

## 사판식 유압 피스톤 모터 커넥팅 로드 기구의 운동해석

하정훈\*, 김경호(금오공대 기계공학부 대학원), 함영복(한국기계연구원), 김성동(금오공대)

### A Kinematic Analysis on the Connecting Rod Mechanism in Swash-plate-type Hydraulic Axial Piston Motor

J. H. Ha, K. H. Kim(Graduate School, KNUT), Y. B. Ham(KIMM), S. D. Kim(KNUT)

#### ABSTRACT

Recently, swash plate type hydraulic axial piston motors are being in extensively used in the world, because of simple design, lightweight, effective cost. But the structural problem of swash plate type hydraulic axial piston motor is the limited angle of swash plate and lateral force having a undesirable effect in piston.

To solve these problems, a connecting rod mechanism, which is commonly used in bent axis type motors, is considered to be applied the swash plate type motor. In this paper, kinematic analysis is done on the connecting rod mechanism. A series of formula are derived and numerical calculations are done for a set of motor parameters.

**Key Words** : swash plate type axial piston motor(사판식 유압 피스톤 모터), connecting rod(커넥팅 로드), 측력(lateral force), kinematic analysis(운동해석)

#### 기호설명

$A_{pt}$ : 커넥팅 로드 수압부 면적	$r_{pt}$ : 피스톤 수압부 반경
$a_r$ : 커넥팅 로드에서 C와 D사이의 거리	$r_{sl}$ : 피스톤이 $I_0$ 방향으로의 미끄럼 변위
C : 커넥팅 로드가 모터 축에 대해 회전하면서 왕복하는 점	$r_{st}$ : 피스톤 행정거리
D : 커넥팅 로드가 O점을 기준으로 회전하는 점	$V_{sl}$ : 피스톤 왕복 속도
$I, J, K$ : X, Y, Z 좌표축의 방향을 가리키는 단위벡터	$V_{th}$ : 평균 배제용적
$i_0, j_0, k_0$ : D점을 따라서 회전하는 좌표계의 단위벡터	$w_p$ : 슈-홀더의 회전 각속도
$l_0, m_0, n_0$ : 점 C를 따라서 회전하는 좌표계의 단위벡터	$w_r$ : 커넥팅 로드의 요동 각속도
n : 피스톤 개수	$w_s$ : 모터축의 회전 각속도
O : 슈-홀더와 모터축의 회전 중심선이 교차하는 점	X, Y, Z : 공간에 고정된 좌표계
$r_c$ : C점에 대한 모터 축 중심으로부터의 회전 반경	$\delta$ : 모터축의 중심선과 슈-홀더의 회전중심선이 이루는 경사각
$r_D$ : D점에 대한 슈-홀더의 회전 반경	$\theta_p$ : 슈-홀더의 회전 각변위
	$\theta_r$ : 커넥팅 로드의 요동 각변위
	$\theta_m$ : $\theta_s$ 가 0일 때 커넥팅 로드의 요동 각변위
	$\theta_s$ : 모터축의 회전 각변위

## 1. 서론

대형의 기계장치들을 구동하기 위해서 유압 피스톤 모터(hydraulic axial piston motor)가 널리 사용되어지고 있다. 일반적으로 유압 피스톤 모터를 크게 구분하면 사판식(swash plate type)과 사축식(bent axis type)으로 나눌 수 있다. 기존의 사판식 유압 액시얼 피스톤 모터는 사축식에 비하여 구조가 간단하고 왕복 운동부의 부품수가 적으며 회전 질량이 축 주위에 집중되어 있기 때문에 고속회전과 제한된 설치면적이 요구되는 곳에 유리한 이점을 갖고 있다. 그러나, 사판각의 경사도가 구조적으로 제한을 받기 때문에 사축식에 비해 체적효율(volumetric efficiency)이 떨어지는 단점을 가지고 있다. 아직까지 이러한 구조적 문제점을 해결하려는 시도는 거의 이루어지지 않고 있다.

