

이동하중이 작용하는 3경간 연속보의 근사 최적제원

Near-Optimal Parameters of Three Span Continuous Beams subjected to a Moving Load

이 병 구* 오 상 진** 모 정 만***

Lee, Byoung Koo Oh, Sang Jin Mo, Jeong Man

ABSTRACT

The main purpose of this paper is to investigate the near-optimal parameters of continuous beam subjected to a moving load. The computer-aided optimization technique is used to obtain the near-optimal parameters. The computer program is developed to obtain the natural frequency parameters and the forced vibration responses to a transit point load for the continuous beam with variable support spacing, mass and stiffness. The optimization function to describe the design efficiency is defined as a linear combination of four dimensionless span characteristics: the maximum dynamic stress; the stress difference between span segments; the rms deflection under the transit point load; and the total span mass. Studies of three span beams show that the beam with near-optimal parameters can improve design efficiency by 12 to 24 percent when compared to a reference configuration beams of the same total span length.

1. 서 론

다경간 연속교는 도로교에서 많이 볼 수 있는 구조형식이며, 이에 대한 효율적인 설계는 단순 교보다 훨씬 복잡하고 어렵다. 더우기 다경간 연속교에서 이동 차량하중에 의한 동적효과를 고려하는 경우 효율적인 설계가 이루어지도록 경간길이(교각간격), 휨강성, 단위길이당 질량 등의 조합을 결정하는 것은 매우 어렵고 많은 노력을 필요로 한다. 따라서 이러한 요소들의 영향에 대한 체계적인 연구를 위해서는 다경간 연속교의 동적해석을 효율적으로 수행할 수 있는 알고리즘과 설계변수인 경간길이, 휨강성, 단위길이당 질량 등에 따른 설계효율을 나타낼 수 있는 새로운 지표가 필요하다.

본 연구에서는 이동 집중하중이 작용하는 3경간 연속보의 동적응답특성을 고려한 근사적인 최적제원을 결정하는데 연구목적이 있다. 이를 위하여 경간별로 단면이 불연속적으로 변화하는 연속보의 고유진동수 및 진동형을 산출하고, 모드중첩법을 이용하여 이동 집중하중을 받는 연속보의 동적응답을 산출하기 위한 컴퓨터 프로그램을 작성하였다. 한편 설계변수들의 변화에 따른 설계효율을 정량적으로 나타내기 위하여 최대 동적응력, 경간사이의 응력차이, 이동 집중하중이 작용하는 점에서의 rms처짐 및 전체지간의 총질량 등 4가지 무차원 변수들로 구성되어지는 최적함수(optimization function)를 결정하였다.

* 정회원, 원광대학교 토목환경공학과, 교수

** 한국과학기술원 토목공학과, 박사후 연수과정

*** 원광대학교 대학원, 박사과정

본 논문에서 최적제원이란 “전통적인 최적화기법(conventional optimization technique)에 의하여 산출된 결과를 의미하는 것은 아니며, 설계가능영역내의 제원을 갖는 연속보와 기준제원을 갖는 연속보의 상대적인 설계효율을 비교하여 결정한 근사적인 제원”을 의미한다.

2. 수학적 모형 및 해석

그림 1은 지간길이 L인 N경간 연속보를 나타낸 것으로 $n(=1,2,\dots,N)$ 은 각 경간의 구분번호, $l(=L/N)$ 은 평균 경간길이이다. α_n 은 n번째 경간길이와 평균 경간길이 비이며, ρ_n 및 EI_n 은 각각 n번째 경간의 단위길이당 질량 및 휨강성을 나타낸다. 또한 $u=u(x,t)$ 는 횡방향변위, x 는 보축상 임의 점의 위치를 나타내기 위한 전체좌표계를 나타내고, x_n 은 각 경간에서 왼쪽지점을 원점으로 하는 국부좌표계를 나타낸다.

Bernoulli-Euler 보이론에 의한 각 경간의 동적거동을 지배하는 편미분방정식은 다음과 같다¹⁾.

$$EI_n \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho_n \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = q \quad (1)$$

(1)식에서 $q=q(x,t)$ 는 단위길이당 횡방향하중을 나타낸다.

