

사각 평판에서 홀의 크기와 위치에 따른 자유진동해석

최경호*, 최태원, 김형준(동아대 대학원 기계공학과),
안찬우, 김현수(동아대학교 기계산업시스템공학부)

Free Vibration Analysis of Size and Position of hole in Square Plate

H. J. Kim*, T. W. Choi, K. H. Choi(Mech. Eng. Dept., DAU),
C. W. Ahn, H. S. Kim(Mech. & Ind. Syst. Eng. Div., DAU)

ABSTRACT

In this study, it is attempted to obtain the optimized size of holes in 15 square plate models where a hole exists on every quadrant of a plate, and to get eigenvalues and mode shapes by performing free vibration analysis for each model. For free vibration analysis and optimization of hole sizes, the uniaxial tension is applied for the loading condition. From the results of this study, it is known that more stable structures can be designed by changing the natural frequency depending on the location and the optimum size of holes. and further studies are considered to be necessary for the basic design information.

Key Words : Natural frequency(고유진동수), Square plate(정사각 평판), Hole(구멍), Condition of uniaxial tension(단축인장상태), Optimization of hole size(홀 크기 최적화), Free vibration analysis(자유진동해석)

1. 서론

산업현장에서 사용되는 평판의 경우, 형상이 복잡하고 구멍과 같은 불연속부가 존재할 확률이 높다. 이러한 개구부(cutout)를 지닌 평판은 장비 결함부, 환기구멍, 창문, 정비용 구멍과 같은 기능적 요구와 구조물의 중량감소, 다른 부품으로의 접근용이성 및 방진설계 등을 위해 적용되고 있다. 이에 구조물의 대표적인 구성요소인 평판의 특성을 해석하기 위해 많은 연구가 진행되어 왔다. 하지만, 평판의 경우 균일한 단면형상을 갖는 단순 평판의 경우에도 모든 경계조건에 대하여 수학적 해를 구하는 것은 불가능하다. 그러므로 최근에는 평판에 구멍이나 보강재등 불균일 영역이 존재할 경우 유한요소법을 이용하여 평판의 특성을 조사하는 방법을 가장 많이 사용하고 있다.⁽¹⁾

국내의 연구 동향을 고찰해 보면 원형구멍을 가진 사각평판의 동적 문제에 대한 실험과 해석결과가 아직 부족한 실정이다.

따라서, 본 연구에서는 사각평판의 중앙을 기준으로 1, 2, 3, 4분면에 구멍이 존재하는 15가지의 경우에 대하여 각각 구멍의 최적크기를 구하고, 또한 각 모델에 대하여 자유진동 해석을 수행하여 고유치와 모드형상을 구하였다. 평판은 구멍크기의 최적화와 자유진동해석에 대하여 모두 단축인장상태로 놓여 있을 경우로 가정하였다.

2. 이론적 배경

2.1 최적화 알고리즘

본 연구에서 사용된 최적화 프로그램은 GENESIS를 사용하였다. GENESIS에서 사용된 알고리즘은 높은 수렴률을 가지는 순차이차 계획법(Sequential Quadratic Programming: SQP)이며, 이 방법은 라그랑지 함수의 일계정보만을 이용하여 헷세행렬을 근사하는 방법이다.^{(2), (3)}

2.2 평판의 지배방정식

감쇠가 없는 평판의 동적특성에 대한 지배방정식은 다음과 같다.^{(4), (5)}

$$\nabla W + \frac{\rho h}{D} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서

$$\nabla^4 W = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$$

: 미분연산자

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{: 판의 굽힘강성}$$

E : 판의 탄성계수

h : 판의 두께

ν : 프와송비

t : 시간

W : 판의 처짐

이다. 식 (1)은 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\nabla^4 W - \lambda_i^4 W = 0$$

$$\lambda_i^4 = \omega_i a^2 \sqrt{(\rho h/D)} \quad (2)$$

여기서 λ_i^4 는 i 번째 모드의 무차원 진동수의 매개변수이고 a 는 판의 길이, ρ 는 판의 밀도, $\omega_i = 2\pi f_i$ 인 i 번째 모드의 고유진동수이다.

3. 유한요소해석

3.1 유한요소모델

여기에 모델로 사용된 평판의 재질은 SMA50A이며 평판의 크기는 100×100×5(mm)인 정사각형 평판을 사용하였다. 재료의 물성치는 Table 1에 나타내었다.

유한요소 모델은 원형구멍이 없는 정사각평판과 구멍이 있는 경우에는 평판의 각 중앙을 수평, 수직으로 나누어서 평판을 4등분하였을 때, 구멍은 각각의 분면에 위치하고, 1개의 원형구멍이 있는 4가지 경우, 2개의 원형구멍이 있는 6가지 경우, 3개의 원형구멍이 있는 4가지 경우, 4개의 원형구멍이 있는 경우의 16종류이다.