본 연구에서는 기존의 경사판식 유압 피스톤 모터의 구조적 문제라 할 수 있는 제한된 사판 각도와 피스톤의 강한 측력(lateral force)등의 문제를 해결하기 위하여 사축식에서 채택되고 있는 커넥팅 로드 방식(connecting rod type)을 적용시켜 설계한 경사판식 유압 액시얼 피스톤 모터의 커넥팅 로드 기구부 운동해석을 수치해석적 방법을 통해 이론적으로 해석하고자 한다.

## 2. 좌표계

Fig. 1에서 커넥팅 로드와 모터축과 슈-홀더 중심선이 이루는 평면에 위치 할때를 모터축의 회전 각변위  $\theta_p$ 가 각각 0인 지점으로 가정한다.

공통 중심인 O점은 커넥팅 로드와 모터축의 D점이 형성하는 궤적 원에 대해서도 중심이 되도록 설계함이 바람직하다.

본 연구에서는 공통 중심선 O가 커넥팅 로드와 모터축의 D점이 형성하는 궤적 원의 중심과 일치하도록 설계되었다고 가정한다. 여기서 C점의 운동이 회전하면서 왕복하는데, 왕복하는 운동 부분을 구하는 해석 과정의 편의를 위해서 각 부위의 운동을  $l_0, m_0, n_0$  벡터로 최종적인 정리를 하는 것이 편리하므로,  $i_0, j_0, k_0$ 와  $l_0, m_0, n_0$  사이의 관계를 정리하여 아래에 나타내었다.

$$I = l_0 \quad (1)$$

$$J = \cos \theta_s m_0 - \sin \theta_s n_0 \quad (2)$$

$$K = \sin \theta_s m_0 + \cos \theta_s n_0 \quad (3)$$

식(1), (2), (3)을  $i_0, j_0, k_0$ 에 관한 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$i_0 = \cos \delta l_0 + \sin \delta \cos \theta_s m_0 - \sin \delta \sin \theta_s n_0 \quad (4)$$

$$j_0 = -\sin \delta \cos \theta_p l_0 + (\cos \delta \cos \theta_p \cos \theta_s + \sin \theta_p \sin \theta_s) m_0 + (\cos \delta \cos \theta_p \sin \theta_s - \sin \theta_p \cos \theta_s) n_0 \quad (5)$$

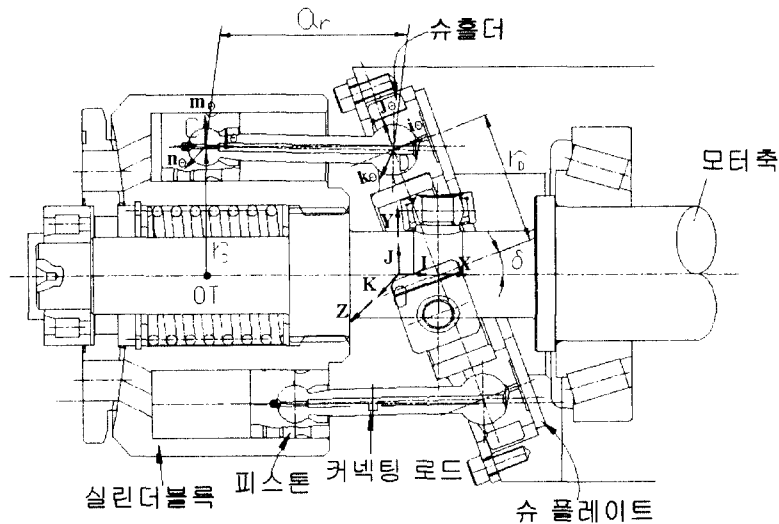


Fig. 1 Composition of a connecting rod mechanism and coordinate

$$\begin{aligned}
\mathbf{k}_\theta &= \sin \delta \sin \theta_p \mathbf{l}_\theta \\
&+ (\cos \delta \sin \theta_p \cos \theta_s - \cos \theta_p \sin \theta_s) \mathbf{m}_\theta \\
&+ (\cos \delta \sin \theta_p \sin \theta_s + \cos \theta_p \cos \theta_s) \mathbf{n}_\theta
\end{aligned} \quad (6)$$

