

복합적층 하니콤 코어형 샌드위치 판구조물의 진동특성을 고려한 최적설계

서진*(동아대 대학원 기계공학과), 홍도관(동아대 대학원 기계공학과), 안찬우(동아대
기계·산업 시스템공학부)

Optimum Design of the Laminated Composite Sandwich Plate Structure of Honeycomb Core considering Vibration Characteristics

J. Seo (Mech. Eng. Dept., Dong-A Univ.), D. K. Hong (Mech. Eng. Dept., Dong-A Univ.), C. W. Ahn (Mech.
& Ind. Syst. Eng. Div., Dong-A Univ.)

ABSTRACT

This paper deals with the analysis of the optimum value of honeycomb core considering variable design parameter. As thickness and height of core rises in design parameter, natural frequency of laminated composite plate increases. The angle-ply has the maximum value when the plate of honeycomb core join to opposite direction. This paper shows that the natural frequency of CFRP was higher than that of GFRP and mode shapes were various at angle-ply.

Key Words : Dimension optimization (치수최적화), CFRP (Carbon Fiber Reinforced Plastic : 탄소섬유강화 플라스틱), GFRP (Glass Fiber Reinforced Plastic : 유리섬유강화 플라스틱), Angle-ply (적층각)

1. 서 론

항공기, 자동차, 구조물 등과 같은 특수한 분야에서 복합적층소재의 구조변화를 이용한 연구가 진행되고 있으며 그 적용분야에 있어 더욱 확장될 전망이다. 이것은 무게에 비해 높은 강도와 강성의 요구가 필요하기 때문에 이러한 추세에 맞추어 피로특성과 치수안정성 및 중량에 비해 강도, 강성이 우수하고 고경량화가 가능하며 특히 설계요건에 따라 적층 배열에 있어 유용성을 가진 트러스 코어(Truss core)형의 샌드위치 구조가 일반적으로 사용되고 있다. 샌드위치 구조는 상판과 하판 사이에 코어가 결합되어있는데, 구조물의 방음성과 단열성 및 무게에 비해 높은 강도와 강성을 가진 것이 큰 장점이다.

보강구조물의 특성에 대해 Kim⁽¹⁾ 등은 보강구조에서 다양한 형태의 방정식에 대한 연구를 하였고, Meraghni⁽²⁾ 등은 샌드위치판에 대한 코어 물질의 기계적 특성의 해석에 관해 다루었으며, Leissa⁽³⁾와 Ritz 법을 이용한 Young⁽⁴⁾은 사각판 진동의 해석적 결과를 도출하였다. Mohan⁽⁵⁾ 등은 복합재료 사각판

에 대하여, Crawley⁽⁶⁾는 실험과 FEM을 통해서 CFRP 외팔보판과 혼합적층판의 고유진동수와 모드형상을 구하였으며, Narita⁽⁷⁾ 등은 Ritz 법을 이용하여 고유진동수를 해석하였다.

본 연구에서는 기존의 복합적층판만의 진동해석의 경우와는 달리 실제 복합적층판을 하니콤 코어형 샌드위치 판구조물의 코어로 적용했을 때 복합적층판의 적층각과 하니콤 형태의 치수를 변화시키면서 전체 구조물의 강성에 미치는 영향을 규명하고자 하였다. 또한, 구조물의 고유진동수를 목적함수로 두고 비대칭으로 적층된 적층판의 적층각을 설계변수로 하여 최적설계한 최적적층각을 제시하였다.

2. 진동해석

2.1 고유진동수해석

유한요소해석에서 비감쇠 자유진동에 관한 지배방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (1)$$

선형계에 대해서 자유진동은

$$\{u\} = \{u_0\} \cos \omega t \quad (2)$$

형태의 조화거동을 보이고, 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$([K] - \omega^2[M])\{u_0\} = \{0\} \quad (3)$$

식 (3)에서 $\{u_0\} \neq 0$ 이므로, $|[K] - \omega^2[M]| = 0$ 식에서 고유치 ω^2 을 얻을 수 있고, 고유벡터 $\{u_0\}$ 를 이용하여 모드형상을 나타낼 수 있다.