각각의 경우의 Element 개수와 Node 개수를 Table 2에 나타내었다. Element 개수와 Node 개수가 중복되는 경우는 생략하여 5종류로 분류하였다.

Table 1. Material properties of SMA50A

Material properties	Value
E(Young's modulus)	2.11680×E5 MPa
ν (poisson's ratio)	0.33
ρ (density)	8.1122×E-10 kg · s ² /mm ⁴
Yield stress	372.4 MPa

Table 2. Number of element and node

	No. of elements	No. of nodes
No hole	400	441
One holes	700	760
Two holes	1000	1079
Three holes	1300	1398
Four holes	1600	1717

3.2 구멍의 크기 최적화

구멍이 있는 15종류의 평판에서 각 분면의 중앙을 구멍의 중심으로 하여 구멍의 최적 크기를 알아 보았다. 평판의 왼쪽면을 지지하고 오른쪽 면을 x축 방향으로 100 MPa의 하중이 가해지는 단축인장(uniaxial)상태로 하였고 해석에는 범용 프로그램인 GENESIS를 사용하였다.⁽⁶⁾ Table 3에 해석결과를 제시하였다.

Table 3 ~ 5에서 ①, ②, ③, ④표기는 plate 각 분면의 구멍의 존재와 위치를 나타낸 것이다. 예를 들어 ①은 1사분면에 구멍이 존재하는 것으로 한다.

Table 3 Optimum result of hole size

	Optimum radius of hole(mm)	Maximum Von-Mises stress(MPa)	Reduction ratio of volume (%)
①	33.92	29.94	8.98
②	33.92	22.02	8.98
③	33.91	22.06	8.98
④	33.92	29.69	8.98
①②	37.26	41.99	22.36
②③	37.31	41.15	22.37
③④	37.30	41.49	22.42
④①	37.29	41.98	22.38
①③	37.30	41.76	22.37
②④	37.32	41.54	22.31
①②③	35.28	33.73	30.09
②③④	37.91	40.16	33.71
③④①	35.25	33.26	30.05
④①②	38.08	40.51	33.26
①②③④	35.61	30.36	39.66

구멍이 1개인 경우 구멍의 크기는 4개의 분면에서 같게 나타났으며 최대 Von-Mises 응력은 지지된 면에 가까운 부분이 조금 작게 나왔다. 구멍이 2개인 경우 역시 구멍의 최적 크기는 6가지 종류에서 거의 같게 나타났으며 최대 Von-Mises 응력은 두 개의 구멍이 모두 지지점에 가까이 있을 때 가장 작게 나타났으며 두 개의 구멍이 모두 지지점에서 멀리 있는 경우 가장 크게 나타났다. 구멍이 3개인 경우 구멍의 크기와 Von-Mises 응력은 지지점 가까이에 2개의 구멍이 있는 경우가 1개의 구멍이 있는 경우보다 크게 나타났다. 구멍이 4개인 경우 구멍의 크기는 4개의 구멍이 같은 크기로 커지는 것을 볼 수 있었다.

3.3 고유진동수 해석

구멍이 있는 정사각 평판에서 구멍이 고유진동수의 변화에 미치는 영향을 유한요소법을 이용하여 해석하였다.⁽⁷⁾ 경계 조건은 구멍의 크기를 최적화 할 때와 같이 평판의 왼쪽면 전체를 지지하였다. 고유진동수는 1차에서 5차까지 확인하였고, 결과는 Table 4에 제시하였다.

Table 4. Natural frequency of plate

Position of hole	Natural frequency(Hz)				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
①	462.8	1082.0	2456.1	2972.3	3491.1
②	366.0	963.2	2512.7	3203.7	3679.8
③	365.8	963.5	2512.8	3204.0	3679.6
④	462.8	1082.3	2455.6	2972.8	3491.6
①②	399.9	988.5	2348.7	2702.9	3310.0
②③	257.2	830.4	2332.5	2618.0	2965.9
③④	399.7	988.5	2348.1	2700.8	3309.4
④①	540.2	1111.6	2184.3	2657.8	3049.2
①③	380.2	1001.3	2312.5	2761.8	3297.8
②④	380.4	1001.3	2312.3	2761.6	3298.2
①②③	304.3	894.7	2270.6	2649.8	3153.0
②③④	292.9	880.7	2235.1	2585.6	2943.3
③④①	445.0	998.6	2184.1	2572.7	3068.4
④①②	453.0	989.3	2124.3	2485.4	2958.3
①②③④	348.7	898.8	2123.7	2438.8	2998.0
No hole	428.7	1026.2	2597.4	3326.3	3721.5

