

퍼지 논리를 이용한 칼만 필터의 파라미터 조정

Parameter tuning of Kalman filter Using a Fuzzy Logic Control

*방 은 오, 강 성 인, 이 상 배

한국 해양대학교 전자 통신 공학과 퍼지-뉴로 제어 연구실

부산광역시 영도구 동삼동 1번지

E-mail : uobang@kmucc.kmaritime.ac.kr Tel : (051) 410-4310

ABSTRACT

칼만 필터는 피드백 제어의 형태를 사용하는 플랜트를 추정한다. 플랜트의 잡음이나 측정 외란이 발생하더라도 상태를 추정하여 최적의 제어를 행한다. 상태를 추정하기 위하여 칼만 필터의 이득 K_k 를 조절하고, 이 이득은 칼만 필터의 파라미터인 측정 오차 공분산 R_k 과 프로세서 잡음 오차 공분산 Q_k 를 조정함으로써 뛰어난 필터 수행을 얻을 수 있다. 그러나 필터 파라미터 R_k , Q_k 는 필터 연산 이전에 측정되어야 하지만, 현재는 전문가가 전문적인 지식을 바탕으로 파라미터를 조정하여 시스템을 제어하고 있다. 따라서 이러한 비효율적인 작업을 퍼지 논리 제어기를 이용하여 온-라인에서 최적의 파라미터 R_k 를 구하고자 한다.

I. 서 론

시스템을 제어하기 위하여 칼만 필터로 상태를 추정하여 최적의 제어를 행하였다. 칼만 필터는 과거, 현재 상태 뿐만 아니라 미래 상태까지 모델된 시스템이 알려지지 않더라도 상태를 추정하여 제어할 수 있는 뛰어난 계산 알고리즘이다. 플랜트의 잡음이나 측정 외란이 발생하더라도 상태를 추정하여 최적의 제어를 행한다.

상태를 추정하기 위하여 칼만 필터의 이득 K_k 가 조정되고, 이 이득은 칼만 필터의 파라미터인 측정 오차 공분산 R_k 와 프로세서 잡음 공분산 Q_k 에 의해서 조정된다.

본 논문에서는 동적 시스템을 칼만 필터로 최적의 제어를 하기 위하여 칼만 필터의 이득 K_k 에 영향을 미치는 칼만 필터의 내부 파라미터인 R_k 를 퍼지 논리 제어기를 이용하여 오차를 최소화할 수 있는 최적의 값으로 조정해준다.

II. 칼만 필터 제어

이산 시간 상태 방정식과 측정 방정식은 다음과 같다.

$$x_{k+1} = A_k x_k + B u_k + w_k \quad (1)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (2)$$

w_k : random process noise.

v_k : random measurement noise.

이전 상태와 다음 상태 추정 오차는 다음과 같이 정의한다.

$$e_k^- \equiv x_k - \hat{x}_k^- \quad (3)$$

$$e_k \equiv x_k - \hat{x}_k$$

\hat{x}_k^- 는 k단계에서 k단계 앞까지의 이전 상태의 추정을 나타내고, \hat{x}_k 는 k단계에서 측정 z_k 가 주

이전 다음 상태 추정을 나타낸다.

이전 상태와 다음 상태 추정 오차 공분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_k^- &= E[e_k^- e_k^{-T}] \\ P_k &= E[e_k e_k^T] \end{aligned} \quad (4)$$

다음 상태 추정 \hat{x}_k 는 이전 상태 추정 \hat{x}_k^- 을 실제 측정 z_k 와 측정 예측 $H_k \hat{x}_k^-$ 의 차(이노베이션)에 선형 조합한 것으로 계산된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K(z_k - H_k \hat{x}_k^-) \end{aligned} \quad (5)$$

($z_k - H_k \hat{x}_k^-$) : 측정 이노베이션.

행렬 K_k 는 다음 상태 추정 오차 공분산을 최소화하기 위한 이득으로 선택된다.

$$\begin{aligned} K_k &= P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \\ &= \frac{P_k^- H_k^T}{H_k P_k^- H_k^T + R_k} \end{aligned} \quad (6)$$

측정 오차 공분산 R_k 를 0으로 접근시키면 이득 K 는 이노베이션을 더 크게 하고, 이전 상태 추정 오차 공분산 P_k^- 를 0으로 접근시키면 이득 K_k 는 이노베이션을 더 작게 한다.

$$\lim_{R_k \rightarrow 0} K_k = H_k^{-1}, \quad \lim_{P_k^- \rightarrow 0} K_k = 0 \quad (7)$$

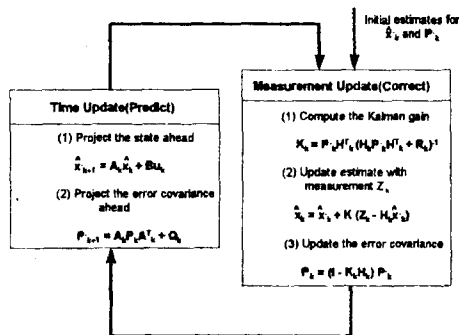


그림 1. 칼만 필터의 연산.

