韓國精密工學會 2001年度 秋季學術大會論文集 pp.564~567 KSPE 01F141

Indirect force 측정 방법과 Pseudo-역행렬을 이용한 정밀한 Force 예측

심재술*(LG 전자), 안병하(LG 전자), 하종훈,(LG 전자), 정현출(LG 전자)

Precise Forces Prediction by Indirect Force Measurement and Pseudo-inverse Technique

J. S. Shim(LG Electronics), B. H. Ahn(LG Electronics), J.H. Ha(LG Electronics), H. C. Jeong(LG Electronics)

ABSTRACT

In the design of structure the forces acting on the structure are important parameter for noise and vibration control. However, in the complex structure, the forces at the injection point on the structure cannot be measured directly. Thus it is necessary to find out indirect force evaluation method. In this paper forces have been measured with in-situ vibration responses and system information. Three existing techniques of indirect force measurement, viz. direct inverse, principal component analysis and regularization have been compared. It has been shown that multi-vibration responses are essential for the precise estimation of the forces. To satisfy those conditions, Rotary compressor is adopted as test sample, because it is very difficult to measure the injection forces from internal excitation to shell. It has also been obtained that relatively higher force is transmitted through three welding paths to the compressor shell. It shows a good agreement between direct and indirect force evaluation with curvature shell and plate and is investigated the possibility of force evaluation of rotary compressor as a complex structure.

Key Words : Indirect Force Measurement (간접 힘 측정), Pseudo-inverse (가상 역행렬), Welding Point(용접점), ill-condition (행렬의 악조건), Rotary compressor (로터리 압축기)

1. 서론

복잡하고 작은 구조물에서 직접 어떤 진동원으로부터 가진력을 측정하기가 어려운 경우가 많다. 그 이유로서는 가진원이 내부에 존재하거나 전달하는 지점이 가진원과 너무 밀접해 있는 경우라든지 혹은 매우 큰 구조물의 경우에는 가진력을 직접 측정하는 것은 불가능하다.

이러한 문제에 대해서 많은 논문이 발표되고 연구가 계속되어져 오고 있다. 이 논문들의 주류는 주파수나 시간영역에서 Inverse Modeling 을 통한 가진력을 평가하는 기술들이 연구되어 오고 있다. 이러한 문제를 접근하기 위하여 계의 동적 특성(전달 함수)과 응답(진동)으로 부터 입력을 추정하는 문제는 보통 역문제(inverse problem)로 알려져 왔으며 계의 고유 진동수 부근과 영점 (transmission zero) 부근에서 약간의 응답 측정 오차나 전달 함수의 오차라도 입력 예측에 큰 오차를 초래하는 것으로 연구되어 왔다[1,2,3,4]. 고유 진동수 부근은 계의 어느 특정 모우드의 특성이 지배적으로 나타나게 되므로 시스템 전달 행렬은 그 특이치 들의 상대적인 차이가 커지는 악조건(ill-condition)이 되어 행렬의 역(inverse) 계산에 오차가 포함되고 이에 따라 입력 예측에 큰 오차를 유발하게 된다. 또한 영점 부근에서는 전체 전달 행렬의 차수 부족(rank deficiency) 현상이 발생해 입력 추정에 오차를 발생한다. 보통 이러한 악조건을 피하기 위하여 최적의 응답 위치를 선정하거나 응답수를 늘리는 것이 시도되고 있다

본 논문에서는 단순한 평판에서부터 곡률이 포함된 쉘과 같은 비교적 복잡한 기계 구조물의 간접적 입력 측정에 대한 연구 및 직접 측정과의 비교를 기술하였고, 다수 응답의 동시 측정에 따른 문제점을 해결코자 시도된 방법을 기술하고자 한다. 그리고 실제 문제를 접근하기 위하여 공조용 Rotary Compressor 에 있어서 내부의 가진원과 외부의 Shell 의 접합부인 용접점에 대한 가진력 분석을 수행하였다

2. 간접 입력 측정 이론

다중입력 다중출력 선형 시 불변계(MIMO Linear Time Invariant System)에 대하여, 응답 가속도의 크로스 스펙트럼 행렬(S_{aa})은 식 (1)과 같이 주어진 계의 주파수 응답 행렬(H_{af}) 및 추정해야 할 입력 (편의상 힘) 크로스 스펙트럼 행렬(S_{ff})로 표현할 수 있다[3].

$$S_{aa} = H_{af} S_{ff} H_{af}^{H} \tag{1}$$

여기서, 첨자 "H"는 행렬의 Hermitian Transpose를 의미한다. 따라서, 추정해야 할 입력 크로스 스펙트럼 행렬(S_{ff})은 식 (2)와 같이 구할 수 있다.

