물성치
요소반지름	$R$	$m$	0.01164
요소질량	$m$	$kg/m$	0.93878
관성모멘트	$I$	$(kg/m) \cdot m^2$	0.0000636
시간중분	$\Delta t$	$\mu sec$	1.0
감쇠상수	$a$	-	-
중력가속도	$g$	$m/sec^2$	-

그림 7은 균열이 발생되지 않은 경우의 응력과 응답곡선에 대해 Masuya등에 의해 계측되었던 실험치와 수치해석하여 구해진 결과를 비교하여 도시한 것이다. 수진점 A 및 B에서의 응력과 주기는 앞절에서 언급한 바와 같이 수치해석결과가 실험치보다 다소 늦어짐을 알 수 있다. 또한 시간이 경과함에 따라 수진점에서의 응력은 실험치보다 크게 나타남을 알 수 있다. 이는 본 수치해석에서 감쇠영향을 고려하지 않았기 때문에 나타나는 것으로 사료된다.

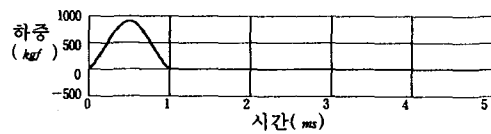
그림 8은 균열이 발생된 경우의 응력과 응답곡선을 도시한 것이다. 파괴전까지의 응력응답은 실험치와 수치해석결과가 그림 7에서 검토한 바와 같은 경향을 보이고 있으나 파괴후에는 상이한 경향을 보이고 있다. 표 6은 균열의 발생위치 및 발생시간을 정리한 것이다. 수치해석의 경우 수진점 A에서의 응력응답은 0.397m에 위치한 불연속면과 0.489m에 위치한 불연속면의 영향을 받으나, 실험치의 경우 0.7m에 위치한 불연속면의 위치에 영향을 받기 때문에 응력응답이 서로 상이하게 나타나는 것으로 사료된다. 또한 수진점 B에서는 실험의 경우 0.7m, 수치해석의 경우 0.699m에 위치한 불연속면의 영향을 받기 때문에 응답의 형상은 유사하게 나타났으나, 감쇠의 영향으로 수치해석의 경우에 응력치가 크게 나타난다고 사료된다. 따라서 균열이 발생한 이후 응력응답은 균열의 발생위치 및 발생시간에 영향 받음을 알 수 있다.

표 6 균열의 발생위치 및 발생시간

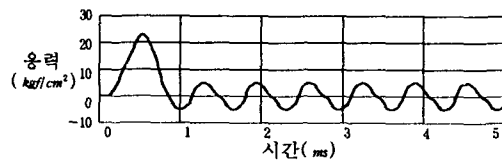
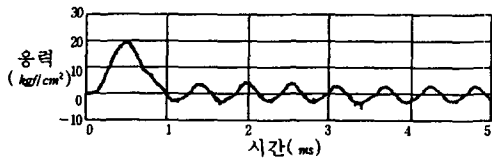
실험결과		수치해석결과	
균열위치(m)	균열발생시간(msec)	균열위치(m)	균열발생시간(msec)
0.7	-	0.397	2.00
		0.489	1.61
		0.589	2.27
		0.607	2.44
		0.699	1.95

실험결과( Masuya, 1992)

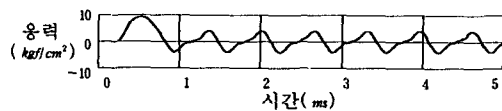
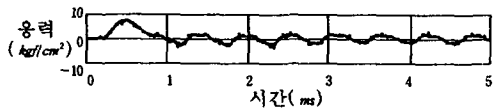
수치해석 결과



(a) 하중이력곡선



(b) 수진점 A에서의 응력응답

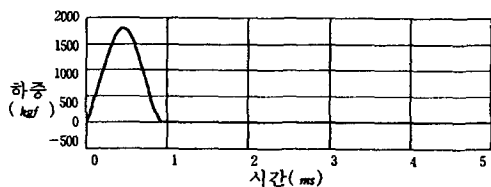
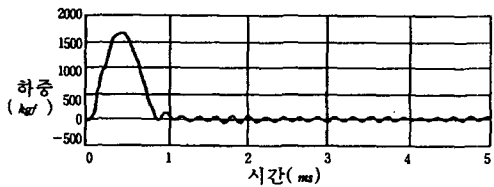