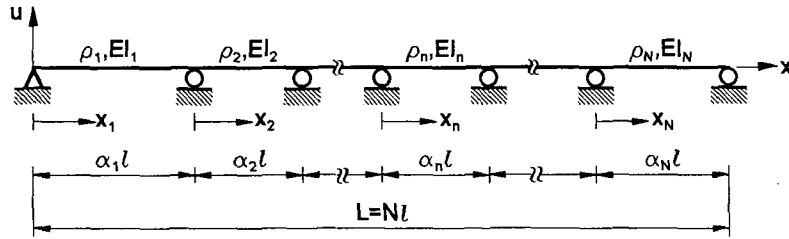


그림 1. 다경간 연속보

보가 조화진동을 한다고 가정하면 횡방향변위의 조화진동식은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(x, t) = w \sin(\omega_k t) \quad (2)$$

(2)식에서 w 는 횡방향변위의 진폭으로 x 에 관한 함수이며, ω_k 는 고유각진동수(rad/sec), k 는 모드번호, t 는 시간이다.

(1)식에 (2)식을 대입하고 $q=0$ 라 놓으면 다음 (3)식의 자유진동을 지배하는 미분방정식이 된다.

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - \lambda_k^4 w = 0 \quad (3)$$

(3)식에서 λ_k 의 내용은 다음 (4)식과 같다.

$$\lambda_k = \left(\frac{\rho_n \omega_k^2}{EI_n} \right)^{1/4} \quad (4)$$

(3)식의 일반해는 다음 (5)식과 같으며, 이 식에서 A, B, C, D 및 λ_k 는 각 경간의 단부조건에

따라 결정되는 상수이다.

$$w = A \sin(\lambda_k x) + B \cos(\lambda_k x) + C \sinh(\lambda_k x) + D \cosh(\lambda_k x) \quad (5)$$

그림 1에서 국부좌표계와 전체좌표계사이의 관계는 다음 (6)식과 같다.

$$x_1 = x, \quad 0 \leq x \leq a_1 l \quad (6.1)$$

$$x_n = x - \sum_{i=1}^{n-1} a_i l, \quad n = 2, 3, \dots, N \quad (6.2)$$

그림 1에 나타낸 연속보에서 각 지점의 단부조건 및 내부지점에서의 연속조건을 국부좌표계에 대하여 나타내면 다음 (7)~(11)식과 같다. 연속보의 각 지점에서 수직방향변위 및 양단에서의 휨모멘트는 "0"이므로 이에 대한 경계조건식은 (7)~(9)식과 같으며, 내부지점에서 인접경간에 대한 단면회전각 및 휨모멘트의 연속조건식은 (10), (11)식과 같다.

$$w_n = 0, \quad x_n = 0, a_1 l, a_2 l, \dots, a_N l \text{에서} \quad (7)$$

$$\frac{d^2 w_1}{dx_1^2} = 0, \quad x_1 = 0 \text{에서} \quad (8)$$

$$\frac{d^2 w_N}{dx_N^2} = 0, \quad x_N = a_N l \text{에서} \quad (9)$$

$$\left(\frac{dw_n}{dx_n} \right)_{x_n = a_n l} = \left(\frac{dw_{n+1}}{dx_{n+1}} \right)_{x_{n+1} = 0} \quad (10)$$

$$\left(EI_n \frac{d^2 w_n}{dx_n^2} \right)_{x_n = a_n l} = \left(EI_{n+1} \frac{d^2 w_{n+1}}{dx_{n+1}^2} \right)_{x_{n+1} = 0} \quad (11)$$

n번째 경간에서의 k번째 모드에 대하여 (5)식을 다시쓰면 다음과 (12)식과 같다.

$$w_{kn} = A_{kn} \sin(\lambda_{kn} x_n) + B_{kn} \cos(\lambda_{kn} x_n) + C_{kn} \sinh(\lambda_{kn} x_n) + D_{kn} \cosh(\lambda_{kn} x_n) \quad (12)$$

