

레이레이 페이딩환경에서의 다중반송파
CDMA방식에 관한 연구
A Study on Multi-Carrier CDMA in Rayleigh
Fading Channel

홍 우 상 · 한 영 열
(한양대학교 전자통신공학과)

Woosang Hong · Youngyearl Han
(Dept. of Electronic Communication Engineering, Hanyang University)

Abstract

In this paper, we apply a digital modulation scheme called Multi-Carrier Code Division Multiple Access (MC-CDMA) in which data symbols are transmitted at multiple subcarriers. Each subcarrier is encoded with a phase offset of $-\pi$ or π based on a pseudo-random noise(PN) sequence. MC-CDMA scheme is introduced to combat against the multipath fading. We analyze above system and derive the average probability of error in AWGN and Rayleigh fading environment

1. 서 론

본 논문은 실내 무선통신환경에서 다중반송파 CDMA라고 하는 확산대역 전송방식의 성능을 분석한다. 이 방식은 일반적으로 10-56 ns정도의 작은 rms 지연확산(delay spread)을 가지는 실내환경에서 알맞은 기법이다. 협대역통신은 인접신호간섭에 비교적 강한 특성을 가지고 있으나 비선택적 페이딩환경에서는 적합하지 못하다. 그래서 모든 신호 대역에 대하여 심한 페이딩을 피하기 위해 확산대역전송방식이 사용되어질 수 있다.

다중경로 채널을 특징짓는 데는 지연확산과 코히어런스대역폭(coherence bandwidth) 두 가지 요소를 들 수 있다. 지연확산 T_d 는 채널 임펄스 응답의 길이를 측정하는 것이며 반면 코히어런스대역폭 Δf_c 는 주파수들 사이에 일어나는 페이딩의 연관성의 측정

치이다. 이 두요소는 서로 반비례관계를 가지고 있다. 만약 두개의 주파수가 코히어런트 대역폭안에 놓여있다면 연관된 페이딩을 겪을 것이다[1]. 협대역통신의 경우에 있어서, 즉 신호들간의 간격이 지연확산보다 훨씬 큰 경우에 그 신호는 인접한 전송신호간에 생기는 상호간섭을 무시할 수 있을 정도로 작게 겪는다. 그러나 신호의 대역이 코히어런트대역폭보다 훨씬 작다면 반대의 현상이 생길 것이다.

일반적인 CDMA시스템에서는 사용자신호를 전송시키는데 필요한 대역보다 더 큰 대역에 대해 신호의 에너지를 확산함으로써 페이딩에 대응할 수가 있다. 칩주기가 T_b/N 인 시퀀스와 각 사용자의 신호를 곱함으로써 넓은 대역폭을 가질 수 있다. 시퀀스의 주기 N 이 충분히 크다면 신호의 대역은 코히어런트대역폭보다도 훨씬 커진다. 이러한 신호는 주파수 선택적 페이딩을 겪게되어 모든 신호가 심한 페이딩을 겪지는 않는다. 하지만 신호가 큰 지연확산에 의해 손상되고, 상당한 인접칩간섭(interchip interference)을 겪게된다.

다중반송파 CDMA는 지연확산으로 인한 역효과 없이 신호를 확산시키는 것이 주된 목적이다. 이 시스템에서는 정보신호를 N 개의 협대역 다중 반송파로 전송시키는데, 각 반송파들은 $-\pi$ 혹은 π 의 위상전이를 가지는 의사잡음 부호로 부호화 되어진다. 반송파의 개수와 이들의 간격을 적절히 선택한다면 모든 반송파가 깊은 페이딩을 겪게 되지 않으며 주파수 다이버시티가 취해진다.

다중반송파 CDMA신호는 지연확산보다 훨씬 큰 주기를 가지는 N 개의 협대역 반송파신호로 구성되어있으므로 인접칩간섭과 인접신호간섭을 줄일 수가 있다.

