

볼나사 구동기를 이용한 다관절 로봇의 모델링 및 제어

최형식(한국해양대 기계공학과), 김영식*(한국해양대 대학원 기계공학과),
전대원(한국해양대 대학원 기계공학과)

Modeling & Control of a Multi-Joint Robot actuated by the Ball Screw

H. S. Choi (Mech. Eng. Dept., KMU) Y. S. Kim*(Mech. Eng. Dept., KMU)
D. W. Jun(Mech. Eng. Dept., KMU)

ABSTRACT

Conventional robots actuated by motors with the speed reducer such as harmonic drive had weakness in delivering loads, pressing, grinding, and cutting jobs. To overcome this, the developer a new type of robot actuated by the ball screw. The robot is an articulated shape, which is composed of four axes. The base axis is actuated similarly with conventional robot, but the others are actuated by four bars mechanism composed of the ball screw. We setup the dynamics model of the robot. The robot has parameter uncertainties and nonlinearity due to the ball screw actuator. To coordinate the robot, we applied sliding-mode control.

Key Words : Robot Manipulator(로봇 매니플레이터), Ball Screw Actuator(볼나사 구동기), Four bar link(사절 링크), Sliding-mode Control(슬라이딩모드 제어)

1. 서론

생산공정에 많이 적용되는 로봇의 형태는 크게 저 부하, 단순 반복 작업에 속하는 조립작업에 적합한 스칼라 로봇과 제품의 형상이 복잡하고 작업반경이 커질 경우 사용되는 다관절 로봇으로 나눌 수 있다⁽¹⁾. 기존의 로봇 구조로 고 부하가 요구되는 작업을 하기 위해서는 감속기의 용량과 부피가 커지고 이는 자체 부하로 작용하며 다시 로봇의 구동용량과 기구부가 구동관절들의 부피 및 중량이 증가하는 구조적인 단점을 가지게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 강성을 매우 높이는 병렬구조의 연구로 Stewart Platform이 제안되었다⁽²⁾. 병렬구조의 실용화를 위한 연구로 병렬구조를 이용한 6자유도 로봇 매니플레이터를 제작되었다⁽³⁾. 하지만 Stewart Platform 구조를 가진 로봇은 강성이 매우 높으나 기구학의 해석이 매우 복잡하고 작업 반경이 작은 단점이 있다.

본 논문에서는 소형이지만 고강성과 큰 감속비를 갖는 볼나사 구동 사절링크를 적용한 다관절 로봇을 제안하였다. 이의 모션제어를 위해 제안한 다관절 로봇의 기구학 및 운동 방정식을 유도하는 모델링을 행하였다. 유도된 운동 방정식은 매우 비선형적이고, 질량이나 관성모멘트 등의 파라미터가 매우 불확실하여 슬라이딩 모드 제어를 적용하여 경로제어를 수행하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안한 새로운 형태의 다관절

로봇 제어의 적용 합리성을 보이고자 한다.

2. 로봇의 동역학 모델링

본 논문에서 포크레인 구조의 새로운 형태의 다관절 로봇을 제안하였다. 이의 기저 축은 수평 회전운동을 하여 작업반경을 높이고 나머지 관절들은 상하방향으로 회전운동을 한다. 일반적인 산업용 다관절 로봇은 회전축에 하모닉 드라이버 등과 같은 감속기를 채용하지만 감속기 구동강성의 한계가 있고, 볼나사를 채용하는 직교로봇은 중력방향의 부하로 인한 x 및 y축에 작용하는 토크로 가반중량에 제한을 받는다. 이러한 문제의 해결을 위해 고 강성을 갖는 볼나사를 이용한 4절 링크기구를 구성하여 새로운 형태의 로봇의 구동기로 사용하였다. 볼나사에 구동모터가 채용된 볼나사 시스템으로 4절 링크기구를 동작시키고, 이는 궁극적으로 어깨, 팔꿈치 및 팔목의 회전관절을 구동한다. 제안된 시스템의 동역학 방정식을 유도하기 위하여 우선, 회전관절 공간에서의 동역학식을 유도한 후, 4절 기구의 운동방정식을 유도하여 궁극적으로 볼나사의 직선운동 방정식으로 표현한다.