### 3. 변위해석

커넥팅 로드와 C점의 위치를 2가지 방법으로 표현할 수 있는데 Fig. 1에서 OT점에 대하여 회전하는 실린더 블록의 운동을 매개로 하여 표현된다.

$$C\text{점의 위치 } \mathbf{r}_c = \mathbf{r}_{OT} + \mathbf{r}_{c/OT} \quad (7)$$

$$= \mathbf{r}_{OT} + (\mathbf{r}_{OT} + \mathbf{r}_{sl}) \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
&= - (r_D \sin \delta + a_r \cos \theta_m) \mathbf{l}_\theta \\
&+ r_c \mathbf{m}_\theta + r_{sl} \mathbf{l}_\theta
\end{aligned} \quad (9)$$

식(9)에 식(1)을 대입하면.

$$\begin{aligned}
r_c &= \{ - (r_D \sin \delta + a_r \cos \theta_m) + r_{sl} \} \mathbf{l}_\theta \\
&+ r_c \mathbf{m}_\theta
\end{aligned} \quad (10)$$

커넥팅 로드와 요동 각변위  $\theta_r$ 은 C점을 기준으로 회전한다고 가정할 때 모터축의 중심선과 슈-홀더의 회전중심이 이루는 평면에 피스톤과 커넥팅로드가 올 때를  $\theta_r$ 이 0인 지점으로 가정한다.

$\theta_m$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\theta_m = \sin^{-1} \left( \frac{r_D \cos \delta - r_c}{a_r} \right) \quad (11)$$

두 번째로 커넥팅 로드와 한 점 C의 위치를 슈-홀더의 회전운동을 매개로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
C\text{점의 위치 } \mathbf{r}_c &= \mathbf{r}_D + \mathbf{r}_{c/D} \\
&= r_D \mathbf{j}_\theta - a_r \cos \theta_r \mathbf{l}_\theta \\
&- a_r \sin \theta_r \mathbf{m}_\theta
\end{aligned} \quad (12)$$

식(12)와 식(5)를 합성하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_c &= - (r_D \sin \delta \cos \theta_p + a_r \cos \theta_r) \mathbf{l}_\theta \\
&+ \{ r_D (\cos \delta \cos \theta_p \cos \theta_s + \sin \theta_p \sin \theta_s) \\
&- a_r \sin \theta_r \} \mathbf{m}_\theta
\end{aligned}$$

$$+ r_D (\cos \delta \cos \theta_p \sin \theta_s - \sin \theta_p \cos \theta_s) \mathbf{n}_\theta \quad (13)$$

여기서 식(10)과 식(13)은  $\mathbf{l}_\theta$ ,  $\mathbf{m}_\theta$ ,  $\mathbf{n}_\theta$  성분별로 서로 같아야 한다.

$$\mathbf{l}_\theta \text{ 성분: } - (r_D \sin \delta \cos \theta_p + a_r \cos \theta_r) \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{m}_\theta \text{ 성분: } &r_D (\cos \delta \cos \theta_p \cos \theta_s + \sin \theta_p \sin \theta_s) \\
&- a_r \sin \theta_r = r_c
\end{aligned} \quad (15)$$

$$\mathbf{n}_\theta \text{ 성분: } r_D (\cos \delta \cos \theta_p \sin \theta_s - \sin \theta_p \cos \theta_s) = 0 \quad (16)$$