II. 송신기 모델

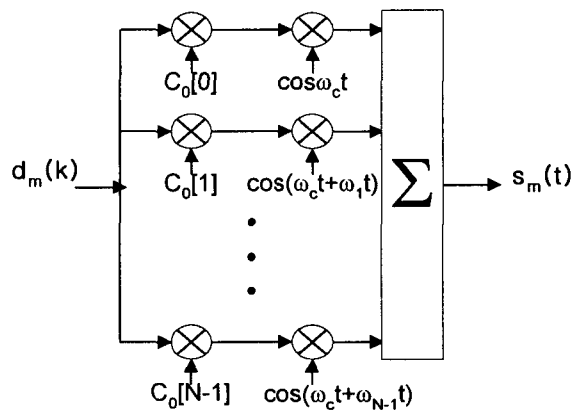
다중반송파 CDMA 신호의 발생은 다음과 같은 방법으로 기술할 수 있다. 하나의 정보비트는 N 개로 복사되어 각 가지로 들어가서 길이 N 인 의사잡음부호의 한 칩과 곱해진 후 F/T_b Hz (F 는 상수)만큼의 간격을 두고 떨어져 있는 반송파들 중 하나와 BPSK으로 변조된다. 이러한 송신신호는 각각의 출력의 합으로 표시된다. 그러한 과정으로 인하여 부호화된 신호를 포함하는 반송파들로 구성된 다중반송파 신호를 만들어 낼 수 있다.

그림1에서 보는 바와 같이 m 번째 사용자의 k 번째 신호비트 $d_m(k)$ 에 해당하는 송신신호는

$$s_m(t) = \sum_{i=0}^{N-1} d_m(k) c_m(i) \cos(2\pi f_c t + \frac{2\pi F}{T_b} i t) \quad (1)$$

$$c_m(i) \in \{-1, 1\}$$

이다. 여기서 $c_m(0), c_m(1), \dots, c_m(N-1)$ 은 m 번째 사용자가 사용하는 의사잡음 부호에 해당한다.



<그림 1> 다중부반송파를 이용한 송신기 모델

III. 채널 모델

채널은 $2/T_b \ll \Delta f_c \ll F/T_b$ 인 조건을 만족하는 주파수 선택적 레일레이 페이딩 채널로 가정한다. 이 모델은 전송대역폭이 $1/T_b$ 인 각 변조된 부반송파들이 심각한 이산(離散)을 겪지 않는다는 것을 의미한다. 또한 신호의 크기와 위상이 주기 T_b 에 대하여 일정하다고 생각할 수 있다. m 번째 사용자에게 대한 주파수 영역에서 채널의 전사함수는 다음과 같이 표현된다.

$$H_m(f_c + \frac{F}{T_b}) = \rho_{m,i} e^{j\phi_{m,i}} \quad (2)$$

여기서 $\rho_{m,i}$ 은 각각 상호 독립적이고 동일한 레일레이 확률변수이고 $\phi_{m,i}$ 은 상호 독립

립적이고 동일한 구간 $(0, 2\pi)$ 에서의 균일 확률변수이다. 또 이것들은 각각 주파수 $f_c + F/T_b$ 에서의 m 번째 사용자채널의 임의의 크기와 위상이다.

IV. 수신기 모델

M개의 송신기에 대하여 수신신호는 다음과 같다.

$$r(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{N-1} \rho_{m,i} d_m(k) c_m(i) \times \cos(2\pi f_c t + \frac{2\pi F}{T_b} i t + \phi_{m,i}) + n(t) \quad (3)$$

여기서 $n(t)$ 는 가산백색 가우시안잡음이다. m 번째 사용자의 i 번째 부반송파의 평균전력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \overline{p_{m,i}} &= E \left[\rho_{m,i} \cos(2\pi f_c t + \frac{2\pi F}{T_b} i t + \phi_{m,i}) \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} E[\rho_{m,i}^2] \end{aligned} \quad (4)$$

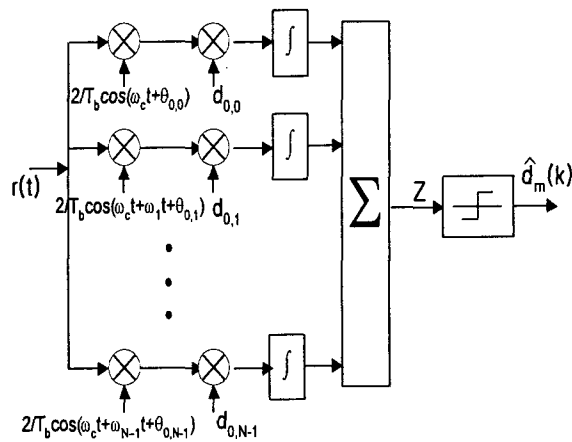
모든 부반송파의 평균전력은 동일하다고 가정한다. 그러므로 m 번째 사용자의 총 평균전력 $\overline{p_m} = N \overline{p_{m,i}}$ 이다. 분석에 있어 원하는 신호의 정확한 동기를 가정한다. k 번째 비트에 대하여 결정변수는