2.1 회전관절 공간의 동역학 방정식

제안된 다관절 로봇에 대한 회전관절 공간의 동역학 방정식을 유도하기 위하여 각 회전 관절 부분

제어입력인 Torque 입력 τ_1, \dots, τ_4 가 각 관절에 주어진다. 동역학 방정식은 Euler-Lagrange 방정식을 사용하였으며 관성행렬 및 Christoffel 기호와 위치에너지 항을 대입하면 Euler-Lagrange 방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_i d_k(q) \ddot{q}_i + \sum_{ij} c_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + \phi_k(q) = \tau_k, \quad k=1, \dots, 4 \quad (1)$$

윗 식의 첫 항은 일반화 좌표의 2차 미분을 포함하는 양의 한정행렬인 관성행렬이다. 두 번째 항은 계수가 q 에 좌우될 수 있는 q 의 1차 미분의 2차항들로서 원심력 및 Coriolis 항으로 구분된다. 세 번째 항은 위치에너지를 미분하여 구해지는 항이다. 이 항은 토크 입력이 없을 경우 작용하는 유일한 외력으로 간주된다. 식 (1)은 행렬식을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \phi(q) = \tau \quad (2)$$

여기서 $D(q) \in R^{3 \times 3}$ 는 관성행렬이고, $C(q, \dot{q}) \in R^{3 \times 3}$ 는 원심력과 코리올리력을 포함하는 항이며, $h(q)$ 는 각 관절에 가해지는 중력 항이다. 이들의 구성을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ 0 & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ 0 & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ 0 & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ 0 & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$h = [0, h_2, h_3, h_4]^T,$$

여기서, $D_{11} = I_1 + (m_2 + m_3 + m_4)$

$$D_{22} = m_2 l_{c2}^2 + m_3 (l_{c3}^2 + l_{c3}^2 + 2l_2 l_{c3} \overline{C_3}) + m_4 (l_2^2 + l_3^2 + l_{c4}^2 + 2l_2 l_3 \overline{C_3} + 2l_3 l_{c4} \overline{C_4} + 2l_2 l_{c4} \overline{C_{34}}) + I_2 + I_3 + I_4$$

$$D_{23} = D_{32} = m_3 (l_{c3}^2 + l_2 l_{c3} \overline{C_3}) + m_4 (l_3^2 + l_{c4}^2 + l_2 l_3 \overline{C_3} + 2l_3 l_{c4} \overline{C_4} + l_2 l_{c4} \overline{C_{34}}) + I_3 + I_4$$

$$D_{24} = D_{42} = m_4 (l_{c4}^2 + l_3 l_{c4} \overline{C_4} + l_2 l_{c4} \overline{C_{34}}) + I_4$$

$$D_{33} = m_3 l_{c3}^2 + m_4 (l_3^2 + l_{c4}^2 + 2l_3 l_{c4} \overline{C_4}) + I_3 + I_4$$

$$D_{34} = D_{43} = m_4 (l_{c4}^2 + l_3 l_{c4} \overline{C_4}) + I_4$$

$$D_{44} = m_4 l_{c4}^2 + I_4$$

이고, 각 파라미터는 다음과 같이 정의된다.

l_2 : 어깨 좌표축 O_1 에서 팔꿈치까지의 길이

l_{c2} : 어깨 좌표축 O_1 에서 l_2 상의 무게중심까지 거리

l_3 : 팔꿈치 좌표축 O_2 에서 손목좌표 축 O_3 까지의 길이

l_{c3} : 팔꿈치 좌표축 O_2 에서 l_3 상의 무게중심까지의 거리

l_{c4} : 손목 좌표축 O_3 에서 상단 방향으로의 무게중심까지의 거리

편의상 $i, j=2, \dots, 4$ 에 대하여 $C_i = \cos(q_i)$ 과 $C_{ij} = \cos(q_i + q_j)$ 로 표현하였고, 사인함수에 대해서도, $i, j=2, \dots, 4$ 에 대하여 $S_i = \sin(q_i)$ 과 $S_{ij} = \sin(q_i + q_j)$ 로 표현한다.

