

입력 공간의 변환을 이용한 새로운 방식의 퍼지 모델링

A New Fuzzy Modeling Algorithm Considering Correlation among Components of Input Data

김은태, *박민기, 박민용

연세 대학교 전자 공학과 *서울 산업 대학교 전자공학과

Abstract

Generally, fuzzy models have the capability of dividing input space into several subspaces, compared to linear ones. But hitherto suggested fuzzy modeling algorithms do not take into consideration the correlations between components of sample input data and address them independently of each other, which results in ineffective partition of input space. Therefore, to solve this problem, this letter proposes a new fuzzy modeling algorithm which partitions the input space more efficiently than conventional methods by taking into consideration correlations between components of sample data. As a way to use correlation and divide the input space, the method of principal component is used. Finally, the results of computer simulation are given to demonstrate the validity of this algorithm.

I. 서론

1965년 Zadeh에 의해 제안된 퍼지 이론[1]은 여러 공학, 과학 및 산업 분야에서 성공적으로 응용되고 있으며 그 비선형성을 이용하여 전체 시스템을 묘사하고자 하는 퍼지 모델링에 대한 연구도 활발히 진행되고 있다[2]. 그러나 이러한 모델들은 모두 샘플 데이터 성분간의 상관(correlation)을 고려하지 않고 각 성분들을 독립적으로 다루어 모델링하는 문제점을 가지고 있었다. 즉 데이터의 각 성분들은 서로 상관되어 있음에도 불구하고 이들을 각각 독립적으로 다루어 입력 공간을 분할함으로써 불필요하게 퍼지 규칙의 수가 증가하며 모델링 오차 또한 커지는 단점을 가지고 있다.

따라서 본 논문에서는 샘플 데이터 성분간의 상관관계를 고려하여 입력 공간을 분할함으로써 모델링 오차를 줄일 수 있는 새로운 방식의 퍼지 모델링 알고리즘을 제안한다.

본 제안된 모델은 기본적으로는 설정 알고리즘이 간단하고 묘사력이 뛰어난 [1]의 퍼지 모델링 (편의상 SI (Simply Identified) 퍼지 모델이라 칭한다) 알고리즘

를 이용한다. 그러나 샘플 데이터의 성분간의 상관성을 고려하여, 이를 없애기 위해 대략 조정과 미세 조정 과정 사이에서 주성분 분석 기법 (the method of principal component)[13][14]을 각 퍼지 규칙마다 이용하여 모델링 오차를 줄이도록 한다.

II. SI (Simply Identified) 퍼지 모델

본 논문에서 사용하게 될 SI 퍼지 모델[9]은 기존의 퍼지 모델 중에서 가장 추목함 관한 2개의 모델인 Takagi Sugeno 모델[6]과 Sugeno-Yasukawa 모델[8]의 장점을 결합한 새로운 퍼지 모델링 방법이다. 외형 상으로는 Takagi-Sugeno 모델을 취함으로써 적은 수의 퍼지 규칙으로도 훌륭한 시스템 묘사력 있으며 시스템 파라미터 설정에 있어서는 Sugeno-Yasukawa 모델만큼 쉽게 컴퓨터로 구현할 수 있는 장점이 있다. 기본적인 알고리즘은 대략 조정과 미세 조정의 두 단계로 이루어지며 SI 모델의 파라미터 설정 기본 분량도는 동일하다.

III. 입력 데이터 성분간의 상관성을 고려한 새로운 방식의 퍼지 모델

이후에 다 설명할 SI 퍼지 모델을 간단히 묘사하여

* 본 논문은 정부-동작부-대학 공동 연구 지원 사업에 의해 지원되었습니다.

뛰어나고 설정 알고리즘이 간단한 장점을 가지고 있다. 그러나 기존의 알고리즘들과 마찬가지로 이 알고리즘 또한 입력 데이터 성분간 갖게 되는 상관을 고려하지 않고 입력 공간을 각 변수에 따라 분할하는 문제점을 가지고 있었다. 이 문제점을 해결하기 위한 비상관 과정(uncorrelation)의 개념을 다음절에서 설명한다.