$$S_{ff} = H_{af}^{+} S_{aa} H_{af}^{H+} \tag{2}$$

여기서, 첨자 "+"는 오차의 최소 자승법에 기초한 행렬의 pseudo 역행렬을 의미한다. 식 (2)의 역행렬 수행에 있어 계의 공진점 부근 및 영점 부근에서 차수 부족에 의한 오차가 발생하게 되는데 이러한 문제점을 회피하는 대표적인 기법들은 계의 고유치를 구하고 계의 추정시에 포함된 오차보다 작은 고유치를 버리는 주성분 분석법(Principal Component Analysis;PCA)[1]과 입력 에너지의 크기에 제한을 두는 적절화 방법(Regularization Method)[1]을 이용하여 이러한 문제점을 해결하였다.

우선 특이치 분석에 의한 주성분을 가려 행렬의 악조건을 개선 시키는 주성분 분석법의 개요는 다음과 같다. 어떤 주어진 계의 $m \times n$ 전달 행렬(H)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H = USV^{H} \tag{3}$$

여기서 U 는 $m \times m$ unitary 행렬, V 는 $n \times n$ unitary 행렬을 나타내고 S 는 H 의 차수가 r 인 경우 ($r \le \min\{m,n\}$) , $r \times r$ 정방 행렬 T 및 zero 행렬 ($(m-r) \times (m-r)$ 또는 $(n-r) \times (n-r)$)로 다음과 같이 표현된다.

$$S = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기서 행렬 T 는 또한 다음과 같이 특이치를 내림 차순으로 (즉 $s_1 \ge s_2 \ge \ldots \ge s_r$) 되게 U 및 V 행렬을 구할 수 있다.

$$T = diag(s_1, s_2, \ldots, s_r) \tag{5}$$

식 (3)의 행렬 H 의 역행렬을 구하면서 만약 식 (5)의 특이치들이 어떤 값 (보통 계의 측정에 따른 오차 한계 값, e) 보다 작아지게 되면 (즉, $s_i \le e$) 그 보다 작은 값들을 모두 0 으로 한 행렬 K 로 부터 H 의 pseudo 역행렬을 아래의 식 (6)과 같이 구한다.

$$H^{+} = VS^{+}U^{H} \tag{6}$$

여기서, $$S^{+} = \begin{bmatrix} K^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\Lambda = diag(s, s_2, \ldots, s_{i-1}, 0, .., 0) \tag{8}$$

다음 적절화 방법은 식 (2)로 부터 구해지는 입력의 에너지 크기를 제한하는 방법으로 식 (4)에서 구한 특이치의 최소치가 오차 한계값 e 보다 작아지게 되면 특이치 행렬에 적절화 상수 λ 을 더한 행렬 λ 로 부터 H 의 pseudo 역행렬을 아래와 같이 구한다.

$$H^{+} = V\Lambda^{-1}U^{H} \tag{9}$$

여기서, $$\Lambda = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \lambda I \tag{10}$$

식 (10)에서 행렬 I 는 그 크기가 $m \times n$ 이고 대각선 entry 가 1 인 행렬이다.

PCA 나 적절화 방법 모두 주어진 계의 전달함수의 오차를 추정해야 하는데 실험적으로 전달함수를 얻을때 함께 얻을 수 있는 상관 함수에서 다음과 같이 구할 수 있다[1].

$$e = Cond(H) \frac{\|\delta H\|}{\|H\|} \tag{11}$$

여기서, $\| \|$는 행렬의 norm operator, $Cond()$는 행렬의 condition number 를 의미한다. 또한 δH 행렬은 상관 함수로 부터 그 entry 를 다음의 식 (11)로 표현할 수 있다.

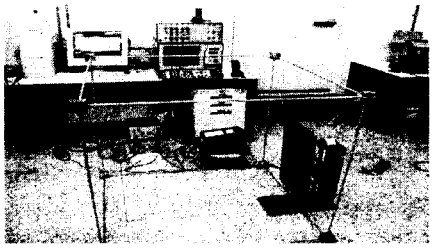
$$\delta H_{ij} = 3\sqrt{\frac{1-\gamma_{ij}^2}{2n_d\gamma_{ij}^2}} \tag{12}$$

여기서 γ_{ij} 는 전달함수 ij 번째 요소에 해당하는 상관함수 값이며 n_d 는 주파수 분석에서의 Averaging 횟수이다. 적절화 방법은 적절화 상수 (λ)를 정하면서 식 (11)로 주어진 오차에 적절한 상수(λ_0)를 곱한 수를 이용한다.