식 (2)에서 원심력과 코리올리력을 포함하는 행

렬 $C(q, \dot{q})$ 을 표현하기 위해서 cristoffel 기호를 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$C_{232} = C_{322} = C_{332} = h_1 = -m_3 l_2 l_{c3} \overline{S_3} - m_4 l_2 l_3 \overline{S_3} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}$$

$$C_{242} = C_{422} = C_{342} = C_{432} = C_{442} = h_2 = -m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}$$

$$C_{223} = h_3$$

$$C_{243} = C_{423} = C_{343} = C_{433} = C_{443} = h_4 = C_{443} = -m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}$$

$$C_{224} = h_5 = m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}} + m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}$$

$$C_{243} = C_{312} = C_{343} = C_{433} = C_{443} = -m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}$$

$$C_{224} = m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}} + m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}$$

$$C_{234} = C_{324} = m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}$$

위의 식들을 이용하면 $C(q, \dot{q})$ 의 각 요소는 다음과 같이 표현된다.

$$C_{11} = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2$$

$$C_{22} = C_{232} \dot{q}_3 + C_{1242} \dot{q}_4$$

$$C_{23} = C_{322} \dot{q}_2 + C_{332} \dot{q}_3 + C_{342} \dot{q}_4$$

$$C_{24} = C_{422} \dot{q}_2 + C_{432} \dot{q}_3 + C_{442} \dot{q}_4$$

$$C_{32} = C_{223} \dot{q}_2 + C_{243} \dot{q}_4$$

$$C_{33} = C_{343} \dot{q}_4$$

$$C_{34} = C_{423} \dot{q}_2 + C_{433} \dot{q}_3 + C_{443} \dot{q}_4$$

$$C_{42} = C_{224} \dot{q}_2 + C_{234} \dot{q}_3$$

$$C_{43} = C_{324} \dot{q}_2 + C_{334} \dot{q}_3, \quad C_{44} = 0$$

중력 항 벡터 $h(q)$ 의 구성요소는 다음과 같다.

$$h_2 = m_2 g l_{c2} + m_2 g l_2 + m_3 g l_3 \cos q_2 + (m_3 g l_{c3} + m_4 g l_3) \cos q_{23} + m_4 g l_{c4} \cos q_{234}$$

$$h_3 = (m_3 g l_{c3} + m_4 g l_3) \cos q_{23} + m_4 g l_{c4} \cos q_{234}$$

$$h_4 = m_4 g l_{c4} \cos q_{234}$$

3. 미끄럼 공간에서의 동역학식

본 논문에서 설계한 로봇의 회전운동은 각각의 관절에 부착된 사절링크의 불나사 구동에 의해 이루어지므로, 불나사의 직선운동 변위 d 와 직선운동 방향의 구동력 F 의 관계로 정립된다⁽²⁾. 이를 위하여 각 관절을 구동하는 사절링크 구조를 살펴보면 다음과 같다.

3.1 4절 링크기구를 이용한 팔꿈치의 운동방정식

어깨, 팔꿈치 및 손목관절은 모두 같은 형태로 구성된다. 따라서 여기서는 대표적으로 팔꿈치 관절의 역학 관계를 유도하였다. 직선운동을 회전운동으로 변환하는 사절링크를 이용하여 팔꿈치관절의 회전각 q_2 를 구동하는 구조를 Fig. 2에 나타내었다.

여기서 b_3 는 팔목관절과 팔꿈치관절을 연결하는 부분이다. 운동 형태는 사절기구에서 a_2 부분이 미끄럼

운동을 할 때, a_2 을 제외한 나머지 내부 각들의 회전과 함께 팔꿈치관절이 회전하는 구조이다. 볼나사를 구동하여 제어하는 직선 이동거리 d_2 과 회전각 q_2 의 관계를 다음의 식을 이용하여 표현하였다.