(12)식에서 λ_{kn} 은 n번째 경간의 k번째 진동모드에 대한 값이다. (7)~(11)식의 단부조건 및 연속조건을 (12)식에 대입하면, 상수 A_{kn} , B_{kn} , C_{kn} 및 D_{kn} 사이의 관계식은 다음 (13)~(16)식과 같다²⁾.

$$D_{kn} = -B_{kn} \quad (13)$$

$$A_{kn} = \frac{-B_{kn} \cos(\lambda_{kn} a_n l) + B_{k(n+1)} [\lambda_{k(n+1)}^2 / \lambda_{kn}^2] [EI_{n+1} / EI_n]}{\sin(\lambda_{kn} a_n l)} \quad (14)$$

$$C_{kn} = \frac{B_{kn} \cosh(\lambda_{kn} a_n l) - B_{k(n+1)} [\lambda_{k(n+1)}^2 / \lambda_{kn}^2] [EI_{n+1} / EI_n]}{\sinh(\lambda_{kn} a_n l)} \quad (15)$$

$$B_{kn} H_{kn} - B_{k(n+1)} \left[\frac{\lambda_{k(n+1)}^2}{\lambda_{kn}^2} \frac{EI_{n+1}}{EI_n} G_{kn} + \frac{\lambda_{k(n+1)}}{\lambda_{kn}} G_{k(n+1)} \right] \\ + B_{k(n+2)} \frac{\lambda_{k(n+2)}^2}{\lambda_{kn} \lambda_{k(n+1)}} \frac{EI_{n+2}}{EI_{n+1}} H_{k(n+1)} = 0 \quad (16)$$

연속보의 양단이 단순지지된 경우 상수 C_{k1} 과 $C_{k(N+1)}$ 은 “0”이며, (16)식에서 G_{kn} 과 H_{kn} 의 내용은 다음 (17), (18)식과 같다.

$$G_{kn} = \coth(\lambda_{kn} a_n l) - \cot(\lambda_{kn} a_n l) \quad (17)$$

$$H_{kn} = \operatorname{csch}(\lambda_{kn} a_n l) - \operatorname{csc}(\lambda_{kn} a_n l) \quad (18)$$

연속보의 기하학적 형상을 나타내는 N , ρ_n , EI_n , a_n 및 L 이 주어진 경우 (16)식은 G_{kn} 과 H_{kn} 으로 이루어지는 계수를 갖는 상수 $C_{k2} \sim C_{kN}$ 에 대한 $(N-1)$ 개의 제차 대수방정식(homogeneous algebraic equation)의 형태로 표현된다. 상수 $C_{k2} \sim C_{kN}$ 은 “0”이 아니므로 G_{kn} 과 H_{kn} 으로 형성되는 계수로 이루어지는 행렬값을 “0”이라 놓으면, $k=1,2,3,\dots$ 에 대응되는 $\lambda_{k1}, \lambda_{k2}, \dots, \lambda_{kN}$ 을 구할 수 있다. 여기서 결정된 근과 (13)~(15)식을 이용하면 (12)식으로부터 각 모드에 대응되는 진동형을 구할 수 있다.

본 연구에서는 집중하중 F 가 일정속도 v 로 이동하는 경우 연속보의 동적응답을 얻기 위하여 모드중첩법³⁾을 이용하였으며, 그 과정을 정리하면 다음과 같다.

연속보 전체구간의 진동형 $W_k(x)$ 는 다음 (19)식과 같이 각 경간 진동형의 합으로 나타낼 수 있다.

$$W_k(x) = \sum_{n=1}^N w_{kn} \quad (19)$$

수직방향 처짐 및 하중을 $W_k(x)$ 의 급수로 확장하면 각각 (20), (21)식과 같다.