이를 기본으로 본 해석에서는 Solid 모델과 Shell 모델에 많이 적용되는 Block lanczos method를 이용하였으며, 1 차에서 12 차까지의 고유치와 고유벡터를 구하였다.

2.2 유한요소모델

2.2.1 모델링

본 연구에서 사용한 모델은 일반적인 하나콤포머 샌드위치 구조물로 상판, 하판, 그리고 그 사이에 복합적층판 코어가 접합되어 있다. Fig. 1은 내부의 코어가 하나콤포머인 CFRP와 GFRP의 복합적층판으로 종횡비가 0.87인 비정방형 보강 구조물을 사용하였으며, 물성치와 치수는 Table 1~2에 나타내었다.

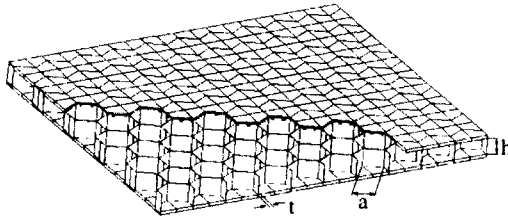


Fig. 1 Shape of structure and core

Table 1 Material properties of core, upper and lower plates

Item list	Description		
	CFRP (core)	GFRP (core)	SM45C (plate)
Material	CFRP (core)	GFRP (core)	SM45C (plate)
ρ [kg/m ³]	1480	1780	7800
E_1 [GPa]	106.20	36.64	210
E_2 [GPa]	6.86	7.18	-
G_{12} [GPa]	3.57	3.82	-
ν_{12}	0.33	0.26	0.3

Table 2 Dimensions of structures

Item list	Description (mm)
Length of structure	103.92
Width of structure	90
Thickness of upper and lower plates	1
Thickness of core (t)	0.05~0.09
Height ratio of core (H)	1~5
Length of honeycomb core (a)	4~6

구조물의 형태를 나타내는 변수들은 무차원화하기 쉽도록 임의로 설정하였다. 모든 모델링과 해석은 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS 5.6에서 이루어졌으며, 해석에 사용한 절점은 6,272~13,801개를 사용하였다. 요소는 8절점 3차원 쉘요소를 사용하였으며, 각각의 자유도는 6자유도 ($U_x, U_y, U_z, Rot_x, Rot_y, Rot_z$)를 가진다. 판으로 이루어진 구조물에 가장 일반적으로 사용되는 쉘요소는 회전 자유도를 가지고 있는 3차원의 평판요소이다.

2.2.2 경계조건

판의 경계조건은 가장 일반적인 접합형태인 완전고정으로 나타내었고, 경계부분에서 모든 절점은 3차원 쉘요소의 6자유도를 모두 고정하여 전단력 및 모멘트가 모두 작용하도록 하였으며, Fig. 2는 복합적층재료 (Laminated composite material)의 적층구조를 나타낸다.

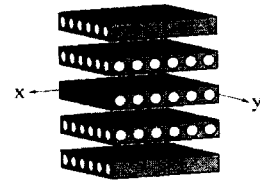


Fig. 2 Laminated composite construction

3. 최적설계

3.1 최적설계의 알고리즘

본 연구에 사용된 최적설계 알고리즘으로는 Sub-problem approximation method⁽⁶⁾로써 각 설계변수 값들을 생성하여 그 데이터 점 위에 최소자승법으로 형성하고 각 최적화 루프가 새로운 데이터 점을 생성하여 목적함수 근사화를 수행하였다. 해석결과를 커브피팅 (Curve-fitting)하여 근사화하므로 빠른 시간 안에 근사해를 구할 수 있는 장점이 있고 복잡한 3차원 형상을 가진 구조물에 적용하기가 용이하다.

$$\tilde{f}(x) = f(x) + error \quad (4)$$

식 (8)은 $\hat{f}(x)$ 에 근사화를 위한 각각의 독립변수와 오차함수 (Penalty function)를 포함하고 있으며 이를 최소화시키면,

Minimize :

$$\hat{f}(x) = f(x)$$

Subject to :