식(14)에서

$$\begin{aligned}
r_{sl} &= r_D \sin \delta (1 - \cos \theta_p) \\
&+ a_r (\cos \theta_m - \cos \theta_r)
\end{aligned} \quad (17)$$

식(15)에서

$$\begin{aligned}
\theta_r &= \sin^{-1} \{ r_D (\cos \delta \cos \theta_p \cos \theta_s \\
&+ \sin \theta_p \sin \theta_s) - r_c / a_r \}
\end{aligned} \quad (18)$$

식(16)에서

$$\tan \theta_s = \frac{\tan \theta_p}{\cos \delta} \quad (19)$$

식(19)는 슈-홀더의 회전 각변위  $\theta_p$ 가 주어졌을 때 모터축의 회전 각변위  $\theta_s$ 를 결정하는 식으로 표현된 것이다. Fig. 2에서  $\theta_p$ 와  $\theta_s$ 의 관계선도를 보여준다.

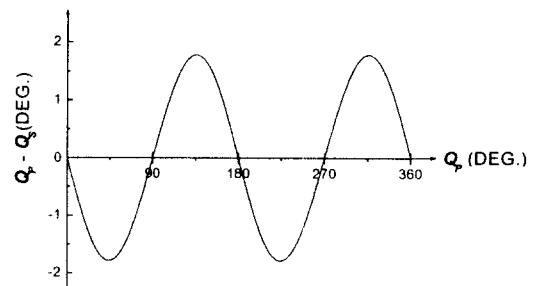


Fig. 2  $\theta_p - (\theta_p - \theta_s)$  Graph ( $\delta = 20^\circ$ )

Fig. 2에서 보는 바와 같이 모터축의 회전 각변위  $\theta_s$ 와 슈-홀더의 회전 각변위  $\theta_p$ 는 각변위량의 차이가 주기적으로 최대  $\pm 1.78^\circ$ 가량의 미세한 차이를 보이는 것을 알 수 있다. 그러므로 슈-홀더의 회전에 따라서 모터축도 거의 동기 회전한다고 볼 수 있다.

한편, 식(18)을 식(19)와 함께 수치해석적인 방법으로 풀이하면 슈-홀더의 회전 각변위  $\theta_p$ 와 커넥팅 로드의 요동 각변위  $\theta_r$ 의 관계선도를 구할 수 있는데 Fig. 3에서 보여준다.

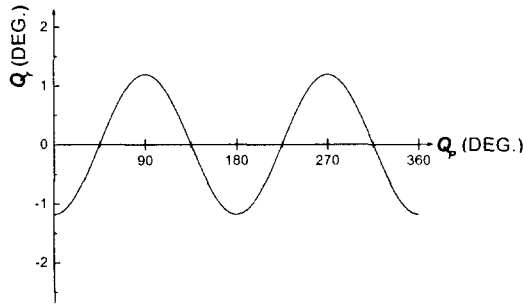


Fig. 3  $\theta_p - \theta_r$  Graph ( $\delta=20^\circ$ ,  $a_r=72$  mm,  $r_D=49.5$  mm,  $r_c=48$  mm)

Fig. 3에서도 나타나 있듯이 유압 엑시얼 피스톤 모터를 설계할 때에 피스톤에 작용하는 축면력을 작게 하기 위해서는 커넥팅 로드의 요동 각변위  $\theta_r$ 이  $0^\circ$ 에 가까울수록 유리하다.

식(18)과 식(19)는 설계 과정에서  $\theta_r$ 값을 예측하거나,  $r_D$ 값과  $a_r$ 값의 결정에 적용할 수 있다. 정성적 관점에서  $a_r$ 값은 크게 하고,  $r_D$ 값은 작게 할수록  $\theta_r$ 값은 감소하게 되며, 경사각  $\delta$ 를 작게 할수록  $\theta_r$ 의 변화 폭이 작아진다. 식(11)에서  $r_c$ 값은  $r_D \cos \delta$ 보다 크게 선정함으로써  $\theta_r$ 값이 0값을 기준으로 음과 양의 값으로 변화하도록 하여  $\theta_r$ 의 절대값의 크기를 줄일 수 있다.

