점진적최적화기법을 이용한 콘크리트 구조물의 위상최적화

Topology Optimization of Concrete Structures using an Evolutionary Procedure

최 창 근*　　　　이 태 열**
Choi, Chang-Koon　　　　Lee, Tae-Yeol

ABSTRACT

Topology optimization of a concrete structure is discussed using an Evolutionary Structural Optimization(ESO) method introduced by Xie and Steven. During the evolution process low stressed materials are progressively removed from the structure. This paper discusses a proper rejection criterion(RC) to get a more reasonable topology of concrete structure. Some examples are presented to illustrate the optimum topology achieved by such a procedure.

1. 서론

구조물의 기하형상(geometry)이나 위상(topology)을 최적화하는 것은 구조물의 성능에 큰 영향을 주었으며, 최근에는 구조최적화 분야에서 매우 각광을 받는 분야로 자리 잡아 가고 있다. 형상최적화문제의 기초적인 접근방법은 구조물의 주어진 형상의 경계에 변분을 도입하는 것이다. 이 방법은 많은 관심을 불러일으켰으며, 그 문헌 또한 광범위하다.[1]

구조최적화(structural optimization)분야에서 최근 부각되고 있는 분야 중 하나가 위상 최적화(topology optimization)이다. 이는 구조물의 위상(topology)이 초기에 결정되는 것이 아니라 최적화 과정 중에 내부공극(internal holes)이 발생하도록 하는 개념이다. 구조물의 위상 최적화 분야에서 최근 많이 연구된 방법은 BendsΦe와 Kikuchi등이 제안한 균질화 방법(homogenization method)이다. 이는 대상 구조물에 무수히 많은 공극(holes)을 배치시킨 후, 주어진 하중을 지탱할 수 있으며 다른 설계 요구 조건들을 만족하면서 유연성(compliance)과 같은 목적함수를 최소화함으로써 공극의 최적 배치를 결정하는 방법이다.[2]

1) *정회원, 한국과학기술원 토목공학과 교수
2) **한국과학기술원 토목공학과 박사과정

최근 Xie와 Steven은 이와 유사하지만 보다 간편한 방법으로 점진적 구조 최적화(Evolutionary Structural Optimization) 방법을 제안하였는데, 이는 전체 구조물 중 응력이 적게 발생하는 부분을 점차적으로 조금씩 소거해 나감으로써 구조물의 위상을 최적화하는 방법이다.[3] 이는 응력이 매우 적게 발생하는 부분은 그 구조물에서 필요하지 않는 부분이라는 생각에서 출발한 것으로, 간단히 표현하면 구조물을 아주 작은 동일한 크기의 요소들로 모델링하여 유한요소해석을 수행한 후, 응력이 매우 작게 발생하는 요소들을 점차적으로 소거해 나가는 방법이다. 자연에서 발견되는 많은 구조물들의 형상이 주위 환경에 따라 점차적으로 나름대로의 독특한 형상을 가지게 된 것에 비유할 수 있다.

본 논문은 점진적 구조 최적화 과정 중 요소의 소거 여부를 결정하는 소거기준에 관한 내용이다. 본 논문의 구성은 먼저 점진적 구조 최적화 방법에 대한 간단한 소개를 한후, 콘크리트 구조물에 적합한 소거기준(RC: Rejection Criterion)에 대한 내용을 제시하고 이를 통한 예제 해석 및 결론으로 구성되어 있다.

2. 점진적 최적화 과정

응력이 작게 발생되는 부분을 소거해 나가는 과정이란 구조물을 같은 크기의 아주 작은 요소들로 모델링한 데이터로 수행한 유한요소해석의 결과를 바탕으로 어떤 기준을 거쳐서 응력이 작게 발생한 요소들을 소거한 다음, 소거되지 않은 요소들로 이루어진 기하학적 형상을 새로운 입력 자료로 하여 위의 과정을 반복해 나가는 것을 의미한다. 소거되는지 아닌지의 여부는 소거기준을 도입하여 판단하게 된다. 현재 Xie와 Steven 등이 점진적구조최적화에 관한 논문들을 꾸준히 발표하고 있는데 이들은 소거기준으로 von Mises Criterion을 사용하였다.

이를테면 식(1)에 표현된 것과 같이, 어떤 요소의 von Mises 응력이 전체 요소들 중 가장 큰 von Mises 응력에 소거비율(RR: Rejection Ratio)을 곱한 값보다 작으면 그 요소의 응력은 매우 작다고 판단하여 소거해 가는 것이다.

$$\sigma_e^{VM} \leq RR_i \times \sigma_{\max}^{VM} \tag{1}$$

점진적 구조 최적화 과정을 거치는 동안 요소들이 점차적으로 소거되어 나감에 따라 소거비율도 점차적으로 증가하여야 한다. 즉, 어떤 소거비율 값을 유지한 채 점진적 구조 최적화 과정을 반복한 후, 더 이상 식(1)과 같은 기준으로 소거되는 요소가 없게 되면, 이전 단계의 소거비율에 소거비율의 증가율(ER: Evolutionary Rate)을 더한 값으로 소거비율을 대체해야만 요소들을 계속 소거해 나갈 수 있게 된다. 이 관계는 식(2)와 같이 표현된다.