칼만 필터는 그림 1과 같이 time update 방정식과 measurement update 방정식을 사용한다.

Time update 방정식은 다음 시간 단계에 대하여 이전 추정을 얻기 위해 현재 상태와 오차 공분산 추정을 전방향으로 투영하는 응답이다.

Measurement update 방정식은 항상된 나중 상태를 얻기 위해 이전 상태에 새로운 측정을 섞는 feedback 응답이다.

이득은 k부터 k+1까지의 상태와 공분산 추정을 어떻게 time update 방정식에 투영할 것인가의 정보이다. 각 시간과 measurement update 후에 프로세서는 이전의 다음 추정을 새로운 이전 추정을 투영하거나 예측하는데 사용한다. 이런 회귀 특성은 칼만 필터의 아주 중요한 특징 중 하나이다.

III. 퍼지 논리를 이용한 칼만 필터의 파라미터 조정.

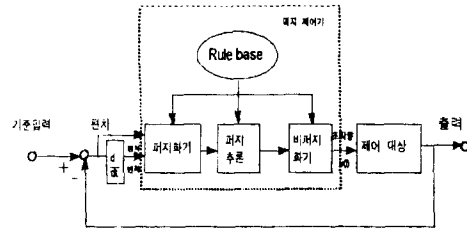


그림 2. 퍼지 제어 시스템.

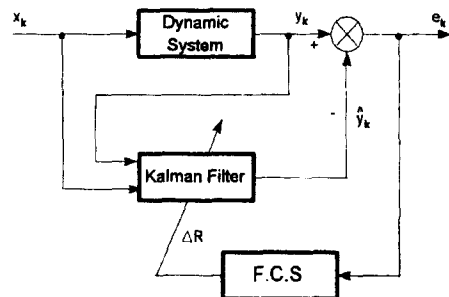


그림 3. 퍼지 제어를 이용한 칼만 필터의 파라미터 조정 블럭도.

그림 3과 같이 동적 시스템을 제어하기 위하여 칼만 필터(Kalman Filter)를 사용하였고, 칼만 필터의 이득 K_k 를 조절하기 위하여 상태 추정에 따르는 오차 공분산 R_k 를 온-라인에서 퍼지 논리 제어 시스템(Fuzzy Logic Control System)을 사용하여 조정함으로써 정확한 제어를 수행할 수 있도록 하였다.

플랜트의 출력을 y_k , 칼만 필터의 추정 출력 \hat{y}_k 라 했을 때, 오차 $e_k = y_k - \hat{y}_k$ 이고, 추정 오차 공분산 P_k 를 최소화하기 위해 칼만 필터의 이득을 조절한다. 그 때, 칼만 필터의 이득을 최적으로 하는 측정 오차 공분산 R_k 를 퍼지 제어기의 퍼지 논리 제어 규칙으로 조절한다.

측정 오차 공분산 R_k 가 아주 크다면 출력이 발산은 하지 않으나 수렴속도가 늦고, 반대로 0에 가까운 작은값을 주게되면 수렴은 빠르지만 발산하게 된다. 따라서 이러한 출력의 수렴과 발산을 퍼지 논리 언어로 조정하게 된다.

퍼지 제어기의 제어 규칙에 의해 최적의 측정 오차 공분산 R_k 를 산출해 칼만 필터의 초기 파라미터를 조정해감으로써, 빠르고 정확한 최적의 시스템 제어를 위해 칼만 필터의 이득 K_k 를 조절한다.

출력 오차 e_k 가 크고(PB, NB), 오차 변화량 Δe 가 zero면(ZE), 측정 오차 공분산 ΔR 을 크게 조절한다.(NB)

출력 오차 e_k 가 zero고(ZE) 오차 변화량 Δe 가 zero면(ZE), 측정 오차 공분산 ΔR 을 zero로 조절한다.(ZE)

출력 오차 e_k 가 zero고(ZE) 오차 변화량 Δe 가 크면(PB, NB), 측정 오차 공분산 ΔR 을 크게 조절한다.(PB)

	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB				NB			
NM				NM			
NS				NS			
ZE	NB	NB	NS	ZE	PS	PM	PB
PS				PS			
PM				PM			
PB				PB			

표1 완성된 제어규칙.

IV. 동적 시스템

칼만 필터는 모터 속도와 외란 토크를 추정하기 위해 사용되었다. 칼만 필터는 최적상태 추정이고, 랜덤 노이즈 환경을 포함한 동적 시스템에 자주 이용된다.