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k(t) W_k(x) \quad (20)$$

$$\frac{1}{\rho_n(x)} q(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k(t) W_k(x) \quad (21)$$

(20)식에서 Q_k 는 k 번째 모드의 진폭이며, (21)식에서 P_k 는 하중요소(load factor)이다. 하중요소 P_k 는 (21)식에 $\rho_n(x)$ 와 $W_j(x)$ 를 곱하고, 연속보 전체지간 $0 \leq x \leq L$ 까지 적분하므로써 (22)식과 같이 구할 수 있으며, 이 과정에서 (23)식에 나타낸 normal mode의 직교성을 이용한다.

$$P_k(t) = \frac{1}{R_k} \int_0^L q(x, t) W_k(x) dx \quad (22)$$

$$\int_0^L \rho_n(x) W_k(x) W_j(x) dx = \begin{cases} 0, & \text{if } j \neq k \\ R_k, & \text{if } j = k \end{cases} \quad (23)$$

여기서,

$$R_k = \sum_{n=1}^N \rho_n \int_0^{a_n l} w_{kn}^2 dx_n \quad (24)$$

(20), (21)식을 (1)식에 대입하면 다음 (25)식과 같으며, 이 식에서 $(\cdot) = d/dt$ 를 의미한다.

$$\ddot{Q}_k(t) + \omega_k^2 Q_k(t) = P_k(t) \quad (25)$$

$x=0, t=0$ 에서 출발하여 일정속도 v 로 이동하는 일정크기 F 인 수직방향하중은 다음 (26)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$q(x, t) = F \cdot \delta(x - vt) \quad (26)$$

지간길이가 L 인 연속보 위에 작용하는 전체하중은 다음 (27)식과 같다.

$$\int_0^L F \cdot \delta(x - vt) dx = \begin{cases} F, & 0 \leq vt \leq L \\ 0, & vt > L \end{cases} \quad (27)$$

(22)식에 (26), (27)식을 적용하면 $P_k(t)$ 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_k(t) = \frac{FW_k(vt)}{R_k} \quad (28)$$

이상의 관계식을 이용하면 집중하중 F 가 일정속도 v 로 이동하는 경우 연속보의 동적응답을 구할 수 있다. 연속보의 초기진동은 없는 것 즉, $u(x, 0) = \partial u(x, 0) / \partial t = 0$ (또는 $Q_k(0) = \dot{Q}_k(0) = 0$)으로 가정하여 (25)식의 미분방정식을 해석하고, (20)식으로부터 수직방향처짐 $u(x, t)$ 를 결정한다. 또한 각 경간에서의 휨모멘트는 다음 (29)식으로부터 구할 수 있다.

$$M_n(x, t) = EI_n \sum_{k=1}^{\infty} Q_k(t) \frac{d^2 W_k(x)}{dx^2} \quad (29)$$

연속보의 제원 N, ρ_n, EI_n, a_n, L 및 이동하중의 특성인 F, v 가 입력되는 경우 대상 연속보의 자유진동 및 동적응답을 얻을 수 있도록 FORTRAN77어로 컴퓨터 프로그래밍 하였다. 본 연구에서는 동적응답해석의 결과로서 이동 집중하중의 작용점과 각 내부지간의 중앙단면에서의 수직처짐 및 휨모멘트의 시간이력곡선이 출력되도록 프로그램을 작성하였다.

3. 최적함수

구조물 설계의 효율성을 실제적이면서도 단순한 형태로 표현하기 위한 많은 방법들⁴⁾이 있지만, 본 연구에서는 (30)식에 나타낸 바와 같이 4개의 무차원항으로 구성되는 최적함수 ϕ 를 결정하고자 한다. (30)식에서 M 은 구조물의 총질량으로 구조물의 규모 및 요구되는 일의 정도, σ 는 이동하중이 작용하는 동안 구조물에 발생하는 최대응력으로 구조부재의 재료선택을 반영하기 위한 것이다. 또한 $\Delta\sigma$ 는 이동하중이 작용하는 동안 최대응력이 발생하는 경간과 최소응력이 발생하는 경간에서 휨응력의 차이로서 구조재료의 효율적인 이용, y 는 이동하중 작용점에서의 rms처짐으로 운전자의 승차감 즉 사용성을 반영하기 위한 것이다.

$$\phi = V_1 \frac{M}{M_r} + V_2 \frac{\sigma}{\sigma_r} + V_3 \frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_r} + V_4 \frac{y}{y_r} \quad (30)$$