식(17)을 식(18), 식(19)과 함께 수치해석적으로 풀이하면 슈-홀더의 회전 각변위  $\theta_p$ 와 피스톤의 미끄럼 변위  $r_{st}$ 의 관계선도를 구할 수 있는데, Fig. 4에서 보여준다.

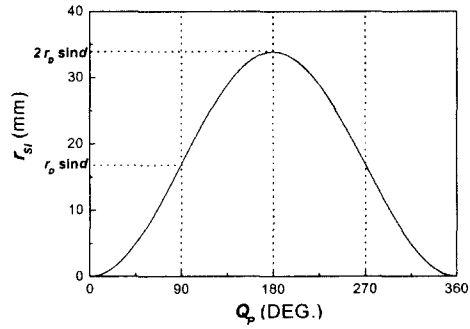


Fig. 4  $\theta_p - r_{st}$  Graph ( $\delta=20^\circ$ ,  $a_r=72$  mm)

식(17)은 Fig. 1에서 모터 축의 중심선과 슈-홀더의 중심선이 만나는 교점  $O$ 가 커넥팅 로드의  $D$ 점이 만드는 궤적원의 중심점과 일치한다는 가정하에서 얻어진 식이므로 이러한 가정을 전제로 하면  $\theta_p=180^\circ$ 인 지점에서  $\theta_r$ 값은  $\theta_m$ 값과 일치한다.

이러한 결과를 식(17)에 적용하면, 이 식의 두 번째 항이 소거된다. Fig. 4의 관측에서  $\theta_p=180^\circ$ 에서  $r_{st}$ 값은 최대가 되며 피스톤의 행정거리를 의미한다. 따라서 피스톤 행정거리  $r_{st}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$r_{st} = 2r_d \sin \delta \quad (20)$$

한편, 식(20)으로부터 유압 모터의 1회전 당 배제용적을 얻을 수 있다. 슈-홀더와 모터 축의 회전 속도의 맥동 효과를 무시한 평균 배제용적  $V_{th}$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} V_{th} &= n \cdot A_{pt} \cdot r_{st} \\ &= n \cdot \pi r_{pt}^2 \cdot 2r_D \sin \delta \end{aligned} \quad (21)$$

#### 4. 속도 해석

변위 해석에서 얻은 식(15), (17), (19)를 시간에 대해서 미분하여 속도 관계식을 얻는다.

식(19)를 시간에 대해서 미분하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{w_s}{w_p} = \frac{\cos \delta}{1 - \cos^2 \theta_p \cdot \sin^2 \delta} \quad (22)$$

$\cos \theta_p = \sin(\pi/2 - \theta_p)$ 이므로,

$$\frac{w_s}{w_p} = \frac{\cos \delta}{1 - \sin^2(\theta_p - \pi/2) \cdot \sin^2 \delta} \quad (23)$$

그리고 식(15)를 시간에 대해서 미분하면 커넥팅 로드 요동의 요동 각속도  $w_r$ 에 관한 식으로 나타낼 수 있다.

$$w_r = \frac{r_D \cos \theta_s \sin \theta_p \sin^2 \delta}{a_r \cos \theta_r \cos \delta} w_p \quad (24)$$

식(24)를 식(19), (18)과 함께 수치 해석적으로 풀이하면  $\theta_p$ 와  $w_r$ 의 관계선도를 얻을 수 있는데, Fig. 5에 나타나 있다.