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \qquad i = 0, 1, 2, 3 \ldots \tag{2}$$

3. 소거기준

복합적으로 응력이 작용하는 상태에서 점진적 최적화 기법을 사용함에 있어서 소거기준을 적절히 적용해야 한다. 일반적으로 점진적최적화기법을 연구하는 연구자들은 von Mises Criterion만을 사용하여 모든 연구들을 진행해 왔다. 그러나 콘크리트를 주로 사용하는 토목구조물에 이 기법을 적용하는 것은 무리이다. 왜냐하면 콘크리트는 압축과 인장이 다른 강도를 가지고 있으며 2축응력상태에서는 그 거동특성이 바뀌기 때문이다.

평면응력형태에 있는 콘크리트 구조물을 해석하기 위해서는 2축응력형태에 대한 파괴규준(failure criterion)이 필요하다. 이 파괴규준을 나타내는 강도곡선은 여러 가지 수직응력의 조합에 대해 수행된 극한강도 시험으로부터 얻을 수 있다. Kupfer 등은 실험을 통하여 2축응력형태에서 나타나는 콘크리트의 강도곡선을 구했으며(그림1), 그 특성은 다음과 같다. 콘크리트는 압축-압축 응력형태에서는 1축압축 응력형태에 비하여 압축강도가 증가하는데 주응력비($\alpha = \sigma_1 / \sigma_2$)가 0.5인 경우에는 1축압축강도의 약 25%까지 증가하며, 주응력비가 1.0인 경우에는 약 16% 정도 증가한다. 인장-인장 응력형태에서의 인장강도는 1축인장 응력형태와 거의 같으며, 인장-압축 응력형태에서는 인장강도가 거의 선형적으로 감소한다.[4]

콘크리트 구조물에 점진적 구조 최적화를 사용할 때, 소거기준에는 이와 같은 콘크리트의 강도 특성이 포함되어 있어야 한다. 따라서 식(1)은 다음과 같이 수정할 수 있다.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{1p}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_{2p}} \le RR_i \tag{3}$$

강도곡선의 영역을 네가지로 구분하여 정리하면 표1과 같다.[5]

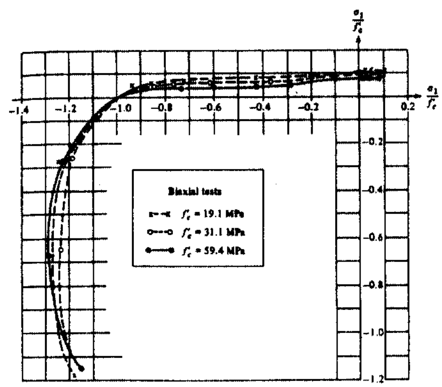


그림1 콘크리트의 2축강도포락선
(Kupfer *et al.*, 1969)

표 1 콘크리트의 강도곡선

압축-압축 구간 ($\sigma_1 = comp.$, $\sigma_2 = comp.$, $0 \le \alpha \le 1$)	$\sigma_{2p} = \dfrac{1+3.65\alpha}{(1+\alpha)^2} f'_c$, $\sigma_{1p} = \alpha\sigma_{2p}$
압축-인장 구간 ($\sigma_1 = tens.$, $\sigma_2 = comp.$, $-0.17 \le \alpha \le 0$)	$\sigma_{2p} = \dfrac{1+3.28\alpha}{(1+\alpha)^2} f'_c$, $\sigma_{1p} = \alpha\sigma_{2p}$
인장-압축 구간 ($\sigma_1 = tens.$, $\sigma_2 = comp.$, $-\infty \le \alpha \le -0.17$)	$\sigma_{2p} \le 0.65 f'_c$, $\sigma_{1p} = f'_t$
인장-인장 구간 ($\sigma_1 = tens.$, $\sigma_2 = comp.$, $1 \le \alpha \le \infty$)	$\sigma_{1p} = f'_t \ge \sigma_{2p}$

4. 예제

4.1 예제 1 two-bar frame구조

본 논문의 점진적 최적화 과정의 검증을 위해서, 그림2와 같은 two-bar frame구조를 해석하였다. 소거기준은 Xie와 Steven 등 다른 연구자들이 사용한 바와 같이 von Mises stress를 사용한 경우(a)와 본 논문에서 제안한 바와 같이 Kupfer의 2축강도 포락선을 사용한 경우(b)에 대하여 해석하였다.