(30)식에서 $V_1 \sim V_4$ 는 가중치(weight value)이며, 총질량 M 은 다음 (31)식으로 부터 직접 산출할 수 있다.

$$M = \sum_{n=1}^N \rho_n \alpha_n l \quad (31)$$

또한 (30)식에서 M_n , σ_n , $\Delta \sigma_n$ 및 y_n 은 기준제원을 갖는 구조에 대한 총질량 및 응답값이다. 따라서 가중치 $V_1 \sim V_4$ 를 1이라 하면 기준제원을 갖는 구조에 대한 최적함수 $\phi=4$ 이며, 이보다 효율적인 경우는 $\phi < 4$, 비효율적인 경우는 $\phi > 4$ 이다.

표 1은 본 연구에서 기준제원으로 택한 3경간 연속보의 제원을 나타낸 것이다.

표 1. 기준제원을 갖는 연속보

내 용	경 간		
	n=1	n=2	n=3
$EI_n(\text{kgf} \cdot \text{cm}^2)$	134400	134400	134400
$\rho_n(\text{kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^2)$	3.834×10^{-5}	3.834×10^{-5}	3.834×10^{-5}
$\alpha_n(\text{cm})$	150	150	150

결과적으로 본 연구에서는 표 1에 나타낸 경간길이가 일정한 등단면 3경간 연속보를 기준으로 전체지간길이 L 이 동일한 여러 가지 제원을 갖는 연속보에 대한 효율성을 (30)식의 최적함수로 표현하므로써 근사적인 최적제원을 결정한다.

4. 해석에 및 고찰

본 연구에서는 표 1에 나타낸 제원을 갖는 3경간 연속보를 기준으로 최적함수를 결정하기 위하여 전체지간의 중앙인 $x=L/2$ 을 기준으로 대칭구조 즉, $\alpha_1=\alpha_3$, $\alpha_2=3-2\alpha_1$, $EI_1=EI_3$, $\rho_1=\rho_3$ 인 3경간 연속보를 택하였다. 한편 보를 이루는 단면이 전체지간에서 단면높이가 h 로 일정하고, 내부 지점에서 단면폭만 불연속적으로 변화한다면 단위길이당 질량, 휨강성 및 단면계수 $S_n=2I_n/h$ 의 비는 다음 (32)식과 같이 모두 일정한 값 β 를 갖는다.

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho_2}{\rho_3} = \frac{EI_2}{EI_1} = \frac{EI_2}{EI_3} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{S_2}{S_3} = \beta \quad (32)$$

표 2는 최적함수를 결정하기 위하여 사용한 각 경간의 단위길이당 질량, 휨강성 및 경간길이비를 표 1에 나타낸 등단면 연속보에 대한 제원비로서 나타낸 것이다. 본 연구에서는 해석량을 줄이고 개략적인 최적제원을 결정하기 위하여 단위길이당 질량 및 휨강성을 총 8조의 X좌표값, 경간 길이비를 총 9조의 Y좌표값으로 하는 총 72개 조합에 대하여 이동 집중하중의 속도별 동적응답해석을 실시하였다.

동적응답해석결과 얻어진 휨모멘트 및 처짐의 시간이력을 이용하여 σ , $\Delta \sigma$ 및 y 를 결정하였으며, 이를 기준제원을 갖는 연속보에 대한 동적응답해석 결과로부터 산출된 σ_n , $\Delta \sigma_n$ 및 y_n 로서 정규화하여 최적함수를 결정하였다. 최적함수 결정시 가중치 $V_1 \sim V_4$ 는 "1"을 적용하였으며, 따라서 기준제원을 갖는 연속보에 대한 $\phi=4$ 이다.