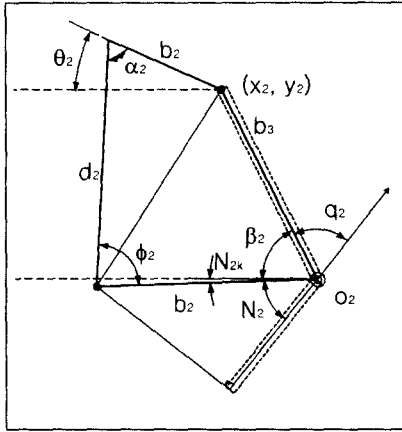


Fig. 2 4 Bar Link Mechanism of Elbow Joint

$$d_2^2 = A_2 + B_2 \cos \beta_2 + C_2 d_2 \quad (3)$$

여기서, $A_2 = b_3^2 + b_4^2 - b_2^2$, $B_2 = -2 b_3 b_4$,

$$C_2 = 2 b_2 \cos \alpha_2$$

식 (3)에서 b_1, b_2 및 b_3 는 고정된 링크길이이고 α_2 와 N_2 는 고정된 각이다. 식 (3)의 d_2 를 시간에 관해 미분하면 \dot{q}_2 와 관계식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{\beta}_2 = -\dot{q}_2 = R_{21} \dot{d}_2 \quad (4)$$

$$\ddot{\beta}_2 = -\ddot{q}_2 = -R_{22} \dot{d}_2^2 - R_{23} \ddot{d}_2 \quad (5)$$

여기서,

$$R_{21} = \frac{[C_2^2 + 4(A_2 + B_2 \cos \beta_2)]^{0.5}}{B_2 \sin \beta_2}$$

$$R_{22} = -2 [C_2^2 + 4(A_2 + B_2 \cos \beta_2)]^{-1} B_2 \sin \beta_2 R_{21}^2 + \frac{\cos \beta_2}{\sin \beta_2} R_{21}^2$$

$$R_{23} = -\frac{[C_2^2 + 4(A_2 + B_2 \cos \beta_2)]^{0.5}}{B_2 \sin \beta_2}$$

나머지 두 관절도 유사한 식으로 유도된다.

4. 미끄럼관절공간에서의 로봇의 운동방정식

보행 로봇의 관절 각 q 를 미끄럼 변위 d 로 변환함으로써 식 (2)의 관절공간 로봇 운동방정식이 다음과 같이 표현된다.

4.1 4절링크기구를 이용한 각 관절의 제어입력

회전관절공간의 토크 τ 와 직선운동 방향의 구동력 F 의 관계 식을 유도하기 위해 각 관절공간 상의 점 O_1 ,

O_2 , O_3 에서 각각의 볼나사의 미끄럼 방향에 수직인 법선을 그렸을 때, 이 법선 길이와 볼나사에 가해지는 구동력 F 의 곱이 각 관절에서 발생하는 토크 τ 가 된다. 우선, 각 관절에 작용하는 토크 τ_i 와 사절기구의 구동원인 볼나

사의 제어입력 F_i 사이의 관계식을 유도한다. Fig. 2에 표시된 바와 같이 4절 링크의 회전부분에 임의의 좌표 (x_i, y_i) 를 이용하여 다음의 관계식을 유도한다.

$$d_i \cos(\psi_i + N_i) + l_2 \cos \theta_i = l_4 \cos N_i - l_3 \cos(\beta_i - N_i) = x_i \quad (6)$$

$$d_i \sin(\psi_i + N_i) - l_2 \sin \theta_i = l_4 \sin N_i + l_3 \sin(\beta_i - N_i) = y_i \quad (7)$$

여기서, $i = 1, 2, 3$ 에 대해 $j = ik$ 이나, 단, $i=1$ 일 때 $j=i$ 이다. 또한, $i = 1, 2, 3$ 각각에 대해 $l = a, b, c$ 로 어깨관절에서 팔목관절 순서이다. 식 (6)의 x_i 에서 관계식을 정리하면 다음과 같다.

$$\psi_i = \text{atan} \left(\frac{S y_i - T_i x_i}{S x_i + T_i y_i} \right) \quad (8)$$

여기서

$$x_i = S_i \cos \psi_i - T_i \sin \psi_i$$

$$y_i = T_i \cos \psi_i + S_i \sin \psi_i$$

또한,

$$\alpha_i = d_i \cos N_i, \quad \beta_i = d_i \sin N_i$$

$$\gamma_i = l_2 \cos(\pi - N_i), \quad \delta_i = l_2 \sin(\pi - N_i)$$

$$S_i = \alpha_i + \gamma_i \cos \alpha_i + \delta_i \sin \alpha_i$$

$$T_i = \beta_i + \gamma_i \sin \alpha_i - \delta_i \cos \alpha_i$$

로봇의 관절에 걸리는 토크 τ_i 는 O_i 에서 발생하므로, 볼나사의 직선운동 방향의 구동력 F_i 과 관계식은 다음과 같다.