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

$$\hat{g}_i(x) \leq \bar{g}_i + \alpha_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_1)$$

$$\underline{h}_i - \beta_i \leq \hat{h}_i(x) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_2)$$

$$\underline{\omega}_i - \gamma_i \leq \hat{\omega}_i(x) \leq \bar{\omega}_i + \gamma_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_3)$$

f = Objective function

x = Design variable

n = Number of design variable

g_i, h_i, ω_i = State variable

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ = Tolerances

Minimize :

$$F(x, p_k) = \hat{f} + f_o p_k \left[\sum_{i=0}^{m_1} X(x_i) + \sum_{i=0}^{m_2} G(\hat{g}_i) + \sum_{i=0}^{m_3} H(\hat{h}_i) + \sum_{i=0}^{m_3} W(\hat{\omega}_i) \right]$$

가 된다.

4. 결과 및 고찰

4.1 CFRP의 유한요소해석

하니콤파 코어형 샌드위치 구조물의 설계 파라미터 중 보강구조의 형태를 나타내는 하니콤파의 길이 (a), 두께 (Thickness: t), 높이비 (Height ratio: $H = h \times a$)의 각각 3 가지 변화와 적층각 5 가지 변화에 대하여 총 135 가지 경우를 고려하여 고유진동수해석을 실행하였다. Fig. 3~5는 하니콤파의 한 변의 길이와 두께 및 높이비가 증가할수록 고유진동수는 증가하는 경향을 보인다. 섬유방향의 영향에 있어서는 $[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$ 의 역대칭 적층형태에서 고유진동수가 가장 크게 나타났으며, 단일방향 대칭 적층형태인

$[45^\circ]_{20S}$, $[0^\circ]_{20S}$, $[0^\circ/90^\circ]_{10T}$, $[90^\circ]_{20S}$ 의 순서로 나타났다.

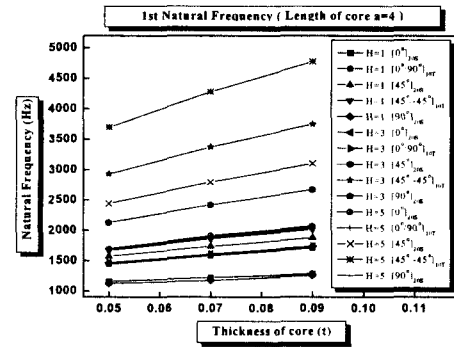


Fig. 3 1st Natural frequency according to thickness and height ratio (length of core a=4)

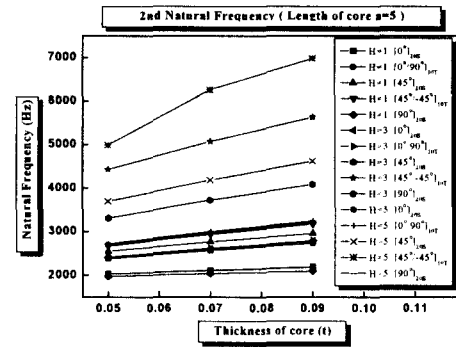


Fig. 4 2nd Natural frequency according to thickness and height ratio (length of core a=5)

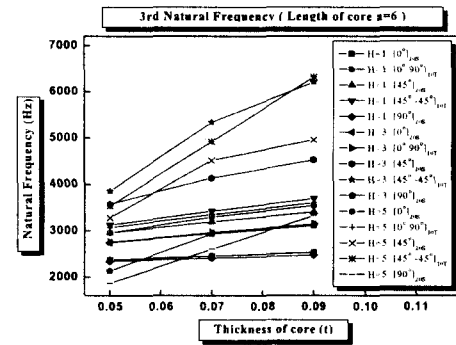


Fig. 5 3rd Natural Frequency according to Thickness and height ratio (length of core a=6)

4.2 GFRP의 유한요소해석

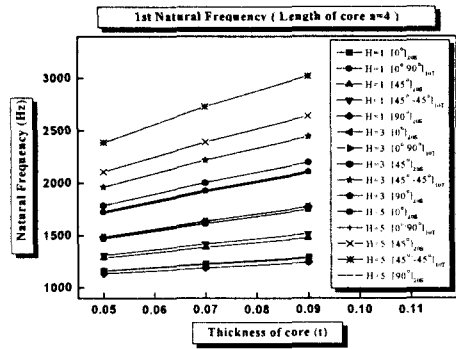


Fig. 6 1st Natural frequency according to thickness and height ratio (length of core a=4)