$$\begin{aligned} Z &= \frac{2}{T_b} \int_0^{T_b} \left[\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{N-1} \rho_{m,i} d_m(k) c_m(i) b_i \right. \\ &\quad \times \cos(2\pi f_c t + 2\pi i \frac{F}{T_b} t + \phi_{m,i}) \\ &\quad \left. \times \cos(2\pi f_c t + 2\pi i \frac{F}{T_b} t + \widehat{\phi}_{m,i}) \right] dt + \eta \end{aligned} \quad (5)$$

이다. 여기서 백색가우시안잡음에 해당하는 항, η 는

$$\eta = \frac{2}{T_b} \sum_{i=0}^{N-1} \int_0^{T_b} n(t) b_i \times \cos(2\pi f_c t + 2\pi i \frac{F}{T_b} t + \widehat{\phi}_{m,i}) dt \quad (6)$$

이다. 본 논문에서는, 이미 제안된 여러 합성방법들중에서 동일이득합성(Equal Gain Combining), 최대비합성(Maximum Ratio Combining)을 이용한 합성을 고려한다.



<그림 2> 0번째 사용자의 수신기 모델

V. 성능 분석

1. 동일이득합성 (EGC)

동일이득합성에 있어서 이득수정치는

$$b_{0,i} = c_0(i) \quad (7)$$

이다. 그러므로 결정변수는 다음과 같다.

$$Z = d_0(k) \sum_{i=0}^{N-1} \rho_{0,i} + \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{i=0}^{N-1} d_m(k) c_m(i) c_0(i) \rho_{m,i} \cos \Phi_{m,i} + \eta \quad (8)$$

여기서 $\Phi_{m,i} = \widehat{\phi_{0,i}} - \phi_{m,ii}$ 이고 η 는 분산 NN_0/T_b 을 가진다.

의사잡음부호의 위상전이 성질에 의해서 (8)식의 간섭 I 은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$I = \sum_{m=1}^{M-1} d_m(k) \left[\sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} g_{a_j} - \sum_{j=1}^{\frac{N+1}{2}} g_{b_j} \right] \quad (9)$$

여기서 $c_m(a_j)c_0(a_j) = 1$, $c_m(b_j)c_0(b_j) = -1$ 이고 $g_{m,i} = \rho_{m,i} \cos \Phi_{m,i}$ 라 놓았다.

앞에서 언급한 $\overline{p_m} = N \overline{p_{m,i}}$ 과 식(4)을 이용하여 분산을 구해보면

$$\begin{aligned} \sigma_I &= (M-1) \left(\text{Var} \left[\sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} g_{a_j} \right] + \text{Var} \left[\sum_{j=1}^{\frac{N+1}{2}} g_{b_j} \right] \right) \\ &= (M-1) \overline{p_m} \end{aligned} \quad (10)$$

이다. 이제 오류확률을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\Pr(\text{error} | \{\rho_{0,i}\}_{i=0}^{N-1}, \overline{p_m}) \\ &= Q \left(\sqrt{\frac{\left(\sum_{i=0}^{N-1} \rho_{0,i} \right)^2}{(M-1) \overline{p_m} + \frac{NN_0}{T_b}}} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

이때 레일레이 확률변수의 합 $\alpha = \sum_{i=0}^{N-1} \rho_{0,i}$ 의 분포는 큰 N 값에 대하여 중심값정리에 의해 가우시안분포를 가진다. 이 중심값정리를 이용하여 평균오류확률을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pr(\overline{p_m} < \overline{p_m}) &\cong \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\alpha^2}} \exp \left[-\frac{(\alpha - \mu_\alpha)^2}{2\sigma_\alpha^2} \right] \\ &\quad \times Q \left(\sqrt{\frac{\alpha^2}{(M-1) \overline{p_m} + \frac{NN_0}{T_b}}} \right) d\alpha \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $\mu_\alpha = \sqrt{\frac{\pi}{2}} N \overline{p_0}$ 이고 $\sigma_\alpha^2 = (2 - \frac{\pi}{2}) \overline{p_0}$ 이다[2].