예제1의 해석조건은 표2에 표시하였다. 설계영역은 그림3과 같이 설정하였다.

표2 예제1의 해석조건

사용 요소	15×36 Isoparametric 4-node plane stress element
탄성계수	$E = 2.9\times10^6\ lb/in^2$
Poisson비	$\nu = 0.18$
일축압축강도	$f'_c = 3880\ lb/in^2$
일축인장강도	$f'_t = 529\ lb/in^2$
Initial Rejection Ratio	$RR_o = 1\%$
Evolution Rate	$ER = 1\%$
Rejection Criterion	*(a) von Mises* *(b) biaxial strength envelope of Kupfer*

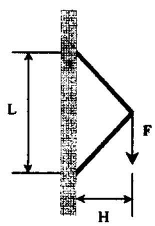


그림2 Two-bar frame 구조물

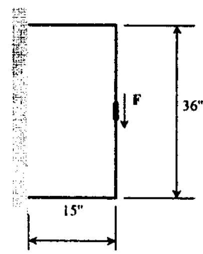
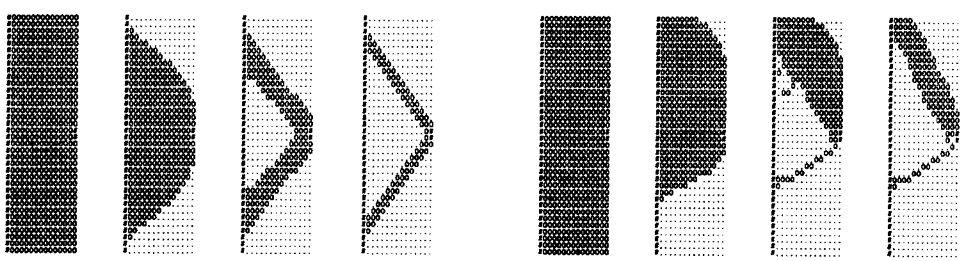


그림3 설계영역

그림4는 점진적 최적화과정을 통해 얻어진 형상을 나타낸 그림이다. 그림4(a)는 소거기준으로 von Mises 응력을 사용하였을 때의 구조물 형상의 변천과정이고, 그림4(b)는 소거기준으로 Kupfer의 2축강도곡선을 사용하여 얻어진 구조물 형상의 변천과정이다. 그림4(a)는 다른 연구자들의 해석결과와 잘 일치하는 것을 보여준다. 그러나 본 연구에서 적용한 콘크리트의 특성에 맞는 소거기준인 Kupfer의 2축강도곡선을 사용한 경우는 그림4(b)와 같이 상당히 다른 형상을 얻을 수 있었다. 이는 주어진 하중에 압축력이 걸리는 구조요소들과 인장력이 걸리는 구조요소들을 각기 그 특성에 맞도록 소거기준을 적용하여 압축에는 강하고 인장에는 약한 특성을 잘 나타낸다. 즉, 압축력이 작용하는 구조요소들은 소거되지 않고 많이 남아 있게 되고 이 부분은 철근으로 보강되어야 함을 의미한다.



(a) RC = von Mises (b) RC = envelope of Kupfer

그림4 예제1 구조물의 변천과정

4.2 예제 2 교각의 위상 설계

본 논문에서 제안한 바와 같이, 콘크리트의 특성에 맞는 소거기준을 사용한 점진적 최적화 기법의 한 응용 예로써 교량 하부구조의 위상 설계에 적용해 보았다. 그림5와 같이 상부구조가 결정된 후 하부구조의 형상을 결정하는 문제를 고려해 보고자 한다. 예제2의 해석조건은 표3에 나타내었으며, 설계영역은 그림6에 나타내었다. 하중이 재하되는 최상단의 부재들은 비설계영역(non desing domain)으로 설정하여 점진적 소거과정에서 소거되지 못하도록 하였다.

표3 예제2의 해석조건

사용 요소	34×14 Isoparametric 4-node plane stress element
탄성계수	$E = 2.5\times10^5\ kg/cm^2$
Poisson비	$\nu = 0.18$
일축압축강도	$f'_c = 270\ kg/cm^2$
일축인장강도	$f'_t = 27\ kg/cm^2$
Initial Rejection Ratio	$RR_o = 1\%$
Evolution Rate	$ER = 1\%$
Rejection Criterion	그림 7 *biaxial strength envelope of Kupfer* 그림 8 *von Mises*