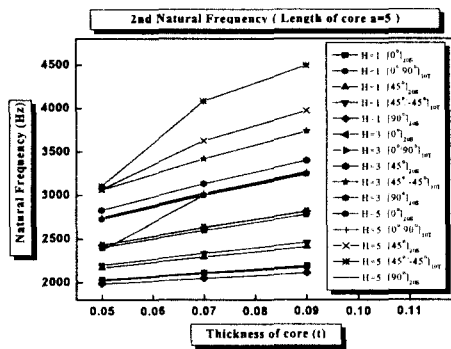


Fig. 7 2nd Natural frequency according to thickness and height ratio (length of core a=5)

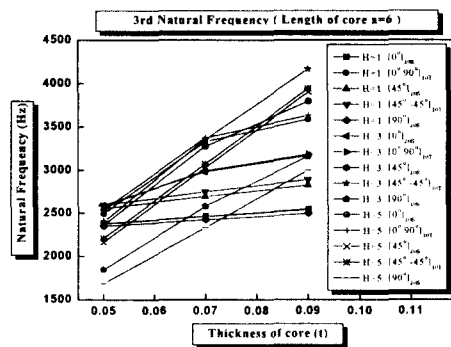


Fig. 8 3rd Natural frequency according to thickness and height ratio (length of core a=6)

CFRP에 비해서 비교적 약한 직교이방성을 갖는 GFRP 소재의 하니콤 코어형일 경우도 4.1에서와 동일한 방법으로 해석을 실행하였다.

Fig. 6~8은 하니콤의 한 번의 길이와 두께 및 높

이비가 증가할수록 고유진동수는 증가하는 경향을 보인다. 섬유방향의 영향에 있어서는 고유진동수가 1, 2 차의 경우에는 $[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$ 의 역대칭 적층형태에서 가장 크게 나타났으며, 단일방향 대칭 적층형태인 $[45^\circ]_{20S}$, $[0^\circ]_{20S}$, $[0^\circ/90^\circ]_{10T}$, $[90^\circ]_{20S}$ 의 순서로 나타났다. 그러나, 3 차 고유진동수의 경우에는 1, 2 차와 달리 높이비가 3 과 5 일 경우 다양한 형태 순서로 고유진동수가 나타나는 것을 알 수 있었다.

4.3 복합적층판 코어의 치수최적설계

앞의 해석결과에서 복합적층 하니콤 코어형 샌드위치 판구조물의 설계변수 중 보강구조의 두께와 높이비가 증가함에 따라 고유진동수가 증가하는 경향을 나타내었다. 따라서, CFRP와 GFRP의 상, 하 적층각 θ_A, θ_B 의 2 가지를 설계변수로 하여 목적함수인 구조물의 고유진동수가 최대가 되는 최적설계를 수행하였다.

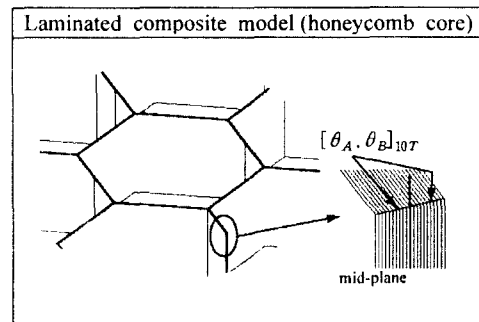


Fig. 9 Design variables

Fig. 9는 설계변수인 복합적층판의 적층각 θ_A, θ_B 를 나타내고 있으며, 설계변수의 범위는 -90° 에서 90° 이고, 초기값을 0° 로 하였다. Table 3은 구조물의 고유진동수가 최대가 되는 복합적층판 하니콤 코어의 최적적층각을 나타내었다.