2. 최대비합성 (MRC)

최대비합성에 있어서 이득수정치는

$$b_{0,i} = \rho_{0,i} c_0(i) \quad (13)$$

이다. 그러므로 결정변수는 다음과 같다.

$$Z = d_0(k) \sum_{i=0}^{N-1} \rho_{0,i}^2 + \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{i=0}^{N-1} d_m(k) c_m(i) c_0(i) \rho_{0,i} \rho_{m,i} \cos \Phi_{m,i} + \eta \quad (14)$$

여기서 η 는 분산 $\frac{2N_0}{T_b} \overline{p_0}$ 을 가진다.

동일이득합성에서와 같이 간섭성분의 분산을 구해보면

$$\sigma_i = 2(M-1)N \overline{p_{m,i} p_{0,i}} = 2 \frac{M-1}{N} \overline{p_m p_0} \quad (15)$$

이다. 이제 최대비합성의 평균오류확률을 구해보자.

$$\Pr(\text{error} | \{\rho_{0,i}\}_{i=0}^{N-1}, \overline{p_m p_m}) \quad (16)$$

$$= Q \left(\sqrt{\frac{\left(\sum_{i=0}^{N-1} \rho_{0,i}^2 \right)^2}{2 \frac{M-1}{N} \overline{p_m p_0} + \frac{2N_0}{T_b} \overline{p_0}}} \right)$$

확률변수 $\gamma = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \rho_{0,i}^2$ 의 분포는 감마분포(gamma distribution)를 가진다[3]. 이것의 확률밀도함수는

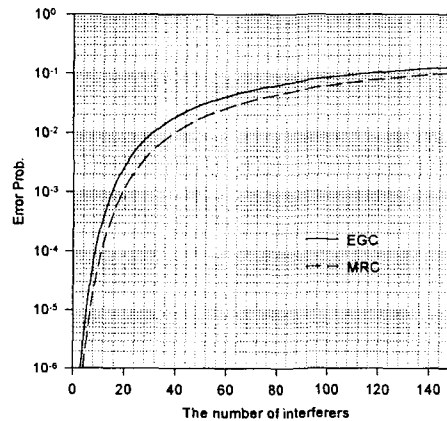
$$f(\gamma | \overline{p_0}) = \frac{\gamma^{N-1} e^{-\gamma/\overline{p_0}}}{\overline{p_0}^N (N-1)!}, \quad \gamma \gg 0 \quad (17)$$

이다. 이것을 이용하여 평균오류확률을 구하면 다음과 같이 구해진다.

$$\Pr(e | \overline{p_m} \overline{p_m}) \cong \int_0^\infty f(\gamma | \overline{p_0}) \times Q \left(\sqrt{\frac{4\gamma^2}{2 \frac{M-1}{N} \overline{p_m p_0} + \frac{2N_0}{T_b} \overline{p_0}}} \right) d\gamma \quad (18)$$

VI. 결 론

본 논문에서 선택적 레일레이페이딩채널에서의 다중반송과 CDMA기술의 성능을 분석했다. 수치계산에 있어서 다른 사용자신호의 평균전력과 원하는 신호의 평균전력을 동일하게 놓았고 신호대잡음비를 10dB로 두고서 두가지방법을 분석한 결과 그림3에서 보는바와 같이 최대비합성이 동일이득합성에 비해 더 나은 성능을 보이고 있음을 알 수 있다. 그리고 성능분석에 있어서는 중심값정리를 이용하여 근사치를 구했다.



<그림 3> 각 합성방법의 평균오류확률

참 고 문 헌

- [1] J. Proakis, Digital Communication, New York McGraw-Hill, 1983
- [2] N. Yee, J. P. Linnartz, "Multi-Carrier CDMA in Indoor Wireless Radio Networks," Proc. PIMRC '93, Yokohama, Japan, 1993,
- [3] J. P. Linnartz, Narrowband Land Mobile Networks, Artech House, Norwood MA, 1993
- [4] S. Kondo and L. B. Milstein, "Performance of Multicarrier DS CDMA

Systems," IEEE Transaction On Communications, VOL. 44, NO. 2, Feb
1996

[5] J. William C, Micro Mobile Communication, Wiley Interscience, 1974