(c) 수진점 B에서의 응력응답

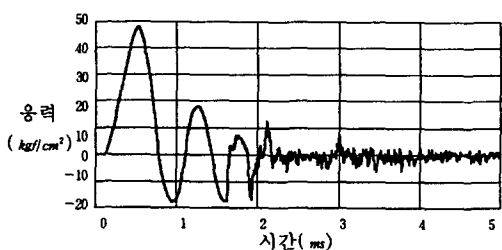
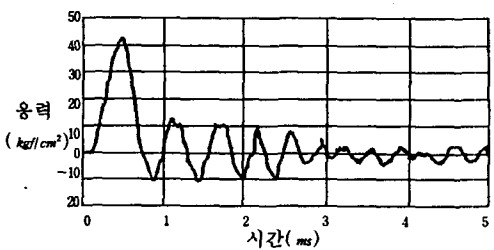
그림 7. 균열이 발생되지 않은 경우의 응력과 응답곡선

실험결과( Masuya, 1992)

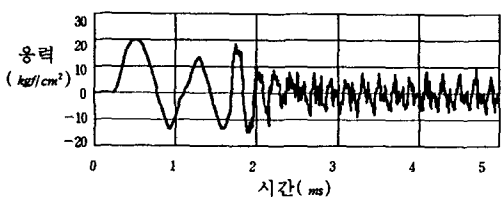
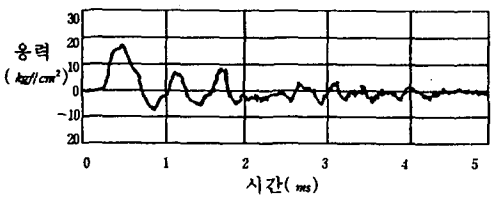
수치해석 결과



(a) 하중이력곡선



(b) 수진점 A에서의 응력응답



(c) 수진점 B에서의 응력응답

그림 8. 균열이 발생된 경우의 응력과 응답곡선

#### 4. 결론

본 연구에서는 구조물의 연속체적인 거동과 불연속체적인 거동을 동시에 해석할 수 있는 수정 개별요소법을 불연속 구조체의 파전달 거동해석에 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 수정개별요소에서 사용되는 시간과 이동량을 이론해와 비교 검증함으로써 실제의 구조물의 해석에 적용가능함을 얻을 수 있었다.
2. 두 개의 균일단면보의 일차원 파전달 해석을 통하여 구조체내부의 응력과 속도를 비교함으로써 수정개별요소가 파전달거동에 적용가능함을 확인할 수 있었다.
3. 구조체가 파괴되기 전의 파전달 거동해석을 수행하여 실험해와 비교함으로써 수정개별요소법으로 파전달 거동을 예측하는데 발생하는 오차 등을 알 수 있었고 이들을 수정한다면 개별요소법으로 실제의 파전달 거동을 예측할 수 있다는 가능성을 확인하였다.
4. 불연속면을 포함한 구조체의 파전달거동해석을 수행하여 불연속면의 위치와 발생시간이 응력파의 전달에 영향을 미치는 것을 알 수 있었다.

본 연구는 한국학술진흥재단 1994년도 학술연구조성비에 의해 수행된 연구의 일부로서 연구비를 지원해 준 재단당국에 깊이 감사드립니다.

#### 참고문헌

1. Heuze, F. E., Walton, O. R., Maddix, D. M., Shaffer, R. J., and Butkovich, T. R., "Analysis of Explosions in Hard Rocks: The Power of Discrete Element," *Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice, and Projects*, editor-in-chief Hudson, J. A., 1st ed., Vol.2-I, Pergamon Press, 1993, pp.387-413.
2. Cundall, P. A. and Strack, O. D. L., "A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies," *Geotechnique*, Vol.29, No.1, 1979, pp.47-65.
3. Antonellini, M. A. and Pollard, D. D., "Distinct Element Modelling of Deformation Bands in Sandstone," *Journal of Structural Geology*, Vol.17, No.8, 1995, pp.1165-1182.
4. Hakuno, M. and Meguro, K., "Simulation of Concrete-Frame Collapse Due to Dynamic Loading," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol.119, No.9, 1993, pp.1709-1723.
5. 김문겸, 오금호, 김상훈, 김우진, "수정개별요소법을 이용한 구조물의 파괴거동에 관한 연구," 대한토목학회 논문집, 제17권, 제I-2호, 1997, 게재예정.
6. Kolsky, H., *Stress Waves in Solids*, Dover Publications, INC., 1963.
7. Graff, K. F., *Wave Motion in Elastic Solids*, Ohio State University, 1975.
8. Masuya, H. and Nakata, Y. and Kajikawa, Y., "The Application of the Distinct Element Method to Impact Problems," *Journal of Structural Engineering, JSCE*, Vol.38.A, 1992, pp.1477-1487.