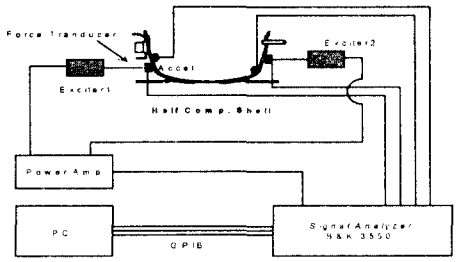
$$\lambda = \lambda_0 Cond(H) \frac{\|\delta H\|}{\|H\|} \tag{13}$$

3. 실험 및 실험 결과

3.1 실험 장치



(a) Plate



(b) Shell

Fig. 1 Exp. Apparatus of Plate and Shell

이론의 타당성을 실험하기 위해서 단순한 평판에 의한 검증 실험을 수행하였다. 평판은 50*60*3.2[mm^2]이며. 가진점은 2, 응답점은 다소에 12 을 측정하였다. 또한 곡률을 포함한 Shell 에 대해서도 가진력 간접 측정을 행하였다. Shell 에 2 개의 소형 가진기(Mini Shaker)를 체결하고 Exciting Force 및 진동 응답을 측정하여 빈 Shell 에 대해 가진력의 간접 측정 결과와 직접 측정 결과의 비교를 꾀하였다. 장치의 개략도는 그림 1.b 에 도시하였으며 주파수 분석기는 B&K 3550, 소형 가진기는 B&K 4810, 힘센서는 B&K 8200 (Conditioning Amplifier B&K 2635), Power Amplifier 는 B&K 2706, 진동 측정에 이용한 가속도계는 PCB JM353 (Power Supply PCB 480B)을 이용하였고 B&K 3550 분석기는 IEEE-488 Interface 를 통해 Pentium 급 PC 로 Data 를 전송 MatLab 으로 작성한 Program 으로 분석 하였다.

3.2 실험 결과

3.2.1 가진력 측정 결과

실험은 크게 평판에서 Direct 와 이를 개선하기 위해서 사용된 Regularization, PCA 의 비교 실험과 곡률을 포함한 Shell 에서 각 방법들이 미치는 영향도를 상세하게 분석하였다. 그림 2 는 추정 오차 개선을 위해서 최적 응답 위치의 선정이나 응답 갯수를 늘려 개선 하는 방식으로 각 방법들의 오차를 표준편차로 비교한 그림이다.

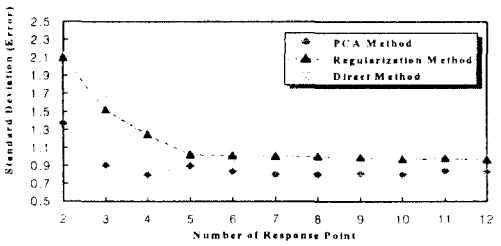


Fig 2. Error Comparison

그림 2 에서 추정 오차를 줄이기 위해서는 응답의 개수를 늘려야 하며, 오차를 최소화하기 위해서는 최적의 응답점을 선정해야 한다. PCA 방법에서 알 수 있듯이 응답점이 4 개 이상에서부터는 오히려 과도한 응답점에 의해서 야기된 실험 Random 오차를 증가 시키게 된다.

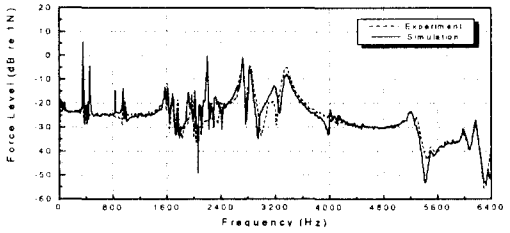


Fig. 3 Direct Method (2 Input 2 Response)

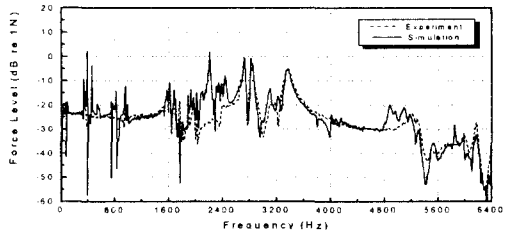


Fig. 4 PCA Method(2 Input 2 Response)

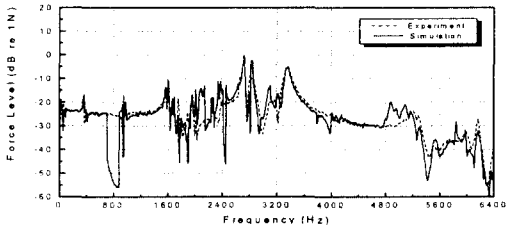


Fig. 5. Regularization Method(2 Input 2 Response)