그림 2~4는 무차원 속도계수(p/ω , dimensionless speed parameter)가 각각 0.02, 0.1 및 0.2인 경우 단위길이당 질량 및 휨강성을 X축, 경간길이비를 Y축으로 하여 최적함수 ϕ 를 Z축에 나타낸 것으로 X, Y축의 확장계수(expansion factor)를 5로 하여 부드럽게 처리한 것이다. 여기서 p 는 차량의

표 2. 연속보의 제원

X	단위길이당 질량			휨강성			Y	경간길이비		
	ρ_1/ρ_r	ρ_2/ρ_r	ρ_3/ρ_r	EI_1/EI_r	EI_2/EI_r	EI_3/EI_r		α_1	α_2	α_3
4	0.6	1.0	0.6	0.6	1.0	0.6	4	0.60	1.80	0.60
3	0.7	1.0	0.7	0.7	1.0	0.7	3	0.70	1.60	0.70
2	0.8	1.0	0.8	0.8	1.0	0.8	2	0.80	1.40	0.80
1	0.9	1.0	0.9	0.9	1.0	0.9	1	0.90	1.20	0.90
0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0	1.00	1.00	1.00
-1	1.0	0.9	1.0	1.0	0.9	1.0	-1	1.05	0.90	1.05
-2	1.0	0.8	1.0	1.0	0.8	1.0	-2	1.10	0.80	1.10
-3	1.0	0.7	1.0	1.0	0.7	1.0	-3	1.15	0.70	1.15
							-4	1.20	0.60	1.20

통과주기(transit ratio)로서 그 내용은 다음 (33)식과 같으며, ω 는 등단면 단순보의 제1고유각진동수로서 다음 (34)식과 같다.

$$p = \frac{\pi V}{l} \tag{33}$$

$$\omega = \frac{\pi^2}{150^2} \sqrt{\frac{1.344 \times 10^5}{3.834 \times 10^{-5}}} = 26 \text{ rad/sec} \tag{34}$$

그림 2에서 무차원 속도계수가 0.02인 경우 최적함수 ϕ 는 (X,Y)=(-2,0)에서 3.31, (X,Y)=(-3,0)에서 가장 작은 3.04를 나타내고 있다. 따라서 기준제원을 갖는 연속보에 대한 최적함수가 4인 점을 감안하면, (X,Y)=(-2,0)와 (X,Y)=(-3,0)인 제원을 갖는 연속보로서 설계하는 경우 기준제원을 갖는 연속보에 비해 각각 17.3% 및 24.0%정도 설계효율이 개선됨을 알 수 있다. 또한 그림 3, 4에서 주요한 최적함수 ϕ 를 나타내는 제원 및 최적함수는 $p/\omega=0.1$ 인 경우 (X,Y)=(-2,0)에서 3.11, (X,Y)=(-3,0)에서 3.49, $p/\omega=0.2$ 인 경우 (X,Y)=(-2,0)에서 3.49, (X,Y)=(-3,0)에서 3.45이다.

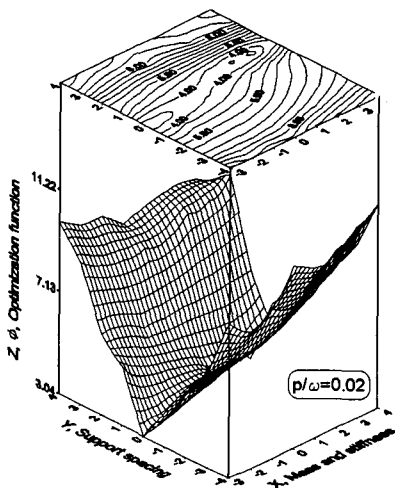


그림 2. $p/\omega=0.02$ 인 경우 최적함수

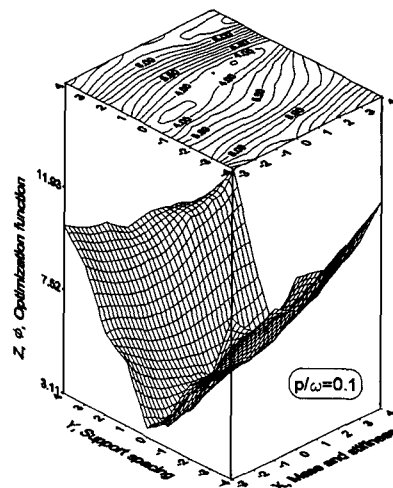


그림 3. $p/\omega=0.1$ 인 경우 최적함수

따라서 무차원 속도계수가 0.02~0.2의 범위인 경우 기준제원을 갖는 연속보에 비해 (X,Y)=(-2,0)의 제원을 갖는 연속보는 12.8~22.0%, (X,Y)=(-3,0)의 제원을 갖는 연속보는 12.8~24.0%정도의 개선된 설계효율을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