구멍이 1개인 경우 지지면에 멀리(1, 4사분면) 있는 2가지 경우에 1차, 2차 고유진동수가 구멍이 없는 경우에 비해 높게 나타났으며 3차 이후에는 구멍이 없는 경우가 높게 나타났다. 구멍이 2개인 경우 지지면에 가까이(1, 4사분면) 구멍이 1개, 멀리 구멍이 1개 있는 4가지 경우는 고유진동수가 거의 비슷하였으나 구멍이 지지면에 멀리 2개 있는 경우에 1, 2차 고유진동수는 구멍이 없는 평판보다 높게 나

Table 4. Mode shape of 1st and 2nd natural frequency

Frequency Position of hole	1st	2nd
①		
②		
③		
④		
①②		
①③		
①④		
②③		
①②③		
①③④		
①②③④		
plate		

타났으나 3차 이상에서는 앞의 4가지 경우와 마찬가지로 구멍이 없는 평판보다 낮게 나타났다. 구멍이 3개인 경우 지지면에 가까이 구멍이 2개인 경우(2, 3사분면)의 2가지 종류와 구멍이 1개인 2가지 경우로 구분되었다. 지지면에 구멍이 1개인 경우의 1, 2차 고유진동수가 지지면에 구멍이 2개인 경우의 1, 2차 고유진동수보다 현저히 높게 나타났다. 구멍이 4개인 경우 구멍이 없는 평판의 경우보다 고유진동수가 낮게 나타났다. 이는 지지부 가까이 구멍이 존재할 경우 평판의 변형에너지가 증가하게 되고, 이에 따라 운동에너지에 대한 비도 증가하므로 고유진동수가 증가하게 됨을 알 수 있다.⁽⁸⁾

Table 5에서는 Table 4의 1차, 2차 고유진동수의 모드형상을 보여주고 있다.

4. 결론

평판의 중앙을 기준으로 각 사분면에 구멍이 존재하는 15가지 경우에 대하여 단축 인장시 구멍의 크기와, 이로부터 결정된 각 모델에 대하여 자유진동 해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 단축인장시 구멍의 크기는 그 위치와 무관하게 동일 개수일 때는 그 크기가 거의 일치하였다.

(2) (1)의 경우에서 최적화 된 모델에 대하여 자유진동해석을 수행한 결과, 구멍의 개수가 2개 이하인 경우에 구멍의 위치가 지지부에서 멀리 있을 때 고유진동수가 구멍이 없는 경우에 비하여 증가하였다. 또한 구멍의 개수가 3개, 4개인 경우에도 마찬가지로 지지부와 가까운 곳에 구멍이 1개인 경우가 2개인 경우에 비해 고유진동수가 높음을 알 수 있었다.

(3) 평판에서 고유진동수의 변화는 동일 개수일 경우 구멍의 위치에 따라 바뀌며 지지부에 멀리 있을수록 변형에너지가 증가하여 고유진동수가 증가함을 알 수 있었다.

(4) 본 연구를 이용하여 평판 구조물에서 구멍의 최적 크기와 위치에 따른 고유진동수 변화를 이용하여 좀더 안정된 구조물을 설계할 수 있을 것이며, 또한 차후에 구멍의 크기와 위치, 고유진동수를 동시에 고려한 연구가 지속적으로 필요하리라 사료된다.

참고문헌

1. 노승훈, 조한중, 최은환, "데이터베이스를 이용

한 사각평판의 자유진동 해석", 대한기계학회논문집 A권, 제 24권, 제 8호, pp. 1978-1990, 2000

2. GENESIS Overview , Vol 1

3. Jasvir S. Arora, "Introduction to Optimum Design", McGRAW-HILL international Edition, pp. 403-412, 1989

4. 이영신, 이윤복, "2개의 원형구멍이 있는 4변고정, 등방성 정사각형 판의 자유진동해석", 한국소음공학회지, 제 4권, 제 3호, pp. 283-293, 1994

5. Gorman, D. J. "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate", Elsevier North Holland, INC, pp. 1-16, 1982

6. Walter D. Pilkey, "Peterson's Stress Concentration Factor", JOHN WILEY & SONS, INC, Second Edition, pp. 200-210, 1997

7. 조한중, 노승훈, "등단면 및 변단면 외팔보의 고유진동수 변화에 미치는 설계변수의 영향", 대한기계학회논문집 A권, 제 23권, 제 4호, pp. 697-708, 1999

8. 박석주, 최창우, 오창근, 왕지석, 정재현, "보강재를 이용한 열린 상자형 구조물의 구조 변경법에 관한 연구", 한국소음진동공학회지, 제 6권, 제 1호, pp. 57-66, 1996