$$\tau_i = F_i l_i \sin \psi_i \quad (9)$$

4.2 미끄럼공간의 운동방정식

앞 절에서 관절공간에서의 운동방정식을 미끄럼 관절공간 상에서 식으로 표현하고 미끄럼 공간의 제어입력을 유도하였으므로 식 (3)~(9)을 이용하면 식 (2)는 관절공간에서 제어입력을 포함한 다리의 운동방정식을 다음과 같이 미끄럼 관절공간에서 표현할 수 있다.

$$H(d) \ddot{a} + K(d, \dot{a}) \dot{a} + h_f(d) = F \quad (10)$$

여기서

$$H(d) = L^{-1} D(d) R(d), \quad K(d, \dot{a}) = L^{-1} (C(d, \dot{a}) \dot{a} + H(d) R(d) \dot{a}),$$

$$h_f(d) = L^{-1} h(d), \quad F = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4]^T$$

$$R(d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{32} \end{bmatrix}, \quad R(d) \dot{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ R_{12} \dot{d}_1^2 \\ -R_{22} \dot{d}_2^2 \\ R_{32} \dot{d}_3^2 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_4 \cos \psi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 \cos \psi_1 F_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 \cos \psi_3 \end{bmatrix}$$

식 (10)에서는 $D(d)$, $C(d, \dot{a})$ 및 $h(d)$ 는 $D(q)$, $C(q, \dot{q})$ 및 $h(q)$ 의 관절 각이 미끄럼 변위로 표현되었고 관절공간의 입력 τ 도 미끄럼 공간의 힘 F 로 표현되었다.

5. 슬라이딩모드 제어기 설계 및 시뮬레이션

식 (10)과 같이 볼나사 공간의 운동식으로 변환된 로봇 시스템은 일반적인 관절형태의 로봇에 볼나사 구조가 포함

되어 시스템의 질량이나 관성과 같은 파라미터의 측정이 어렵고, 마찰력 등이 작용하여 시스템의 비선형성이 증가한다. 이러한 시스템의 경로제어를 위하여 슬라이딩 모드 제어를 적용하였다. 슬라이딩 모드의 구성은 다음과 같다.

$$s = \dot{e} + ce \quad (11)$$

여기서 $e = d - d_d$, d_d 는 원하는 회전각에 대한 볼나사의 이동경로이다. 슬라이딩 모드 제어기의 안정도는 리야푸노프 함수 $V = (1/2)s^T Hs > 0$ 를 이용하고 이의 시간에 관한 미분치 $\dot{V} < 0$ (for $s \neq 0$) 임을 보이면 된다⁽⁶⁾. 이 과정에서 제어입력은

$$\tau = \hat{\tau} - ksgn(s) \quad (12)$$

여기서

$$sgn(s) = \begin{cases} +1 & (s > 0) \\ -1 & (s < 0) \end{cases}$$

$$\hat{\tau} = H\ddot{d}_d + \dot{K}d_d + \hat{h}, \quad (13)$$

여기서,

$$\ddot{d}_d = \ddot{d}_d - c\dot{e}, \quad \dot{H} = \dot{H} - H, \quad \dot{K} = \dot{K} - K, \quad \dot{h} = \dot{h} - h \text{ 이고,}$$

$$k_i \geq |[\dot{H}\ddot{d}_d + \dot{K}d_d + \dot{h} + \dot{H} - 2K]_i| + \eta_i \quad (14)$$

슬라이딩 모드제어를 적용한 결과를 Fig. 3 및 4에 나타내었다.

각 다리의 질량 및 관성모멘트의 추정오차를 30%로 하고 경로는 Fig. 3에 나타나있다. 여기서 원하는 경로를 각각의 볼나사는 잘 추종하여 Fig. 4에서 추정오차는 매우 작음을 알 수 있다. 따라서, 불확실성이 많은 시스템에 슬라이딩모드 제어기의 적용은 적합하다는 것을 알 수 있다.