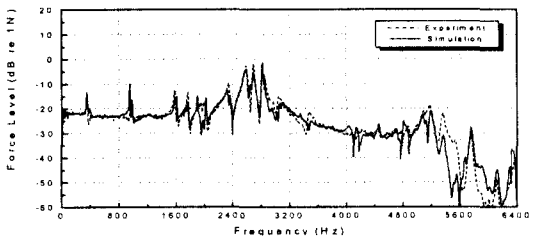


Fig.6. Direct Method (2 Input 4 Response)

그림 3 은 곡률이 있는 Shell 에 Mini-Shaker 두개를 체결하여 가진시켰을때 진동 응답으로 추정한 가진력의 간접 측정 결과가 직접 측정 결과와 거의 모든 주파수 영역에서 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

그림 4 및 5 에 앞서 언급한 주성분 분석법과 적절화 방법으로 시도한 결과를 도시했다.

주성분 분석법 및 적절화 방법은 공진점에서의 오차의 크기를 줄일 수 있으나 입력 개수와 응답 개수가 같을때 공진주파수 대역이나 영점 대역과는 별도로 전달행렬의 차수가 어느 주파수 영역에서 문제가 됨을 보여주고 있다. 따라서 이러한 대역에서의 추정 오차 개선은 최적 응답 위치의 선정이나 응답 개수를 늘리는 방법으로 개선해야 함을 보여주고 있다.

그림 6 에서 응답 개수를 늘리는 방법에서는 간접 입력 측정 결과가 직접 입력 측정 결과와 거의 모든 대역에서 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. 특히 공진점 부근에서의 추정 오차도 크게 감소하고 있음을 알 수 있다.

3.3 냉매 하중하의 용접점 분석

냉매하의 압축 기구부를 체결하고 흡입구와 토출구를 사이클에 장착하였다. 토출 압력 [21.86 Kgf/cm^2], 흡입압력[6.37 Kgf/cm^2]을 유지하면서 압축 기구부 및 전동기를 지지하는 3 개의 용접점을 통하여 Shell 로 전달되는 힘을 추정하였다. 3 개의 용접점으로 전달되는 힘의 추정을 위해 응답 진동 측정점 개수는 22 개로 하였으며 각각의 용접점들에서 응답점 들과의 전달함수는 실험을 통하여 측정하였다.

Fig. 7. Exp. Apparatus of Rotary Compressor.

그림 8 는 냉매하에 Shell 로 전달되는 힘을 진동 응답으로부터 간접 측정한 결과를 보여주고 있다. 각 용접점에서 서로 다른 크기의 작용힘이 나타나 있다.

4. 결론

본 연구에서는 압축기 쉘과 같은 비교적 복잡한 기계 구조물의 간접적 입력 측정에 대한 결과를 기술하였고 다수 응답의 동시 측정에 따른 문제점을 해결코자 기준점을 이용한 전달함수의 측정 방법을 제시하였다. 간접 입력 측정 결과가 압축기 Shell 과 같은 복잡한 계의 입력 변화에 따른 응답의 변화도 신뢰성 높게 추정할 수 있음을 보여주었고 소음 저감에 있어서 용접점과 같이 불가능하게 여겨지는 힘 측정예측을 할 수 있었다

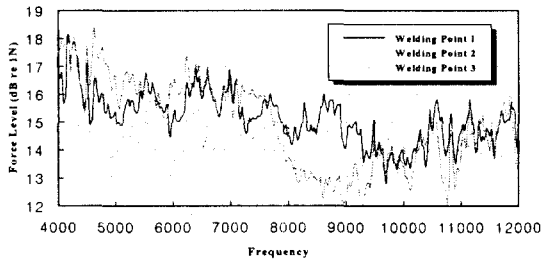


Fig 8. Forces of welding points

참고문헌

1. J. K. Lee, 1993, "A Study on Indirect Force Measurement in Structure," Ph. D. Dissertation, KAIST, Korea.
2. J. A. Fabunmi, 1986, "Effects of Structural Modes on Vibratory Force Determination by the Pseudoinverse Technique," AIAA Journal, Vol. 24 (3), pp. 504-509.
3. R. E. Powell and W. Seering, 1984, "Multichannel Structural Inverse Filtering," Transactions of ASME, Vol. 106, pp. 22-28.
4. T. J. Roggenkamp and R. J. Bernhard, 1993, "Indirect Measurement of Multiple Random Force Spectra," Proceedings of Inter-Noise 93, pp. 881-883.