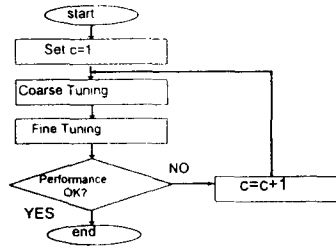


그림 1. SI 퍼지 모델링 알고리즘

3.1 비상관 과정의 개념

2차원 이상의 다입력 시스템의 경우, 입력 데이터의 성분간에 강한 상관(strong correlation) 관계가 있을 때 이를 무시하고 각 입력 변수에 대해

R^i : If x_1 is A_1^i and x_2 is A_2^i and ... and x_m is A_m^i , then ... 형태로 입력 공간을 분할하는 것은 바람직하지 않으며 오차를 발생시키게 된다

예컨대 2차원 입력 시스템의 경우, 그림 2에서 보는 바와 같이, 서로 다르게 상관된 (a)(b)(c)의 경우에 대해 모두

R^i : If x_1 is A_1^i and x_2 is A_2^i , then ...

형태로 입력 공간을 분할하는 것은 바람직하지 않음을 알 수 있다.

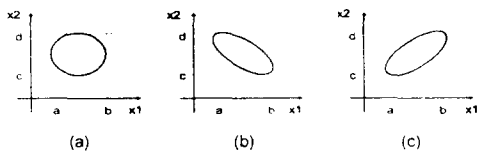


그림 2. 같은 입력 공간을 갖지만 서로 다르게 상관된 샘플 데이터

더욱이 HPC-MEANS 알고리즘을 적용한 이후 각 퍼지 규칙에 속하는 데이터 성분간의 상관이 서로 달라서 그림 3과 같이 샘플의 입력 데이터가 분할된 경우, 클러스터 1과 클러스터 2의 x_1 와 x_2 중 범위가 거의 비슷하여

R^i : If x_1 is A_1 and x_2 is A_2 , then ...

형태로 전진부를 분할하는 것은 사실상 의미가 없음을 알 수 있다.

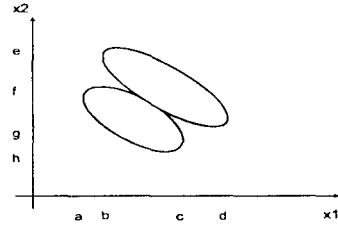


그림 3. 한 입력공간상에서 서로 다르게 상관된 2개의 클러스터

따라서 본 논문에서는 주성분 분석 기법을 이용하여 각 퍼지 규칙에 소속된 데이터 성분간의 상관을 없애므로서 모델링 오차를 줄이는 새로운 방법의 퍼지 모델링 알고리즘을 제안한다. 주성분 분석법은 주로 코딩 이론에서 이산 KL변환 (Karhunen and Loeve 변환)이라 알려진 최적 코딩 이론으로 퍼지 모델링에서도 입력 공간을 최적 분할하는 역할을 한다. 즉, 각 퍼지 규칙에 소속된 샘플 데이터의 성분간 상관을 없애기 위해, 각 규칙에 주성분 분석 기법을 적용하여 분할 입력 공간을 변환하게 되는데 결과적으로 얻게 되는 퍼지 모델은 다음과 같은 형태를 취하게 된다.

R^i : If $(t'_{i1}x_1 + t'_{i2}x_2 + \dots + t'_{im}x_m)$ is B'_i and

... and $(t'_{m1}x_1 + t'_{m2}x_2 + \dots + t'_{mm}x_m)$ is B'_m , (1)

then $y^i = a'_i + a'_i x_1 + \dots + a'_i x_m$

여기서 $t'_i = [t'_{i1} t'_{i2} \dots t'_{im}]$ 는 i 번째 퍼지 규칙의 j 번째 전진부 조건식의 방향을 나타내는 단위 벡터이며 $j=1, \dots, m$ 에 대해 서로 상호 단위 직교(mutually orthonormal)한다. 따라서

$T^i = [t'_i t'_2 \dots t'_m]$ 라 할 때 $(T^i)^T(T^i) = I$ 인 유니터러 행렬이 된다. (I 는 n 의 단위 행렬이다.)

이같이 주성분 분석 기법을 이용하여 입력 데이터 성분간 상관을 없애는 과정은 II장에서 설명한 SI 퍼지 모델링의 경우, 대략 조정과 미세 조정 사이에 들어가게 된다. 결과적으로 얻게 되는 데이터 성분간 상관을 고려한 수정된 SI 퍼지 모델링 알고리즘은 다음의 그림 4와 같이 표현되게 된다. 이게 다음절에서 대략 조정과 미세 조정 과정 사이에 들어가게 되는 비상관 과정(uncorrelation process)을 자세히 설명한다.