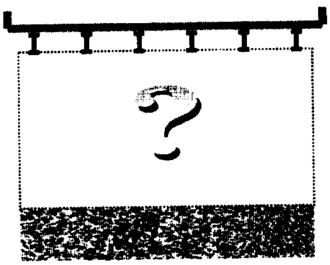


그림5 하부구조의 설계

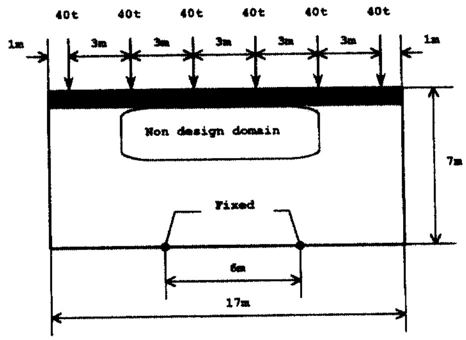
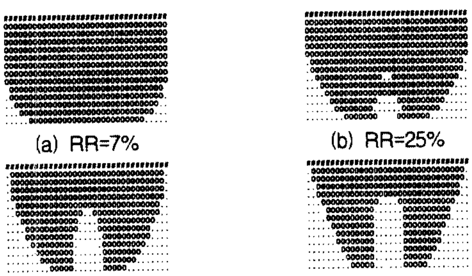


그림6 설계영역



(a) RR=7%
(b) RR=25%
(c) RR=45%
(d) RR=68%

그림7 예제2 구조물의 변천과정

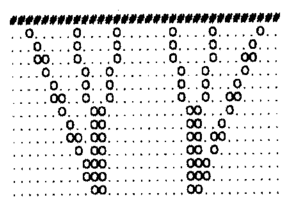


그림8 예제2의 최종 단계에서의 형상
(RC = von Mises Stress)

그림7은 본 연구에서 제안한 소거기준을 사용한 점진적 최적화과정을 통해 얻어진 형상을 나타낸 그림이다. von Mises응력을 소거기준으로 사용한 경우(그림8)와 비교해 볼 때, 콘크리트의 거동특성을 잘 고려한 위상을 얻을 수 있었다. 인장강도와 압축강도를 같게 고려하는 von Mises응력을 사용하면 그림8과 같이 트러스 형태의 구조물을 얻을 수밖에 없다. 그림7(d)와 그림8에서 설계영역의 상단 중앙부분을 비교해 보면 인장에 약한 콘크리트의 특성이 반영된 그림7(d)는 인장이 걸리는 구조부재들이 소거되지 않고 많이 남아있음을 알 수 있고, 이 부분은 철근으로 보강되어야 함을 의미한다. 반면, 그림8의 경우는 인장강도를 압축강도와 같은 수준으로 평가하였기 때문에 비설계 영역부분(#)만으로도 인장에 견딘다고 판단하여 그 이외의 구조부재들이 소거되었음을 알 수 있다. 이는 von Mises응력으로 비교적 정확한 평가가 가능한 강재를 사용한 경우에는 적당한 위상을 얻을 수 있으나, 콘크리트로 이루어진 구조물에는 매우 부적절한 위상을 나타낸다고 할 수밖에 없다.

5. 결론

물론 점진적 구조최적화 기법에 의해 얻어진 단면을 그대로 실제 설계에 반영하는 것은 무리이나 주어진 하중조건에 대하여 설계영역의 구조물에서 어느 구조요소가 효율적으로 저항하는지를 판단할 수 있다. 또한 설계자가 하중조건에 최적인 위상을 파악하여 설계감각을 향상시킬 수 있다. 또한 설계자는 최적의 위상을 향해 점차적으로 변해가는 변천과정을 알 수 있기 때문에 주어진 설계 영역에서 최적의 설계를 하는데 중요한 정보를 얻을 수 있다.

콘크리트 구조물의 경우 본 연구에서 제안한 바와 같이 콘크리트의 성질을 잘 반영한 소거기준을 도입함으로써 보다 합리적인 위상을 도출해 낼 수 있었다.

본 연구에서 제시한 예제들은 2차원 문제들에 국한하였지만, 3차원 문제로의 확장도 가능할 것으로 사료된다.

참고문헌

1. Ding, Y., *Shape Optimization of Structures: A Literature Survey*, Compute. Struct., Vol.24, 1986, p.p.985~1004
2. M. P. Bendsφe and N. Kikuchi, *Generating optimal topologies in structural Design using a homogenization method,* Comput. Meth. appl. Mech. Engng, Vol.71, 1988, p.p.197~224
3. Xie, Y. M. and Steven, G. P., *A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization*, Compute. Struct., Vol.49, No.5, 1993, p.p.885~896
4. Kupfer, H., H. K. Hilsdorf, and H. Rüsch, *Behavior of Concrete under Biaxial Stresses*, Journal ACI, Vol.66, No.8, 1969, p.p.656~666
5. W. F. Chen, Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, 1982, p.32
6. 최창근, 이태열, 류명기, 김성모 「점진적 최적화 기법에 의한 구조물의 형상 최적 설계」, 제6차 유도무기학술회의 논문집, 국방 과학 연구소, 1996, p.p. 312~318