4.4 모드형상

CFRP와 GFRP의 모드형상을 Contour로 나타내었다. a=4 일 경우에는 1 차 모드형상을 a=5 와 6 일 경우에는 각각 2, 3 차 모드형상을 나타내었다. Table 4에서는 높이비가 5 이고, 두께가 0.09 일 때의 (+)는 모드형상의 방향이 상방향을 나타내고, (-)는 하방향을 나타낸다. 코어의 개수가 증가함에 따라 고차모드로 갈수록 적층각에 방향성이 일정하지 않고 다양하게 나타났다. 하니콤의 경우에는 CFRP와 GFRP의 5 가지 적층각에 대한 1 차 모드형상의 방향성은 일치하며, 고차모드일 경우 적층각에 의한 방

Table 3 The optimum angle-ply of maximum natural frequency

			1st	2nd	3rd
CFRP	a = 4	[Hz]	4779.658	7107.826	7823.502
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$
	a = 5	[Hz]	4746.31	6981.778	7653.452
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$
	a = 6	[Hz]	4696.379	6677.796	6931.928
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[39.2^\circ/-40.61^\circ]_{10T}$	$[31.95^\circ/-37.14^\circ]_{10T}$
GFRP	a = 4	[Hz]	3020.783	4566.419	5065.856
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$
	a = 5	[Hz]	2296.524	4495.796	4976.362
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$
	a = 6	[Hz]	2967.007	4246.465	4412.478
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[31.97^\circ/-35.35^\circ]_{10T}$	$[22.71^\circ/-29.08^\circ]_{10T}$

Table 4 Mode shapes according to angle-ply of laminated composite and division of structure (H = 5, $\tau = 0.09$)

		$[0^\circ]_{20S}$	$[0^\circ/90^\circ]_{10T}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$	$[45^\circ]_{20S}$	$[90^\circ]_{20S}$
CFRP	a = 4 (1st)					
	a = 5 (2nd)					
	a = 6 (3rd)					
GFRP	a = 4 (1st)					
	a = 5 (2nd)					
	a = 6 (3rd)					

5. 결론

본 연구에서 복합적층 하니콤 코어형 샌드위치 판 구조물의 설계 파라미터에 대해 치수를 변화시켜가면서 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 복합적층 하니콤 코어형 샌드위치 판구조물의 설계 파라미터 중 복합적층판 코어의 높이비와 두께가 증가함에 따라 고유진동수가 증가한다.
2. 복합적층 하니콤 코어형 샌드위치 판구조물에서 복합적층판 코어의 적층각은 역대칭 적층일 경우 고유진동수가 증가하였으며, 적층각에 따른 고유진동수가 최대가 되는 최적적층각을 제시하였다.
3. 복합적층판 소재인 CFRP와 GFRP 중 비교적 강한 직교이방성을 갖는 CFRP의 고유진동수가 더욱 증가하였으며, 모드형상은 복합적층판의 적층각에 따라서 고차일 경우 다양하게 나타남을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) Beomkeun Kim, Richard M. Christensen, "Basic two-dimension core types for sandwich structure", *International Journal of Mechanical Science*, Vol 42, pp. 655~676, 2000
- (2) F. Meraghni, F. Desrumaux, M. L. Benzeggagh, "Mechanical behaviour of cellular core for structural sandwich panels", *Journal of Composite, Part A* 30, pp. 767~779, 1990
- (3) Leissa, A. W., "The Free Vibration of Rectangular Plates", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 31, pp. 257~293, 1973
- (4) Young, D., "Vibration of Rectangular Plates by the Ritz Method", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 17, pp. 48~453, 1950
- (5) Mohan, D. and Kingsbury, H, B, "Free Vibration of Generally Orthotropic Plates, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol 50, pp.266~269, 1971
- (6) Crawley, E. F. , "The Natural Modes of Graphite/Epoxy Cantilever Plates and Shells", *Journal of Composite Materials*, Vol. 13, pp. 195~205, 1979
- (7) Y. Narita and A. W. Leissa, "Frequencies and Mode Shapes of Cantilevered Laminated Composite Plates", *Journal of Sound and Vibration* 154(1), pp. 161~172, 1992
- (8) Schmit, L. A., "Some approximation concepts for structural synthesis", *AIAA Journal*, Vol. 27, No.