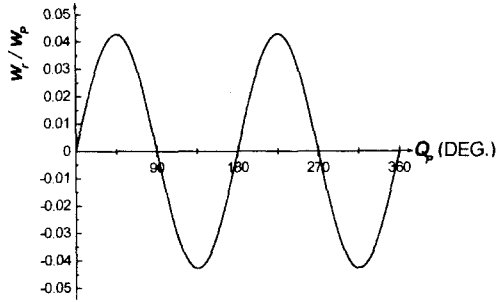


Fig. 5  $\theta_p - \frac{w_r}{w_p}$  Graph ( $\delta=20^\circ$ ,  $a_r=72$  mm,  $r_D=49.5$  mm,  $r_c=48$  mm)

Fig. 5의 관측에서 커넥팅 로드 요동의 요동 각속도  $w_r$ 은 슈-홀더의 회전 각속도  $w_p$ 의 5%이내임을 알 수 있는데, 이러한 결과로부터 커넥팅 로드의 C점과 D점의 볼-소켓 조인트 부위들의 윤활은 다른 부위들에 비교하여 상대적으로 중요도가 떨어진다고 볼 수 있다.

한편, 식(17)을 시간에 대해서 미분하면 피스톤 왕복 운동의 속도를 얻는다.

$$V_{sl} = \frac{dr_s}{dt} = r_D \sin \delta \sin \theta_p w_p + a_r \sin \theta_r w_r \quad (25)$$

식(25)를 식(18), (19), (24)와 함께 수치해석적으로 풀이하면  $\theta_p$ 와  $V_{sl}$ 의 관계선도를 구할 수 있는데, Fig. 6에 나타나 있다.

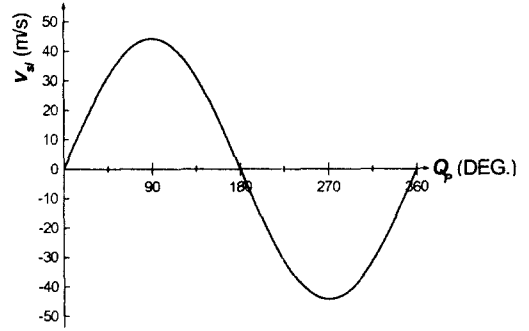


Fig. 6  $\theta_p - v_{sl}$  Graph

( $\delta=20^\circ$ ,  $a_r=72$  mm,  $r_D=49.5$  mm,  $w_p=261$  rad/s)

## 5. 결론

이상과 같이 커넥팅 로드를 적용한 사판식 유압 피스톤 모터의 커넥팅 로드 기구부에 대한 운동해석을 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 모터축의 회전 각변위  $\theta_s$ 와 슈-홀더의 회전 각변위  $\theta_p$ 는 주기적으로 최대  $\pm 1.78^\circ$ 가량의 미세한 차이를 나타냄을 알 수 있다.

2) 사판각  $\delta=20^\circ$ 인 경우 슈-홀더의 회전 각변위  $\theta_p$ 에 따른 커넥팅 로드의 요동 각변위  $\theta_r$ 은  $1.2^\circ$ 이내임을 알 수 있다.

3) 피스톤의 미끄럼 변위  $r_{sl}$ 은 슈-홀더의 회전 각변위  $\theta_p$ 가  $180^\circ$ 일 때  $2r_D \sin \delta$ 로써 최대임을 알 수 있다.

4) 커넥팅 로드의 요동 각속도  $w_r$ 은 슈-홀더의 회전 각속도  $w_p$ 의 5%이내의 극히 작은 수치임을 알 수 있다.

## 참고문헌

1. G. Silva & R. Inoue, "Hydraulic Motors for High Torque/Low Speed Applications", The BFPR Journal, pp. 501-508. (4 April, 1982)
2. Shute, N.A. and Turnbull, D.E., "Minimum power loss conditions of the pistons and valve plate in axial-type pumps and motor", ASME, Paper 63-WA-90, pp. 6-17, 1963.
3. Blackburn, J. F., "Contributions to Hydraulic Control - 5 Lateral Forces on Hydraulic Pistons", Trans. ASME, pp. 1175-1180, 1953.