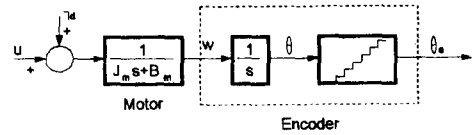


그림 4 기계적 시스템의 모델링.

그림 3에서 기계적 시스템의 동적 방정식과 상태 방정식은 다음 식으로 기술한다.

$$J_m \frac{d\omega}{dt} + B_m \omega = u + \tau_d, \quad \omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (8)$$

- ω : 모터의 기계적 각속도. θ : 각변위.
- J_m : 관성 모멘트. B_m : 점성 계수.
- u : 구동 토크. τ_d : 외란 부하 토크.

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k u_k + \Gamma_k w_k \quad (9)$$

$$z_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + v_k$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{J_m} & 0 & \frac{1}{J_m} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = [0 \ 1 \ 0], \quad \mathbf{x} = [\omega \ \theta \ \tau_d]^T$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & u_{\max} \end{bmatrix}, \quad w = [u_{\text{noise}} \ \tau_{\text{noise}}], \quad v = \theta_{\text{noise}}$$

- u_{\max} : 최대 제어 입력
- u_{noise} : 제어 입력의 시스템 잡음.
- τ_{noise} : 외란 부하 토크의 시스템 잡음.
- θ_{noise} : 측정 잡음.

w 와 v 는 0 평균 백색 가우시안 잡음 입력이다. 시스템 잡음은 비 이상적인 전류 제어기와

비 이상적인 모터 특성으로부터 발생된다. 측정 잡음은 shaft encoder의 불완전과 shaft 각변위의 양자화에 의해 발생된다.

시스템 잡음 벡터 Q_k 의 분산 행렬 요소에 대한 값은 펄스 대역 변조 인버터와 모터에 의해 발생된 잡음으로부터 결정된다. 측정 잡음 벡터 R_k 의 분산 행렬 요소에 대한 값은 shaft encoder에 의해 발생된 잡음으로 결정된다.

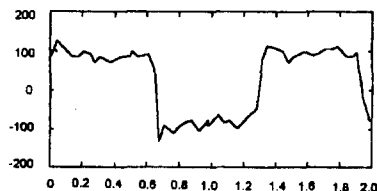
형 태	영구 자석 동기 모터
규 격	2.2 kW, 8극, 2000 rpm
관성 모멘트	$J_m = 0.007 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
점성 계수	$B_m = 0.6e-3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{sec}$
토크 계수	$K_T = 0.67 \text{ N} \cdot \text{m/A}$
엔코더 분해능	1024 ppr

표 2 모터의 사양.

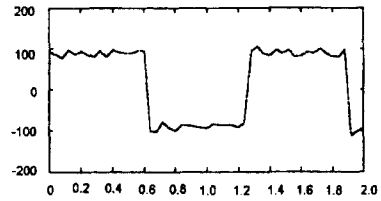
V. 시뮬레이션 결과 및 결론

그림 4의 시뮬레이션 결과에서 (a)는 퍼지 추론을 하지 않고 초기 R_k 값을 1로 주었을 때의 모터 각속도 ω 이고, (b)는 퍼지 추론을 하여 R_k 값을 조정할 때의 이득 K_k 로 제어된 모터 각속도 ω 를 보여준다. 이 때 퍼지 규칙에 의해서 추론된 R 값은 0.011이다. 이 시뮬레이션 결과에 의해서 퍼지 논리 제어기를 사용하여 R_k 값을 조정해 줌으로써 칼만 필터의 이득 K_k 를 조정하면 오차가 작은 정확한 시스템 제어를 할 수 있음을 알 수 있다.

칼만 필터 내부 파라미터 R_k 값이 전문가에 의해서 초기값이 결정되는 경우와 외란에 의해 R_k 값이 부적합하게 변할 경우 본 논문을 토대로 최적의 R_k 값을 찾을 수 있는 이점이 있다.



(a)



(b)

그림 4 모터의 속도(ω) 출력
(a) $R=1$ (b) $R=0.011$ (퍼지출력)

참고 문헌

- [1] Kalman, R.E.1960. "Optimal Estimation with an Introduction to Stochastic Control Theory", John Wiley & Sons,Inc.
- [2] Greg Welch and Gary Bishop, 1997 "An Introduction to the Kalman Filter"
- [3] Sorens, H. W. 1970 "Least-Squares Estimation : form Gauss to Kalman" IEEE spectrum, vol.7
- [4] Heui-Wook Kim & Seung-Ki Sul. 1996 "A New Motor Speed Estimator Using Kalman Filter in Low Speed Range" IEEE vol.43
- [5] Robert Grover Brown, Patric Y. C. Hwang "Introduction to Random signals and applied Kalman filtering"
- [6] Mohammad Jamshidi, Narder J. Ross "Fuzzy Logic and Control"
- [7] 채석, 오영석 "퍼지 이론과 제어"