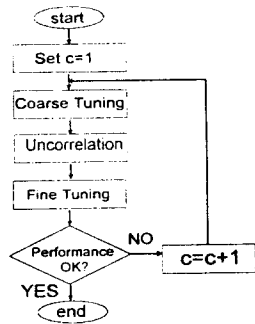


그림 4. 입력 데이터 성분간의 상관을 고려한 수정된 퍼지 모델링 알고리즘

3.2 비상관 과정

이제 (x_i, y) , $1 \leq i \leq n$ 인 n 개의 샘플 데이터 벡터가 주어지, 대략 조정 과정에서 c 개의 클러스터로 나뉘어 지고, i 번째 클러스터(퍼지 규칙)에 속하는 샘플 데이터의 수를 N_i ($\sum_{i=1}^c N_i = n$)라 할 때:

STEP 1: 퍼지 규칙 R^i 에 대해 평균 벡터 m^i 를 계산한다.

$$m^i = \frac{1}{N_i} \sum_{x_i \in R^i} x_i \quad (i=1, \dots, c)$$

STEP 2: 각 퍼지 규칙 R^i 에 대해 공통 분산 행렬 (covariance matrix)

$$C^i = \frac{1}{N_i} \sum_{x_i \in R^i} x_i^T x_i - m^{i,T} m^i \quad (i=1, \dots, c)$$

을 계산하고 그 고유치 및 고유 벡터를 계산한다.

$m \times m$ 행렬 C^i 의 고유치를 $\lambda(C^i) = \lambda_1^i, \lambda_2^i, \dots, \lambda_m^i$ 라하고, 또 그 각각에 해당하는 고유 벡터를 $t_1^i, t_2^i, \dots, t_m^i$ 라한다. 여기서 $t_j^i = [t_{j1}^i \ t_{j2}^i \ \dots \ t_{jm}^i]$ 의 성분을 갖는 벡터이다.

STEP 3: STEP 2에서 구한 고유 벡터를 이용하여 입력 데이터 성분간의 상관을 없앤 다음과 같은 변형된 형태의 퍼지 모델을 형성한다.

$$R^1: \text{If } z_1^1 \text{ is } B_1^1(\phi_{11}^1, \phi_{12}^1) \text{ and } z_2 \text{ is } B_2^1(\phi_{21}^1, \phi_{22}^1) \text{ and} \\ \dots \text{ and } z_m^1 \text{ is } B_m^1(\phi_{m1}^1, \phi_{m2}^1), \\ \text{then } v^1 = a_0^1 + a_1^1 x_1 + \dots + a_m^1 x_m \quad (2)$$

$$v = \frac{\sum \mu^i v^i}{\sum \mu^i} = \prod_i F_i(z^i) \quad (3)$$

여기서 $z_j^i = t_j^{i,T} x = t_{j1}^i x_1 + t_{j2}^i x_2 + \dots + t_{jm}^i x_m$ 으로 식 (7)과 일치하는 식이다. 여기서 각 후건부 파라미터는 2절에서 설명한 대략 조정 과정에서 정해진 파라미터이며 전건부 파라미터는 다음 식에 의해 결정된다.

$$B_j^i = \exp\left(-\frac{z_j^i - \phi_{j1}^i}{\phi_{j2}^i}\right)^2 \quad (4)$$

$$\phi_{j1}^i = t_j^{i,T} m^i \quad (\text{mean}) \quad (5)$$

$$\phi_{j2}^i = \sqrt{2} \times \sqrt{\lambda_j^i} \quad (\text{deviation}) \quad (6)$$

IV. 시뮬레이션 및 결과 고찰

컴퓨터 시뮬레이션을 통해 제안한 알고리즘의 타당성을 확인한다. 대상으로 사용하는 시스템은 식(7)로 표현되는 데

$$y = (1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2 \leq 5 \quad (7)$$

이는 퍼지 모델의 성능 분석에 널리 사용되는 2차원 정적 비선형 시스템이다. 기존의 퍼지 모델과 성능을 비교함으로써 성능을 확인한다. 우선 식 (7)로 표현되는 시스템으로부터 데이터를 50개 취득하여 퍼지 모델을 구성한다. 그림 6은 다음 퍼지 규칙의 수에 따른 오차의 제곱의 평균의 그래프이다. 퍼지 규칙이 3인 경우 오차가 적음을 알 수 있다.