5. 결론

4절 링크기구를 관절구동기로 적용한 새로운 구조의 다관절 로봇의 운동 방정식을 유도하였고, 슬라이딩 모드 제어를 적용한 경로제어에서 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 원하는 경로를 잘 추종함을 확인하였다.

본 논문에서 제안하는 다관절 로봇은 고 토크나 고 부하가 작용하는 프레스 공정이나 연마, 연삭, 다듬질, 절삭, 드릴링 등의 공정에서 그 활용이 클 것으로 기대되어, 현재 제안된 로봇의 실제 제작하고 있으므로 조만간 실험을 통하여 본 논문에서 행한 이론적 연구를 실제로 확인할 계획이다.

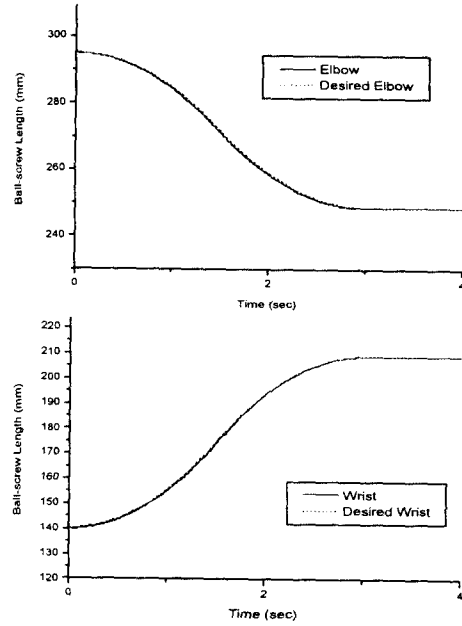
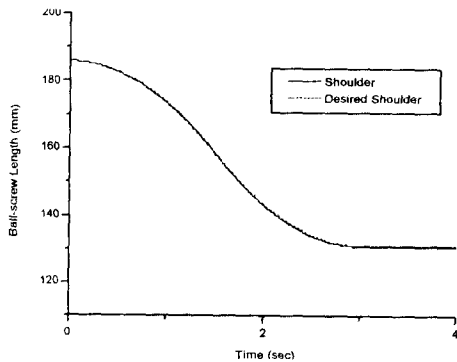


Fig. 3 Tracking of the Desired Trajectories

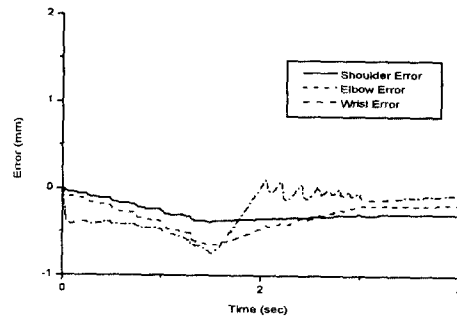


Fig. 4 Tracking Errors

참고문헌

- (1) Mark W. spong, M. Vidyasagar. "Robot Dynamics and Control" John Wiley & Sons.
- (2) D. Y. Han, W. K. Kim, B. J. Yi, "Load Handling and Dynamic Performance Analysis for the Excavator", KSME 95F105, pp 585-590.
- (3) Stewart, D "A platform with Six Degree of Freedom", Proc. Instn. Mech. Engrs, london, Vol. 180 No. 15, pp.371-386, 1965.
- (4) Ficher, E.F., "A Stewart Platform-Based Manipulator: General Theory and Practical Construction", Int. J. of Robotics Research, Vol. 5, pp. 157-182, 1986.
- (5) 최형식, 이호식, 박용현, "볼나사 구동기를 로봇다리의 모델링", 한국정밀공학회 춘계학술대회논문집, pp.583-586, 2000.5.
- (6) J. J. E. Slotine and W. Li, "Applied Nonlinear Control", Prentice-Hall, 1991.
- (7) 최형식, 박용현, 정경식, 이호식, 볼나사를 이용한 매니플레이터의 모델링 및 슬라이딩모드 제어, 한국정밀공학회 춘계학술대회논문집, pp.292-295, 2001.5.