이상의 결과들에서 무차원 속도계수 0.02는 평균 지간길이가 150 cm인 기준제원을 갖는 연속보에서의 이동속도 25 cm/sec, 0.2는 250 cm/sec에 해당되는 속도이지만, 만일 평균 지간길이가 20 m, 제1고유각진동수가 26 rad/sec인 교량인 경우 실제속도는 각각 약 12 km/h(0.02)와 120 km/h(0.2)에 해당된다.

한편 본 논문에서 수록하지는 않았지만 단위길이당 질량, 휨강성 및 경간길이비에 따른 σ/σ_s , $\Delta\sigma/\Delta\sigma_s$ 및 y/y_s 의 변화 중 $\Delta\sigma/\Delta\sigma_s$ 의 변화는 다른 인자들에 비해 값이 비교적 커서 최적함수 ϕ 를 지배하는 인자임을 알 수 있었다.

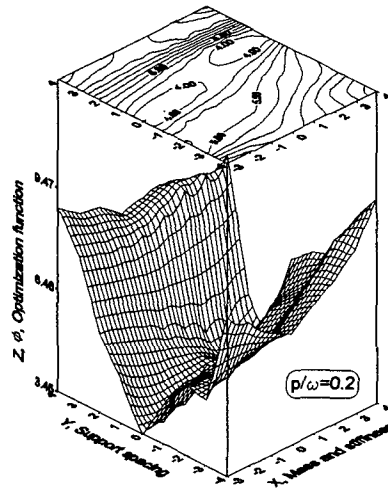


그림 4. $p/\omega=0.2$ 인 경우 최적함수

5. 요약 및 결론

이 논문은 이동 집중하중이 작용하는 3경간 연속보의 동적응답특성을 고려한 근사적인 최적제원에 관한 연구이다. 본 연구에서는 경간별로 단면이 불연속적으로 변화하는 연속보의 고유진동수 및 진동형을 산출하고, 모드중첩법을 이용하여 이동 집중하중을 받는 연속보의 동적응답해석을 수행할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 작성하였다. 한편 설계변수들의 변화에 따른 효율성을 정량적으로 나타내기 위하여 컴퓨터 프로그램의 실행결과로서 얻어지는 최대 동적응력, 경간사이의 응력차이, 이동 집중하중이 작용하는 점에서의 rms처짐 및 전체지간의 총질량 등 4가지 무차원 변수들로 구성되어지는 최적함수를 결정하였다.

일반적인 설계가능영역내에서 3경간 연속보의 제원을 변화시키면서 무차원 속도계수 0.02, 0.1 및 0.2에 대한 동적응답해석을 실시하여 응답값을 얻고, 이를 기준제원을 갖는 연속보에 대한 응답값으로 정규화하여 최적함수를 결정하였다. 일련의 수치해석결과 표 2에서 (X,Y)=(-2,0)로 표현된 제원을 갖는 연속보인 경우 기준제원을 갖는 등단면 연속보에 비해 12~22%, (X,Y)=(-3,0)의 제원을 갖는 연속보는 12~24%정도 설계효율이 개선됨을 알 수 있었다.

감사의 글

이 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비 지원에 의하여 이루어진 것으로 연구비를 지원해 준 재단당국에 감사드립니다.

참고 문헌

1. Fertis, D.G, Dynamics and Vibration of Structures, John Wiley & Sons, 1973.
2. Biggs, J.M., Introduction to Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1982.
3. Frýba, L., Vibration of Solids and Structures under Moving Loads, Noordhoff International Publishing, 1972.
4. Fox, R.L., Optimization Methods for Engineering Design, Addison-Wesley, 1971.