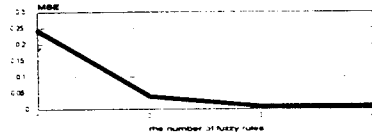


그림 5. 퍼지 규칙의 수에 따른 오차

$$R^1: \text{If } (-0.9480x_1 - 0.3182x_2) \text{ is } B_1^1 \text{ and } (0.3182x_1 - 0.9480x_2) \text{ is } B_2^1$$

$$\text{then } y^1 = 3.910624 - 0.362504x_1 - 0.245329x_2$$

$$R^2: \text{If } (-0.9647x_1 + 0.2632x_2) \text{ is } B_1^2 \text{ and } (-0.2632x_1 - 0.9647x_2) \text{ is } B_2^2$$

$$\text{then } y^2 = 7.944374 - 0.529847x_1 - 1.311219x_2$$

$$R^3: \text{If } (-0.9386x_1 - 0.3450x_2) \text{ is } B_1^3 \text{ and } (0.3450x_1 - 0.9386x_2) \text{ is } B_2^3$$

$$\text{then } y^3 = 4.541276 + 1.494543x_1 + 0.066644x_2$$

위식의 전건부 파라미터는 $B_j^i = \exp\left(-\left(\frac{z_j^i - \phi_{j1}^i}{\phi_{j2}^i}\right)^2\right)$

에서 표1과 같다.

표 1. 퍼지 모델의 전건부 파라미터
Table 1. Premise parameters of fuzzy model

	ϕ_{11}	ϕ_{12}	ϕ_{21}	ϕ_{22}
R^1	-3.187351	0.856906	1.825514	1.288081
R^2	-3.216351	1.397517	0.592061	1.236503
R^3	-3.117508	0.611325	3.206018	1.677119

다음의 평가 함수를 기존의 알고리즘과 비교하여 보면

$$\bar{e}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y(i) - \hat{y}(i))^2$$

0.008754로서 Sugeno-Yasukawa 모델의 0.079, SI 퍼지 모델의 0.0197로 보다 우수함을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 기존의 퍼지 모델의 문제점을 해결하고 입력 공간의 분할을 효율적으로 하기 위해 비상관 개념을 도입하여 입력 공간을 분할하는 새로운 방식의 퍼지 모델링 알고리즘을 제안하였다. 본 논문의 개념은 기본적으로 SI퍼지 모델 방법에 적용되었지만, 기존의 다른 알고리즘에도 적용 가능 할 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy Algorithm," *Information and Control*, vol. 12, pp.94-102, 1968.
- [2] J. C. Bezdek, "Editorial: Fuzzy Models - What Are They, and Why?," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 1, No. 1, pp. 1-6, Feb. 1993.
- [3] J. C. Bezdek and S. K. Pal, *Fuzzy Models For Pattern Recognition: Methods that Search for Structures in Data*, IEEE Press.
- [4] R. M. Tong, "The Evaluation of Fuzzy Models Derived From Experimental Data," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 4, pp.1-12, 1980.
- [5] W. Pedrycz, "An Identification Algorithm in Fuzzy Relational Systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 13, pp.153-167, 1984.
- [6] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. Systems Man*

- Cybernet*, vol. 15, No. 1, pp.116-132, 1985
- [7] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability Analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 45, 136-156, 1992
- [8] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy-Logic-Based Approach to Qualitative Modeling", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 1, pp 7-31, Feb. 1993,
- [9] E. T. Kim, M. K. Park, S. H. Ji and M. Park, "A New Approach to Fuzzy Modeling," *IEEE Trans. Fuzzy Systems* (To appear)
- [10] 김은태, 박민기, 김승우, 박민용, "새로운 방식의 퍼지 모델링," 대한 전자 공학회논문지, 제 32권, B편, 제 2호, pp. 199-207
- [11] Sam-Kit Sin and Rui J. P. deFigueiredo, "Fuzzy System Design Through Fuzzy Clustering and Optimal Predefuzzification," *2nd IEEE Int'l Conf on Fuzzy Systems*, San Francisco, Calif., 1993, pp.190-195.
- [12] Li-Xin Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*, Prentice-Hall International, Inc. pp. 83-99
- [13] H. Hotelling, "Analysis of a Complex of Statistical Variables into Principal Components," *J. Educ. Psychol.*, vol.24, pp. 417-441, 498-520
- [14] K. Karhunen, "Über Lineare Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung," *Ann. Acad. Sci. Fennicae*, Ser. A137, (Translated by I. Selin in "On Linear Methods in Probability Theory," T-131, 1960, The RAND Corp., Santa Monica, Calif.)
- [15] K.Åstrom and B.Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison Wesley, 1988.
- [16] B. Widrow, S. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall